

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

Л. В. Васильева, Е. А. Клеваник

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ**

Учебное пособие
для студентов высших учебных заведений

Рекомендовано для подальшого
використання в навчальному процесі
Протокол № 6 від 20.02.12р.
Методичної ради ФАМіТ

Краматорск 2011

УДК 519.2
ББК 22.17
В 19

Рецензенти:

Чигарев В. В., д-р техн. наук, профессор, Приазовский государственный технический университет;

Попова А.Ю., канд. экон. наук, доц., Краматорский экономико-гуманитарный институт.

Навчальний посібник містить завдання й приклади по таких розділах економіко-математичних методів та моделей (розділ «Економетрика»): побудова однофакторних і багатофакторних регресійних моделей, перевірка на адекватність і прогнозування; еластичність моделі; системи одночасних рівнянь; економетричні моделі динаміки.

Посібник розрахований на студентів і аспірантів економічних спеціальностей, а також буде корисний тим, хто самостійно засвоює економетричні розрахунки.

Васильева, Л. В.

В 19 Экономико-математические методы и модели : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Л. В. Васильева, Е. А. Клеваник. – Краматорск : ДГМА, 2011. – 112 с.
ISBN 978-966-379-489-1.

Учебное пособие содержит задания и примеры по таким разделам экономико-математических методов и моделей (раздел «Эконометрика»): построение однофакторных и многофакторных регрессионных моделей, проверка на адекватность и прогнозирование; эластичность модели; системы одновременных уравнений; эконометрические модели динамики.

Пособие рассчитано на студентов и аспирантов экономических специальностей, а также будет полезно тем, кто самостоятельно осваивает эконометрические расчеты.

УДК 519.2
ББК 22.17

ISBN 978-966-379-489-1

© Л. В. Васильева,
Е. А. Клеваник, 2011
© ДГМА, 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ	6
2 ВЫБОР ВАРИАНТА	9
3 ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	10
3.1 Задание 1	10
3.2 Задание 2	10
3.3 Задание 3	10
4 ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	30
4.1 Задание 1	30
4.2 Задание 2	30
4.3 Задание 3	35
5 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ	50
6 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ В ПАКЕТЕ EXCEL	52
6.1 Настройка пакета анализа	52
6.2 Ввод данных	52
6.3 Построение корреляционного поля	53
6.4 Нахождение коэффициента корреляции	54
6.5 Нахождение основных числовых характеристик	54
6.6 Нахождение параметров линейной регрессии	56
6.7 Нахождение критической точки распределения Стьюдента	58
6.8 Дополнительные возможности Excel	58
6.9 Скользящие средние	61
6.10 Экспоненциальное сглаживание	62
7 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ	64
7.1 План построения линейной однофакторной модели	64
7.2 План построения нелинейной однофакторной модели	71
7.3 Линейная двухфакторная модель. План построения модели	80
7.4 Степенная двухфакторная модель. План построения модели	88
7.5 Система одновременных уравнений	93
7.6 Метод скользящих средних для сглаживания временных рядов	98
7.7 Метод экспоненциального сглаживания для временных рядов	105
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ НА ЕЕ ИЗУЧЕНИЕ, ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ	110
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	111

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Экономико-математические методы и модели» принадлежит к циклу дисциплин естественнонаучной общеэкономической подготовки и дает необходимую теоретическую базу для подготовки специалистов экономического направления учебы.

Дисциплина базируется на: высшей математике (линейная алгебра и математическая статистика), статистике, информатике и примерах задач, которые учитывают специфику будущей специальности студента.

На базе эконометрических идей основывается преподавание таких дисциплин, как «Экономический анализ», «Государственное регулирование экономики», «Финансы». Кроме того, студенты могут использовать полученные знания при подготовке курсовых работ и написании дипломных работ: как при оформлении работ, так и при выполнении расчетов.

Дисциплина изучается в объеме 90 учебных часов, распределение которых между видами учебных занятий осуществляется в соответствии с рабочими учебными планами. Состав модулей дисциплины и график их сдачи приведены в Приложениях.

Цель преподавания дисциплины – научить студента использовать компьютер для решения эконометрических задач, использовать прикладные системы (Пакет анализа в Excel); дать студентам необходимую теоретическую базу для последующего самостоятельного освоения эконометрической литературы.

После изучения дисциплины студенты должны **знать**:

- основные этапы процесса экономико-математического моделирования;
- основные типы эконометрических моделей и методику их получения с помощью прикладных программ;
- основные этапы компьютерного анализа эконометрической модели;
- методику эконометрического прогнозирования;
- методику получения одновременных структурных уравнений и их идентификацию.

После изучения дисциплины студенты должны **уметь**:

- отбирать факторы и показатели, которые достаточно полно характеризуют экономическую систему;
- создавать файлы данных для последующего моделирования;
- выдвигать и подтверждать гипотезу о наличии связи, определять силу и форму связи;
- определять параметры линейной парной и множественной регрессии, определять интервалы доверия для параметров модели и для прогноза;
- приводить к линейным однофакторные и многофакторные нелинейные модели, определять параметры нелинейных моделей;
- анализировать эконометрические модели, оценивать их параметры и осуществлять прогнозы с помощью компьютерных программ.

После изучения дисциплины студенты должны получить *навыки* работы с Пакетом анализа в Excel.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА студентов над курсом содержит:

- изучение материала по лекциям и учебной литературе;
- подготовку к практическим занятиям;
- выполнение и оформление контрольной работы;
- изучение дополнительных вопросов, которые расширяют кругозор

и знания.

Контрольные работы и их защита предназначены для контроля знаний студентов согласно действующей в академии системе оценки знаний студентов.

Студент, который выполнил и защитил контрольную работу, допускается к сдаче зачета, на котором проверяется уровень усвоения знаний и овладения умениями, которые предусмотрены программой дисциплины.

Оценка знаний студентов по дисциплине «Экономико-математические методы и модели» осуществляется согласно действующей в ДГМА системе оценки знаний студентов.

Дальше будут приведены: перечень вопросов для проверки усвоения теоретического материала, задания к контрольной работе, задания для самостоятельной работы.

1 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

- 1 Основные задачи экономико-математических методов и моделей. Этапы эконометрического анализа.
- 2 Классификация эконометрических моделей. Информационная база экономико-математического моделирования.
- 3 Генеральная совокупность. Выборка. Объем выборки. Среднее значение. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение.
- 4 Корреляционное поле. Центр рассеивания.
- 5 Коэффициент корреляции и его свойства.
- 6 Метод наименьших квадратов для линейной однофакторной регрессии.
- 7 Свойства линейной регрессии.
- 8 Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки 1 и 2 рода.
- 9 Критерий Фишера. Наблюдаемое и критическое значение критерия.
- 10 Проверка линейной регрессии на адекватность.
- 11 Коэффициент детерминации.
- 12 Проверка модели на адекватность с помощью критерия Фишера.
- 13 Область прогноза для однофакторной и двухфакторной моделей. Доверительный интервал. Коэффициент доверия.
- 14 Прогноз по линейной однофакторной модели с учетом доверительного интервала.
- 15 Коэффициент эластичности для однофакторной модели.
- 16 Виды нелинейных однофакторных моделей. Способ их линеаризации.
- 17 Алгоритм построения нелинейных эконометрических моделей.
- 18 Понятие многофакторной модели и этапы ее построения.
- 19 Коллинеарность и мультиколлинеарность.
- 20 Коэффициент эластичности для многофакторных моделей.
- 21 Экономическая интерпретация параметров линейной однофакторной модели b_i ($i = 1..p$).
- 22 Система одновременных уравнений. Эндогенные и экзогенные переменные.
- 23 Временной ряд, лаг, тренд, дистрибутивные и мультипликативные модели.
- 24 Метод скользящих средних.
- 25 Метод экспоненциального сглаживания.
- 26 Найти коэффициент эластичности для указанной модели в заданной точке x (табл. 1.1). Сделать экономический вывод.

Таблиця 1.1

Номер варіанта	Модель	x
1	2	3
1	$y = \frac{2}{x} + 5$	0,2
2	$y = \frac{1}{2x+1}$	1
3	$y = 3x^2 + 1$	1
4	$y = 6x^5$	1
5	$y = 2\sqrt{x} + 4$	4
6	$y = 3e^{2x}$	2
7	$y = \frac{2e^{5x}}{5}$	1
8	$y = 3\ln x + 2$	1
9	$y = 2x^3 + 1$	1
10	$y = \frac{e^x}{2}$	2
11	$y = -\frac{x}{4}$	1
12	$y = \frac{1}{x} + 1$	1
13	$y = \frac{e^{x+1}}{6}$	3
14	$y = \ln \frac{x}{4} + 1$	4
15	$y = \sqrt{2x+4}$	1
16	$y = 5x + 5$	1
17	$y = \frac{x^5}{2}$	1

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3
18	$y = \frac{\sqrt{3x}}{3}$	2
19	$y = \frac{e^{3x}}{3}$	1
20	$y = \frac{4}{4x+3}$	1
21	$y = 5x^3 + 1$	1
22	$y = \sqrt{x^3} + 1$	1
23	$y = \frac{3}{x^3}$	2
24	$y = -3x + 3$	2
25	$y = \frac{\sqrt{x}}{2}$	1
26	$y = \frac{2x^2 + 2}{3}$	1
27	$y = \frac{2}{3x^3}$	2
28	$y = x^4 + 1$	1
29	$y = 3 \ln 2x + 1$	0,5
30	$y = \frac{4}{x^2 + 1}$	1

2 ВЫБОР ВАРИАНТА

Задания выбирают согласно таблице 2.1.

Таблица 2.1

Предпоследняя цифра зачетной книжки	Последняя цифра зачетной книжки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
2	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
4	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	25
6	11	12	13	14	15	16	17	18	19	10
7	21	22	23	24	25	1	2	3	4	20
8	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
9	16	17	18	19	20	21	22	23	24	15

3 ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1 Контрольная работа выполняется в тетради или на листах формата А4, жестко скрепленных между собой.

2 Каждое задание должно содержать условие, эконометрический анализ исходных данных, распечатки листов пакета Excel с расчетами и формулами.

3 Эконометрический анализ (допускается печатный и рукописный варианты) включает подробное описание построения модели, проверку ее адекватности и нахождение прогнозов с использованием сделанных расчетов на основе исходных данных. В анализе используются необходимые определения и формулы.

3.1 Задание 1

Сделать эконометрический анализ линейной зависимости показателя Y от заданного фактора X_1 . Сделать прогноз для любой точки из области прогноза, построить доверительную область. Найти коэффициент эластичности для всех точек выборки и в точке прогноза.

Экономические данные приведены в таблицах 3.1...3.25.

3.2 Задание 2

Сделать эконометрический анализ нелинейной зависимости показателя Y от заданного фактора X_2 . Сделать прогноз для любой точки из области прогноза, построить доверительную область. Найти коэффициент эластичности для всех точек выборки и в точке прогноза.

Экономические данные приведены в таблицах 3.1...3.25. Выбрать тип зависимости можно самостоятельно или использовать подсказку для вашего варианта.

3.3 Задание 3

Сделать эконометрический анализ линейной зависимости показателя Y от двух заданных факторов X_1 и X_2 . Проверить факторы на коллинеарность. Сделать прогноз для любой точки из области прогноза. Найти частичные коэффициенты эластичности для всех точек выборки и в точке прогноза.

Экономические данные приведены в таблицах 3.1...3.25.

Вариант 1

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоовощным консервным заводам области за год характеризуются следующими данными.

Таблица 3.1

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Производительность труда, грн	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	8540	1,24	38,34
2	2911	0,63	44,69
3	6630	1,18	39,4
4	8492	1,12	38,93
5	2901	0,44	46,96
6	5410	1,19	39,48
7	1920	0,48	46,07
8	2569	0,65	43,5
9	3520	0,26	50,11
10	2340	0,75	42,79
11	6921	1,03	40,15
12	7671	0,89	40,44
13	1586	0,16	60,76
14	3223	0,67	42,99
15	7224	0,9	40,69

Нелинейную зависимость принять $y = \frac{a}{x} + b$.

Вариант 2

Известны следующие данные (табл. 3.2) об убыточности производства говядины по КСП административных районов области за год.

Таблица 3.2

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Среднесуточный прирост, грн	Себестоимость 1 ц, грн	Уровень убыточности, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7

Продолжение таблицы 3.2

1	2	3	4
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Нелинейную зависимость принять $y = a\sqrt{x} + b$.

Вариант 3

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоконсервным заводам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	2	3	4
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8

Продолжение таблицы 3.3

1	2	3	4
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 4

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по хлебозаводам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда из расчета на 1 работника, грн	Уровень рентабельности, %
1	33,4	3447	14,3
2	29,1	3710	14,7
3	25,3	2827	11,9
4	27,1	2933	12,1
5	43,3	5428	22,3
6	47,2	5001	23,1
7	49,3	6432	24,3
8	35,7	4743	18,3
9	45,8	7321	27,6
10	52,4	6432	25,3
11	42,1	6003	25,1
12	40,1	5342	20,2
13	33,3	4341	15,7
14	41,2	5040	19,9
15	39,7	4493	17,2

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 5

В таблице 3.5 приведены данные об удельном весе рабочих со специальной технической подготовкой, удельный вес механизированных работ и производительность труда по плодоовощным заводам области за год.

Таблица 3.5

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Удельный вес рабочих с технической подготовкой, %	Удельный вес механизированных работ, %	Производительность труда, грн
1	64	84	4300
2	61	83	4150
3	49	68	3000
4	52	67	3300
5	53	69	3300
6	54	78	4300
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	50	70	3300
15	65	81	4500

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

Вариант 6

В таблице 3.6 приведены данные об относительном уровне издержек обращения, производительности труда и уровне рентабельности по магазинам промышленных товаров за год:

Таблица 3.6

Номер магазина	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Относительный уровень издержек обращения, %	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	9,17	14789	6,9
2	6,5	21100	11,1
3	6,81	19343	10,2
4	7,89	17646	8,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	6,13	19378	10,8
13	9,01	13137	4,7
14	10,41	13177	3,9
15	8,13	17010	7,6

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 7

В таблице 3.7 приведены данные об уровне технической подготовки рабочих, стаже их работы и уровне заработной платы по сахарным заводам области за год.

Таблица 3.7

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Удельный вес рабочих с технической подготовкой %	Удельный вес рабочих со стажем свыше 10 лет %	Заработная плата за месяц, грн
1	2	3	4
1	35	37	152,2
2	33	40	180,33
3	37	43	204,2
4	39	57	229,95

Продолжение таблицы 3.7

1	2	3	4
5	37	42	204,37
6	41	42	199,8
7	49	44	220,11
8	38	48	218,33
9	58	67	263,3
10	43	49	222,72
11	56	63	239,39
12	47	46	217,01
13	44	47	223,4
14	55	62	237,87
15	54	62	234,2

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

Вариант 8

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоконсервным заводам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.8).

Таблица 3.8

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	2	3	4
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5

Продолжение таблицы 3.8

1	2	3	4
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 9

В таблице 3.9 приведены данные об удельном весе пашни, лугов и пастбищ в сельскохозяйственных угодьях и уровень убыточности продукции животноводства по районам области за год.

Таблица 3.9

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Удельный вес пашни в сельскохозяйственных угодьях, %	Удельный вес лугов и пастбищ, %	Уровень убыточности продукции животноводства, %
1	80	20	20
2	87,2	12,8	37,5
3	90,8	9,2	43,4
4	94,7	11,3	45,6
5	81,4	18,6	23,4
6	79,2	10,8	25
7	71,3	28,7	17,2
8	86,2	13,8	33,3
9	71,4	28,6	15
10	77,7	22,9	18,7
11	75,4	14	24,8
12	77,9	13	34,5
13	87,2	12,8	33,1
14	68,1	25	19,2
15	86,2	13,8	31,8

Нелинейную зависимость принять $y = \frac{a}{x} + b$.

Вариант 10

В таблице 3.10 приведены данные об удельном весе в товарообороте потребительской кооперации продукции собственного производства, удельный вес переработанной продукции и уровень рентабельности предприятий области за год.

Таблица 3.10

Номер предприятия	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Удельный вес продукции собственного производства, %	Удельный вес переработанной продукции, %	Уровень рентабельности, %
1	25,2	20,5	11,8
2	58,2	28,4	19,8
3	42,2	20,4	14,8
4	46,8	29,1	19,4
5	60,5	30,9	21,4
6	66,1	31,4	20,4
7	26,5	24,1	15,4
8	59,9	28,1	20,7
9	43,2	24,6	16,4
10	47,8	25,7	18,4
11	61,8	28,7	19,7
12	68,1	32,4	22,4
13	32	20,1	13,7
14	60,2	27,1	22,4
15	44,2	23,4	16,7

Нелинейную зависимость принять $y = ax^2 + b$.

Вариант 11

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по мясокомбинатам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.11).

Таблица 3.11

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 12

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов (сбор овощей с 1 гектара и себестоимость 1 ц), ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.12).

Таблица 3.12

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Сбор овощей с 1га, ц	Себестоимость 1 ц, грн	Уровень убыточности, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	30,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7

Продолжение таблицы 3.12

1	2	3	4
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	29,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	46,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Нелинейную зависимость принять $y = ax^b$.

Вариант 13

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов (сбор овощей с 1 гектара, ц, и затраты труда, человеко-часов на 1 ц), ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.13).

Таблица 3.13

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Сбор овощей с 1 га, ц	Расходы труда на 1 ц, человеко-часов	Уровень убыточности, %
1	2	3	4
1	93,2	2,3	8,8
2	65,9	26,8	39,4
3	44,6	22,8	26,2
4	18,7	56,6	78,8
5	64,6	16,4	34
6	25,6	26,5	47,6
7	47,2	26	43,7
8	48,2	12,4	23,6
9	64,1	10	19,9
10	30,3	41,7	50
1	2	3	4
11	28,4	47,9	63,1

Продолжение таблицы 3.13

1	2	3	4
12	47,8	32,4	44,2
13	101,3	20,2	11,2
14	31,4	39,6	52,8
15	67,6	18,4	20,2

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

Вариант 14

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов, ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.14).

Таблица 3.14

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Сбор овощей с 1га, ц	Себестоимость 1 ц, грн	Уровень убыточности, %
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	20,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	12,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	26,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Нелинейную зависимость принять $y = a\sqrt{x} + b$.

Вариант 15

Уровень убыточности выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и факторы, ее формирующие, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.15).

Таблица 3.15

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Себестоимость 1 ц, грн	Сбор овощей с 1га, ц	Уровень убыточности, %
1	21,26	73,2	10,8
2	31,29	65,9	29,4
3	33,63	44,6	26,2
4	73,35	23,7	68,8
5	40,12	64,6	31,1
6	43,63	25,6	47,6
7	32,2	47,2	43,7
8	49,85	38,2	43,6
9	39,02	64,1	25,9
10	41,7	30,3	50
11	49,53	28,4	43,1
12	38	47,8	34,2
13	17,14	101,3	8,2
14	44,17	41,4	52,8
15	31,4	67,6	20,2

Нелинейную зависимость принять $y = \frac{a}{x} + b$.

Вариант 16

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов, ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.16).

Таблица 3.16

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Себестоимость 1 ц, грн	Расходы на 1 гектар посевов, грн	Уровень убыточности, %
1	2	3	4
1	31,84	1549	31,4
2	32,3	1694	40,9
3	32,21	1807	47,1

Продолжение таблицы 3.16

1	2	3	4
4	48,95	1615	45,7
5	52,48	1926	57,7
6	35,38	1542	46,7
7	20,11	1309	13,3
8	67,06	2093	63,8
9	63,52	1836	58,8
10	21,26	1449	22,8
11	31,29	1601	39,4
12	23,63	1560	26,2
13	73,35	2213	68,8
14	40,12	2028	63
15	65,52	2136	68,8

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 17

Уровень рентабельности и показатели хозяйственной деятельности торговых предприятий характеризуются следующими данными за год (табл. 3.17).

Таблица 3.17

Номер предприятия	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Товарооборот на душу населения, грн	Относительный уровень расходов обращения, %	Уровень рентабельности, %
1	2	3	4
1	27	17,2	3,62
2	29	20,74	2,02
3	24	17,73	2,77
4	21	21,2	2,01
5	33	16,56	4,33
6	28	17,01	4,01
7	23	19,77	2,12
8	28	17,1	3,73
9	30	16,35	3,92
10	25	18,34	2,87

Продолжение таблицы 3.17

1	2	3	4
11	22	22,2	2,11
12	34	16,06	4,39
13	31	16,1	4,11
14	22	18,7	2,13
15	29	17,4	3,2

Нелинейную зависимость принять $y = ax^b$.

Вариант 18

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов, ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.18).

Таблица 3.18

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Себестоимость 1 ц, грн	Цена реализации 1 ц, грн	Уровень убыточности, %
1	31,84	21,83	31,4
2	32,3	19,09	40,9
3	32,21	20,26	37,1
4	48,95	20,57	45,7
5	42,48	17,96	57,7
6	35,38	15,32	46,7
7	29,11	29,19	13,3
8	67,06	11,26	63,8
9	65,52	10,47	68,8
10	21,26	29,67	12,8
11	31,29	18,95	39,4
12	33,63	24,81	26,2
13	73,35	12,92	68,8
14	40,12	26,49	34
15	43,63	22,83	47,6

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

Вариант 19

В таблице 3.19 приведены данные об удельном весе рабочих со специальной технической подготовкой, удельный вес механизированных работ и производительность труда по плодоовощным заводам области за год.

Таблица 3.19

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Удельный вес рабочих с технической подготовкой %	Удельный вес механизированных работ, %	Производительность труда, грн
1	52	67	3300
2	65	81	4500
3	49	68	3000
4	64	84	4300
5	53	69	3300
6	50	70	3300
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	54	78	4300
15	61	83	4150

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

Вариант 20

В таблице 3.20 приведены данные об относительном уровне расходов обращения, производительности труда и уровне рентабельности по магазинам промышленных товаров за год.

Таблица 3.20

Номер магазина	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Относительный уровень издержек обращения %	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	2	3	4
1	7,89	17646	8,9
2	10,41	13177	3,9

Продолжение таблицы 3.20

1	2	3	4
3	6,81	19343	10,2
4	9,17	14789	6,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	8,13	17010	7,6
13	9,01	13137	4,7
14	6,5	21100	11,1
15	6,13	19378	10,8

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 21

Известны следующие данные об убыточности производства говядины по КСП административных районов области за год (табл. 3.21).

Таблица 3.21

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Среднесуточный прирост, грн	Себестоимость 1 ц, грн	Уровень убыточности, %
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Нелинейную зависимость принять $y = a\sqrt{x} + b$.

Вариант 22

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоконсервным заводам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.22).

Таблица 3.22

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 23

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоконсервным заводам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.23).

Таблица 3.23

Номер завода	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9

Продолжение таблицы 3.23

1	2	3	4
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 24

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по мясокомбинатам области за год характеризуются следующими данными (табл. 3.24).

Таблица 3.24

Номер завод	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Фондоотдача, грн	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Нелинейную зависимость принять $y = a \ln x + b$.

Вариант 25

Убыточность выращивания овощей в сельскохозяйственных предприятиях и уровень факторов (сбор овощей с 1 гектара, ц, и затраты труда, человеко-часов на 1 ц), ее формирующих, характеризуются следующими данными за год (табл. 3.25).

Таблица 3.25

Номер района	Фактор X1	Фактор X2	Показатель Y
	Сбор овощей с 1 га, ц	Расходы труда на 1 ц, человеко-часов	Уровень убыточности, %
1	93,2	2,3	8,8
2	65,9	26,8	39,4
3	44,6	22,8	26,2
4	18,7	56,6	78,8
5	64,6	16,4	34
6	25,6	26,5	47,6
7	47,2	26	43,7
8	48,2	12,4	23,6
9	64,1	10	19,9
10	30,3	41,7	50
11	28,4	47,9	63,1
12	47,8	32,4	44,2
13	101,3	20,2	11,2
14	31,4	39,6	52,8
15	67,6	18,4	20,2

Нелинейную зависимость принять $y = e^{ax} \cdot b$.

4 ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Ниже приведены задания, которые выполняются студентом на практических занятиях или самостоятельно. Варианты и график выполнения заданий каждый студент получает индивидуально во время установочной сессии.

4.1 Задание 1

Выполнить эконометрический анализ нелинейной зависимости показателя от двух заданных факторов (степенная модель Коба-Дугласа). Проверить факторы на коллинеарность. Сделать прогноз для любой точки из области прогноза. Найти частичные коэффициенты эластичности в точке прогноза.

Экономические данные взять из задания 3 контрольной работы.

4.2 Задание 2

По данным, приведенным в таблицах 4.1...4.10, постройте систему одновременных уравнений в виде статической модели Кейнса:

$$\begin{cases} C = a + b \cdot y + \varepsilon ; \\ y = C + I, \end{cases} \quad (4.1)$$

где C – личное потребление в постоянных ценах

y – национальный доход в постоянных ценах

I – инвестиции в постоянных ценах

ε – случайная составляющая.

Определите параметры уравнений с помощью непрямого метода наименьших квадратов (НМНК). Проанализируйте полученную модель.

Вариант 1

Таблица 4.1

Уровень производительности и дохода (y), млрд дол.	Потребление (C), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
370	362	8
415	396	18
430	409	21

Продолжение таблицы 4.1

1	2	3
456	430	26
486	450	33
490	455	34
505	467	37
520	479	40
546	500	46
567	516	50

Вариант 2

Таблица 4.2

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
370	365	5
415	380	35
430	410	20
456	428	28
486	435	51
490	455	35
505	465	40
520	490	30
546	500	46
567	523	44

Вариант 3

Таблица 4.3

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
1	2	3
381	376	5
426	391	35
441	421	20
467	439	28
497	446	51
501	466	35
516	476	40

Продолжение таблицы 4.3

1	2	3
531	501	30
557	511	46
578	534	44

Вариант 4

Таблица 4.4

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
381	375	6
426	390	36
441	420	21
467	438	29
497	445	52
501	465	36
516	475	41
531	500	31
557	510	47
578	533	45

Вариант 5

Таблица 4.5

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
370	360	10
415	396	19
430	407	23
456	428	28
486	451	35
490	454	36
505	466	39
520	478	42
546	498	48
567	514	53

Вариант 6

Таблица 4.6

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
370	360	10
415	395	20
430	405	25
456	428	28
486	450	36
490	454	36
505	465	40
520	478	42
546	497	49
567	514	53

Вариант 7

Таблица 4.7

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
370	360	10
415	395	20
430	405	25
455	428	27
485	450	35
490	454	36
505	465	40
520	478	42
545	497	48
570	514	56

Вариант 8

Таблица 4.8

Уровень производительности и дохода(у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I). млрд дол.
1	2	3
384	372	11
429	407	22

Продолжение таблицы 4.8

1	2	3
444	417	26
469	440	29
499	462	38
504	466	39
519	477	42
534	490	45
559	509	50
584	526	59

Вариант 9

Таблица 4.9

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
391	375	16
436	390	46
451	420	31
477	438	39
507	445	62
511	465	46
526	475	51
541	500	41
567	510	57
588	533	55

Вариант 10

Таблица 4.10

Уровень производительности и дохода (у), млрд дол.	Потребление (С), млрд дол.	Инвестиции (I), млрд дол.
306	311	0
351	346	5
366	358	8
392	378	14
422	401	20
426	405	21
441	418	25
456	429	28
482	449	33
503	465	38

4.3 Задание 3

Проанализировать временной ряд. Сгладить его с помощью скользящей средней. Попробовать обнаружить главную тенденцию. Сделать прогноз на 1 период вперед.

Экономические данные приведены в таблицах 4.11...4.35.

Вариант 1

Спрос на бензин (январь 1990 – январь 1995г.), тыс. т/мес.

Таблица 4.11

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	112	16	135	31	199	46	191
2	118	17	125	32	199	47	172
3	132	18	149	33	184	48	194
4	129	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Вариант 2

Затраты электроэнергии (январь 1995 – январь 2000г.), тыс. кВт/час.

Таблица 4.12

№ п/п	Затраты	№ п/п	Затраты	№ п/п	Затраты	№ п/п	Затраты
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
1	148	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	136	18	140	33	193	48	243
4	119	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272

Продолжение таблицы 4.12

1	2	3	4	5	6	7	8
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Вариант 3

Спрос на карамель (август 1995 – август 2000 г.), т/мес.

Таблица 4.13

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Вариант 4

Объем железнодорожных перевозок (январь 1995 – январь 2000 г.),
млн т/мес.

Таблица 4.14

№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем
1	278	16	356	31	435	46	463
2	284	17	348	32	491	47	407
3	277	18	355	33	505	48	362
4	317	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Вариант 5

Затрата газа в котельной (ноябрь 1995 – ноябрь 2000г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.15

№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата
1	274	16	315	31	348	46	548
2	237	17	301	32	363	47	559
3	278	18	356	33	435	48	463
4	284	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Вариант 6

Объем автомобильных перевозок между двумя городами (май 1995 – май 2000г.), ткм/мес.

Таблица 4.16

№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем
1	270	16	405	31	305	46	342
2	315	17	355	32	336	47	406
3	364	18	306	33	340	48	396
4	347	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Вариант 7

Производство молока молочными фермами области (июль 1992 – июль 1997г.), т/мес.

Таблица 4.17

№ п/п	Произ- водство	№ п/п	Произ- водство	№ п/п	Произ- водство	№ п/п	Произ- водство
1	2	3	4	5	6	7	8
1	302	16	274	31	315	46	348
2	293	17	237	32	301	47	363
3	259	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337

Продолжение таблицы 4.17

1	2	3	4	5	6	7	8
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Вариант 8

Расходы на строительство и модернизацию автодорожных объектов (январь 1995 – январь 2000г.), тыс. грн/мес.

Таблица 4.18

№ п/п	Затра- та	№ п/п	Затра- та	№ п/п	Затра- та	№ п/п	Затра- та
1	229	16	317	31	422	46	404
2	242	17	313	32	465	47	359
3	233	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Вариант 9

Заказ на кирпич (август 1995 – август 2000г.), млн шт./мес.

Таблица 4.19

№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ
1	293	16	237	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Вариант 10

Спрос на лесоматериалы (январь 1995 – январь 2000г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.20

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	204	16	269	31	412	46	347
2	188	17	270	32	405	47	305
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Вариант 11

Потребление газа в городе (август 1994 – август 1999 г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.21

№ п/п	По- требле- ние	№ п/п	По- требле- ние	№ п/п	По- требле- ние	№ п/п	По- требле- ние
1	293	16	273	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	347	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	347	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Вариант 12

Спрос на телевизионный кабель (май 1995 – май 2000г.), тыс. м/мес.

Таблица 4.22

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	2	3	4	5	6	7	8
1	229	16	293	31	237	46	301
2	243	17	259	32	278	47	356
3	264	18	229	33	284	48	348
4	272	19	203	34	277	49	355
5	237	20	229	35	317	50	422
6	211	21	242	36	313	51	465
7	180	22	233	37	318	52	467
8	201	23	267	38	374	53	404
9	204	24	269	39	413	54	347
10	188	25	270	40	405	55	305
11	235	26	315	41	355	56	336

Продолжение таблицы 4.22

1	2	3	4	5	6	7	8
12	227	27	364	42	306	57	340
13	234	28	347	43	271	58	318
14	264	29	312	44	306	59	362
15	302	30	274	45	315	60	348
						61	363

Вариант 13

Спрос на мазут (январь 1995 – январь 2000 г.), тыс. т/мес.

Таблица 4.23

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	196	16	227	31	364	46	306
2	196	17	234	32	347	47	271
3	236	18	264	33	312	48	306
4	235	19	302	34	274	49	315
5	229	20	293	35	237	50	301
6	243	21	259	36	278	51	356
7	264	22	229	37	284	52	348
8	272	23	203	38	277	53	355
9	237	24	229	39	317	54	422
10	211	25	242	40	313	55	465
11	180	26	233	41	318	56	467
12	201	27	267	42	374	57	404
13	204	28	269	43	413	58	347
14	188	29	270	44	405	59	305
15	235	30	315	45	355	60	336
						61	340

Вариант 14

Спрос на сахар (июль 1994 – июль 1999г.), тыс.т/мес.

Таблица 4.24

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	2	3	4	5	6	7	8
1	264	16	229	31	284	46	348
2	272	17	203	32	277	47	355
3	237	18	229	33	317	48	422

Продолжение таблицы 4.24

1	2	3	4	5	6	7	8
4	211	19	242	34	313	49	465
5	180	20	233	35	318	50	467
6	201	21	267	36	374	51	404
7	204	22	269	37	413	52	347
8	188	23	270	38	405	53	305
9	235	24	315	39	355	54	336
10	227	25	364	40	306	55	340
11	234	26	347	41	271	56	318
12	264	27	312	42	306	57	362
13	302	28	274	43	315	58	348
14	293	29	237	44	301	59	363
15	259	30	278	45	356	60	435
						61	491

Вариант 15

Спрос на солярку (январь 1995 – январь 2000г.), тыс. т/мес.

Таблица 4.25

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	113	16	135	31	199	46	191
2	119	17	125	32	199	47	172
3	133	18	149	33	184	48	194
4	130	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Вариант 16

Затрата электроэнергии (январь 1996 – январь 2001г.), тыс. кВт/год.

Таблица 4.26

№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата
1	149	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	137	18	140	33	193	48	243
4	120	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Вариант 17

Спрос на сахар (август 1995 – август 2000 г.), т/мес.

Таблица 4.27

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	2	3	4	5	6	7	8
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302

Продолжение таблицы 4.27

1	2	3	4	5	6	7	8
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Вариант 18

Объем железнодорожных перевозок (январь 1996 – январь 2001г.), млн т/мес.

Таблица 4.28

№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем
1	279	16	356	31	435	46	463
2	285	17	348	32	491	47	407
3	278	18	355	33	505	48	362
4	316	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Вариант 19

Затрата газа в котельной (ноябрь 1996 – ноябрь 2001г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.29

№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата
1	2	3	4	5	6	7	8
1	273	16	315	31	348	46	548
2	236	17	301	32	363	47	559

Продолжение таблицы 4.29

1	2	3	4	5	6	7	8
3	279	18	356	33	435	48	463
4	285	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Вариант 20

Объем автомобильных перевозок между двумя городами (май 1996 – май 2001г.), ткм/мес.

Таблица 4.30

№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем	№ п/п	Объем
1	271	16	405	31	305	46	342
2	316	17	355	32	336	47	406
3	365	18	306	33	340	48	396
4	348	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Вариант 21

Производство молока молочными фермами области (июль 1995 – июль 2000 г.), т/мес.

Таблица 4.31

№ п/п	Произ- вод- ство	№ п/п	Произ- водство	№ п/п	Произ- вод- ство	№ п/п	Произ- вод- ство
1	300	16	274	31	315	46	348
2	295	17	237	32	301	47	363
3	258	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Вариант 22

Расходы на строительство и модернизацию автодорожных объектов (март1996 – март2001г.), тыс. грн/мес.

Таблица 4.32

№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата	№ п/п	Затрата
1	2	3	4	5	6	7	8
1	228	16	317	31	422	46	404
2	241	17	313	32	465	47	359
3	235	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420

Продолжение таблицы 4.32

1	2	3	4	5	6	7	8
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Вариант 23

Заказ на кирпич (июль 1995 – июль 2000 г.), млн шт./мес.

Таблица 4.33

№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ	№ п/п	Заказ
1	292	16	237	31	301	46	363
2	260	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Вариант 24

Спрос на лесоматериалы (февраль 1995 – февраль 2000г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.34

№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос	№ п/п	Спрос
1	2	3	4	5	6	7	8
91	205	16	269	31	412	46	347
2	189	17	270	32	405	47	305

Продолжение таблицы 4.34

1	2	3	4	5	6	7	8
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Вариант 25

Потребление газа в городе (сентябрь 1995 – сентябрь 2000г.), тыс. м³/мес.

Таблица 4.35

№ п/п	Потреб- ление	№ п/п	Потреб- ление	№ п/п	Потреб- ление	№ п/п	Потреб- ление
1	292	16	273	31	301	46	363
2	260	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	347	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	347	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

4.4 Задание 4

Проанализировать временной ряд. Сгладить его с помощью метода экспоненциального сглаживания. Сделать прогноз на 1 период вперед.

Экономические данные взять из предыдущего задания.

5 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ

1 Какие из приведенных ниже статистических данных относятся к вариационным рядам:

- а) данные о динамике уровня инфляции;
- б) данные о производительности труда по хлебозаводам области?

2 Какие из приведенных ниже статистических данных относятся к временным рядам:

- а) данные о прибыли граждан за последние 10 лет;
- б) данные о среднесуточном приросте производства мяса в животноводческих предприятиях области?

3 Указать, какие из коэффициентов корреляции являются возможными:

- а) 0,01;
- б) -0,33;
- в) -1,59.

4 Пусть при изучении зависимости $Y = f(X_1, X_2, X_3)$ матрица парных коэффициентов корреляции оказалась следующей (табл. 5.1).

Таблица 5.1

	B	X1	X2	X3
B	1			
X1	0,8	1		
X2	0,7	0,91	1	
X3	0,6	0,5	0,2	1

Какие факторы целесообразно включить в последующий анализ:

- а) X1 и X2;
- б) X1 и X3;
- в) X2 и X3.

5 Ниже приведены коэффициенты корреляции. Указать, является ли зависимость прямой:

- а) 0,01;
- б) -0,33;
- в) -1,59.

6 Ниже приведены коэффициенты корреляции. Указать, является ли зависимость обратной:

- а) 0,01;
- б) -0,33;
- в) -1,59.

7 Как изменится ширина доверительного интервала при увеличении объема выборки:

- а) увеличится;
- б) уменьшится?

8 Как изменится ширина доверительного интервала при увеличении уровня доверия:

- а) увеличится;
- б) уменьшится?

9 Результаты наблюдений занесены в таблицу 5.2.

Таблица 5.2

x	y
10	4
12	5
14	7
16	8

Определить координаты центра рассеивания:

- а) (12; 6);
- б) (11;7);
- в) (13;6).

6 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ В ПАКЕТЕ EXCEL

При обработке выборок разного вида используется специфический математический аппарат – методы математической статистики и методы анализа случайных процессов. Такая обработка связана с громоздкими и трудоемкими вычислениями, поэтому необходимо использовать математические пакеты, специально предназначенные для обработки статистических данных. В среде Excel for Windows есть специальные возможности для таких расчетов.

6.1 Настройка пакета анализа

Для проведения эконометрического анализа в пакете Excel должен быть установлен «Пакет анализа» (рис. 6.1). Путь: **Сервис – Настройки – Пакет анализа – Ок.**

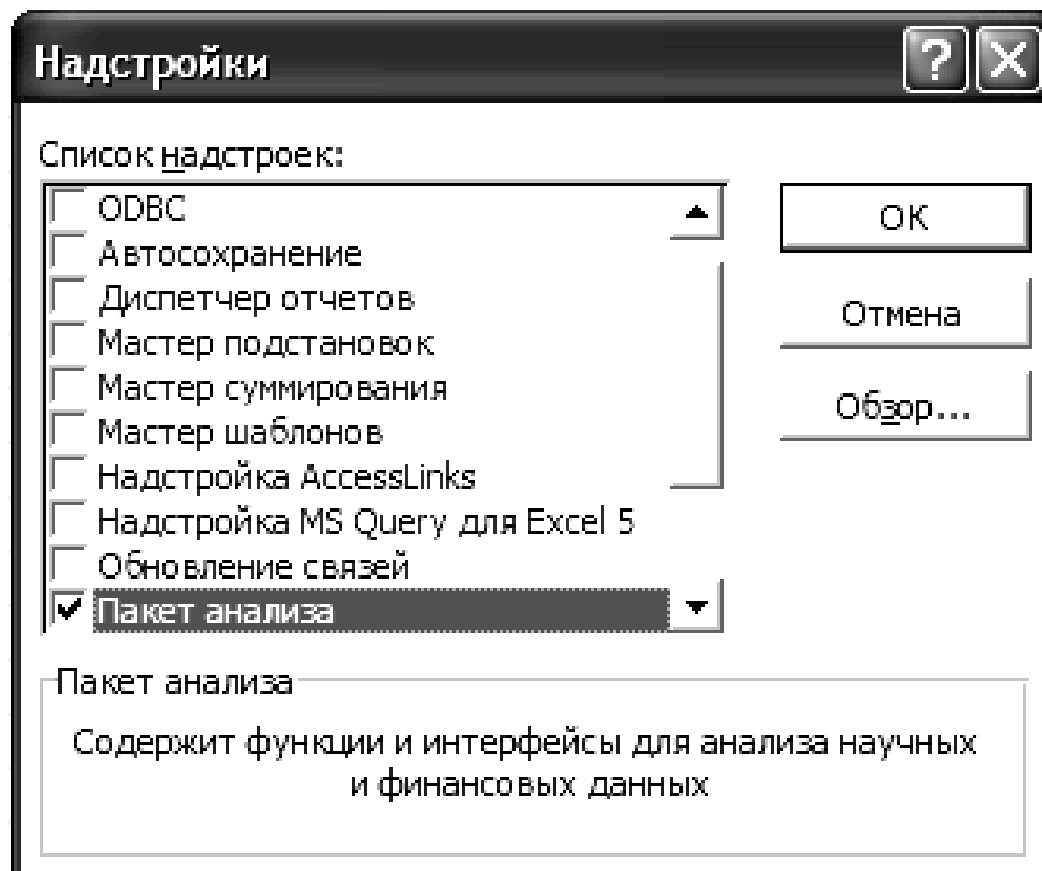


Рисунок 6.1

После этого в меню **Сервис** добавится строка **Анализ данных**.

6.2 Ввод данных

Начальные данные вводятся на рабочий лист пакета Excel (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Строки Excel	Столбцы Excel	
	A	B
1	X	Y
2	6630	39,4
3	2340	42,79
4	8492	38,93
5	8540	38,34
6	2901	46,96
7	7224	40,69
8	1920	46,05
9	2569	43,5
10	3520	56,11
11	2911	44,69
12	6921	40,15
13	7671	40,44
14	1586	69,76
15	3223	42,99
16	5410	39,48

6.3 Построение корреляционного поля

По начальным данным строится корреляционное поле с помощью «Мастера диаграмм», тип диаграммы – точечная.

Диаграмма форматируется так, чтобы начальные данные представлялись наиболее четко (рис. 6.2).

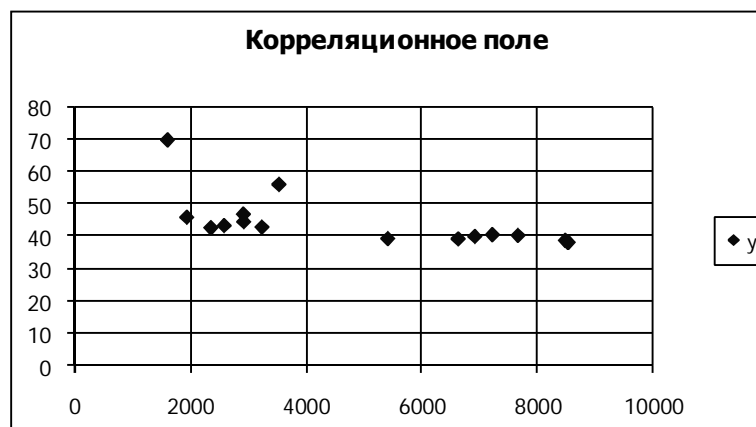


Рисунок 6.2

6.4 Нахождение коэффициента корреляции

Выбирается пункт меню **Сервис – Анализ данных – Корреляция**.

Задается входной интервал для X и Y – A1:B16 (группирование данных – по столбцам), устанавливается флажок в окошке «Метки» (это означает, что в первой строке – имена данных – X и Y), «Выходной диапазон» – на новый лист или указывается диапазон на исходном листе (рис. 6.3).

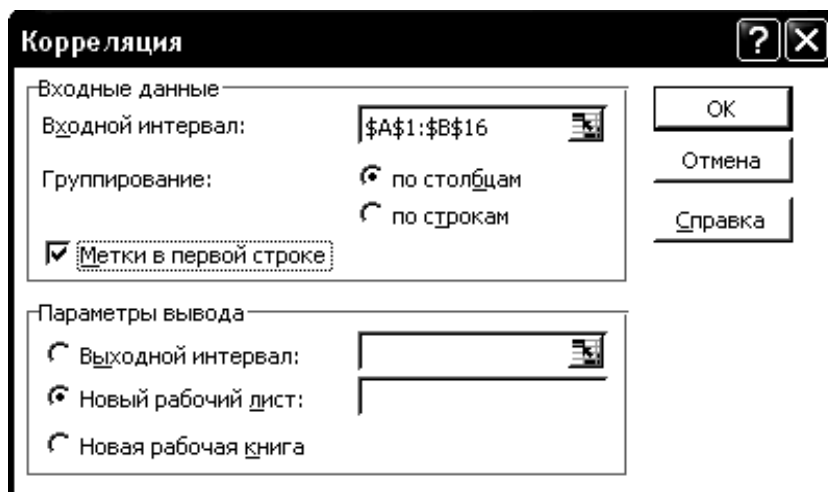


Рисунок 6.3

Замечание:

1 Для двухфакторной регрессии выделяется весь диапазон данных (X1, X2,Y).

2 Для однофакторной регрессии «Выходной диапазон» – выделяется блок 3 на 3, для двухфакторной – 4 на 4 ячейки.

3 Полученная матрица симметрична относительно главной диагонали.

Получаем матрицу следующего вида (табл. 6.2) для однофакторной регрессии.

Таблица 6.2

	X	Y
X	1	
Y	-0,61975	1

Соответствие:

	X	Y
X	r_{xx}	
Y	r_{xy}	r_{yy}

6.5 Нахождение основных числовых характеристик

Чтобы найти основные числовые характеристики, выбираем пункт меню **Сервис – Анализ данных – Описательная статистика**.

Задаем входной интервал для X и Y – A1:B16; устанавливаем флажок в окошках «Метки» и «Итоговая статистика»; «Выходной диапазон» –

на новый лист или указать выходной интервал (блок из 15 строк и 4 столбцов для однофакторной регрессии) на исходном листе (рис. 6.4).

Рисунок 6. 4

Получаем следующую таблицу 6.3 для однофакторной регрессии.

Таблица 6.3

	X	Y	Пояснения
Среднее	4790,533333	44,68533333	Среднее значение
Стандартная ошибка	657,9484194	2,134904897	
Медиана	3520	42,79	
Мода	#N/A	#N/A	
Стандартное отклонение	2548,223271	8,268451113	Среднеквадратичное отклонение
Дисперсия выборки	6493441,838	68,36728381	Дисперсия выборки
Эксцесс	-1,712674833	6,049645013	
Асимметричность	0,280614344	2,374906795	
Интервал	6954	31,42	
Минимум	1586	38,34	Минимальное значение
Максимум	8540	69,76	Максимальное значение
Сумма	71858	670,28	
Счет	15	15	Объем выборки

6.6 Нахождение параметров линейной регрессии

Чтобы найти параметры регрессии, выбираем пункт меню **Сервис – Анализ данных – Регрессия**. Здесь задаем диапазоны отдельно для Y, отдельно – для X (для многофакторной регрессии в поле «Входной интервал X» выделяем все значения факторов), устанавливаем флажок в окошке «Метки», «Исходный диапазон» – на новый лист. Ок (рис. 6.5).

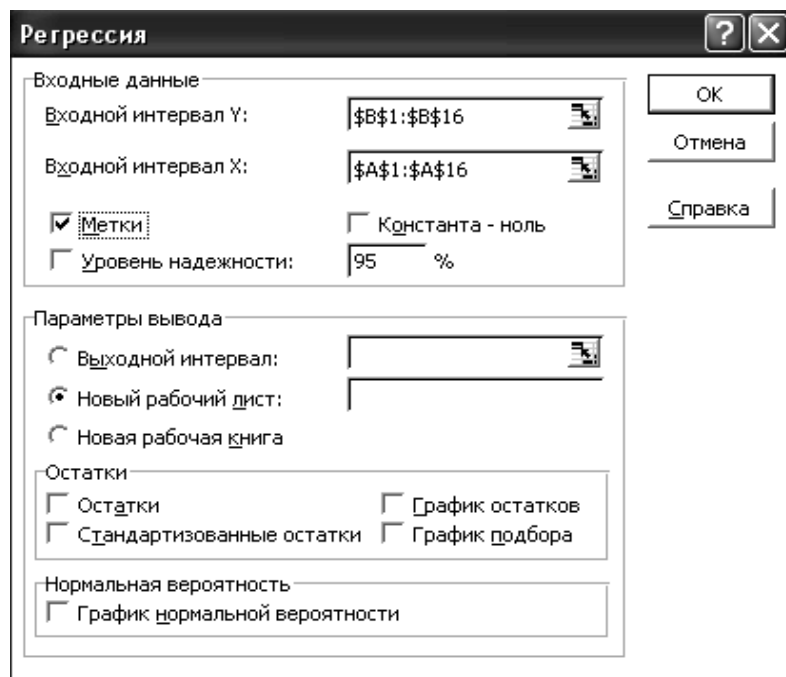


Рисунок 6.5

Результат получили в виде таблицы (рис. 6.6).

Вывод итогов								
<i>Регрессионная статистика</i>								
Множественный R	0,61974714							
R-квадрат	0,384086518							
Нормированный R-квадрат	0,336708557							
Стандартная ошибка	6,734050364							
Наблюдения	15							
Дисперсионный анализ								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
Регрессия	1	367,6253273	367,6253273	8,106860574	0,013729018			
Остаток	13	589,516646	45,34743431					
Итого	14	957,1419733						
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>
Y-пересечение	54,31885511	3,804055967	14,27919452	2,53059E-09	46,10069341	62,5370168	46,1006934	62,537017
x	-0,00201095	0,000706277	-2,847254919	0,013729018	-0,00353677	-0,00048513	-0,0035368	-0,0004851

Рисунок 6.6

Из этой таблицы выбираем следующие величины (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Название в Excel	Значение	Для данного примера
1	2	3
Y - пересечение	Коэффициент b_0	54,31885511
X	Коэффициент b_1	-0,00201095
R - квадрат	Коэффициент детерминации R^2	0,384086518
Множественный R	Коэффициент корреляции (по модулю)	0,61974714
Стандартная ошибка в регрессионной статистике	Среднее квадратическое отклонение остатков	6,734050364
Наблюдение	Объем выборки	15
F	Наблюдаемое значение F-критерия	8,106860574
Значимость F	Уровень значимости для критерия Фишера	0,013729018
df Регрессия Остаток	Число степеней свободы: k1 k2	1 13
Стандартная ошибка (рядом со значением коэффициентов)	Дисперсия коэффициентов	3,804055967 0,000706277
Столбец t-статистика	Наблюдаемое значение критерия Стьюдента	14,27919452 -2,847254919
Столбец P-значение	Значимость коэффициентов по критерию Стьюдента	$2,53059 \cdot 10^{-9}$ 0,013729018

6.7 Нахождение критической точки распределения Стьюдента

Выбираем команду «Вставка функции», категорию «Статистические», функцию СТЬЮДРАСПОБР. Вводим требуемую вероятность (0,05) и число степеней свободы ($k2 = n - 2$), получим для данного примера 2,16.

6.8 Дополнительные возможности Excel

Пакет «Анализ данных» используется для обработки и экстраполяции сложных и нелинейных данных. Для более простых расчетов или для дополнения регрессионного анализа можно использовать некоторые дополнительные возможности Excel.

Ряды данных, которые изображены на двумерных диаграммах (точечных, графике, с областями, линейчатых, гистограммах, биржевых, пузырьковых) можно дополнить линиями тренда. Линии тренда позволяют графически отображать изменение данных и прогнозировать их последующие изменения. Это также относится к регрессионному анализу. Используя его, можно продлить линию тренда в диаграмме за пределы реальных данных для предсказания следующих значений. Например, нижеприведенная диаграмма (рис. 6.7) использует простую линейную линию тренда, которая является прогнозом на 4 квартала вперед, для демонстрации тенденции увеличения дохода (табл. 6.5).

Таблица 6.5

Квартал	Доход, млн грн.
Квартал1	2
Квартал2	2,24
Квартал3	2,49
Квартал4	2,51

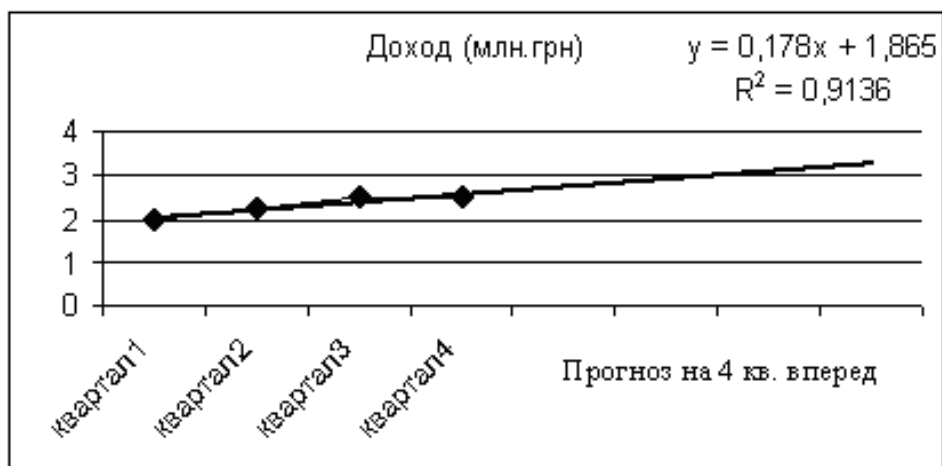


Рисунок 6.7

Существует шесть разных видов линий тренда (аппроксимации и сглаживания), которые могут быть добавлены на диаграмму Microsoft Excel. Способ нужно выбирать в зависимости от типа данных. Линия тренда лучше всего приближается к изображенной на диаграмме зависимости, если значение R^2 (R-квадрат) равняется или близко к единице. В Excel значение R^2 рассчитывается автоматически, и его можно вывести на диаграмму.

1 Линейная аппроксимация — это прямая линия, которая используется в простых случаях, когда точки данных приближены к прямой. То есть линейная аппроксимация подходит для величины, которая растет или убывает с постоянной скоростью. На нижеприведенной диаграмме (рис. 6.8) прямая линия описывает стабильный рост продажи холодильников в течение 13 лет. Значение $R^2=0,9036$, это близко к единице, что подтверждает хорошее совпадение рассчитанной линии с данными.



Рисунок 6.8

2 Логарифмическая аппроксимация используется для описания величины, которая сначала быстро растет или уменьшается, а затем стабилизируется. На нижеприведенной диаграмме (рис. 6.9) логарифмическая кривая описывает прогнозируемый рост популяции животных, которые живут на территории с фиксированными пределами.

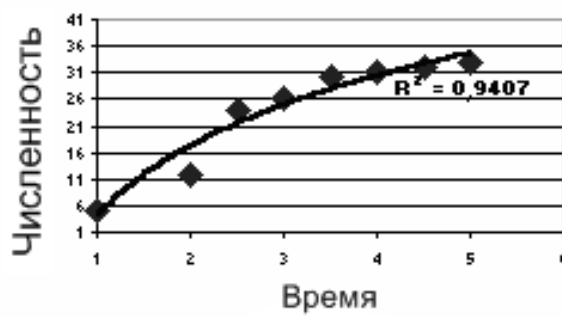


Рисунок 6.9

3 Полиномиальная аппроксимация используется для описания нестабильной величины, которая то растет, то уменьшается. Степень полинома определяется количеством экстремумов кривой. В следующем примере полином второй степени (один максимум) описывает зависимость расхода бензина от скорости автомобиля. Значение $R^2 = 0,9474$ – близко к единице (рис. 6.10).

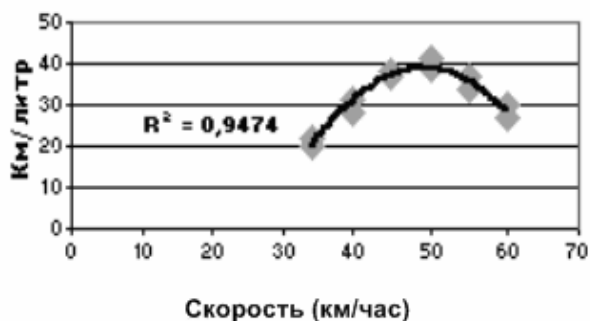


Рисунок 6.10

4 Степенная аппроксимация используется для описания величины, которая или монотонно растет, или монотонно уменьшается. Данные не могут быть нулевыми, или отрицательными.

5 Экспоненциальная аппроксимация используется в тех случаях, когда скорость изменения данных растет. Как и для степенной аппроксимации, данные не могут быть нулевыми, или отрицательными. В нижеприведенной диаграмме (рис. 6.11) экспоненциальная линия тренда описывает содержание радиоактивного углерода – 14 в зависимости от возраста органического объекта.

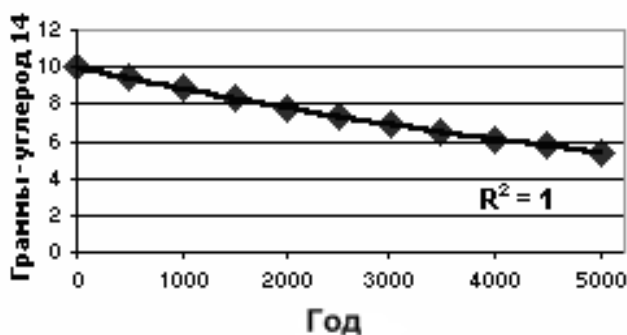


Рисунок 6.11

6 Использование в качестве аппроксимации скользящего среднего позволяет сгладить колебание и, таким образом, более наглядно показать характер зависимости. Такая линия тренда строится по заданному количеству точек. Данные усредняются и полученный результат используется в качестве среднего значения для приближения. В нижеприведенной диаграмме показана зависимость количества продаж в течение 26 недель, полученная методом скользящего среднего (рис. 6.12).

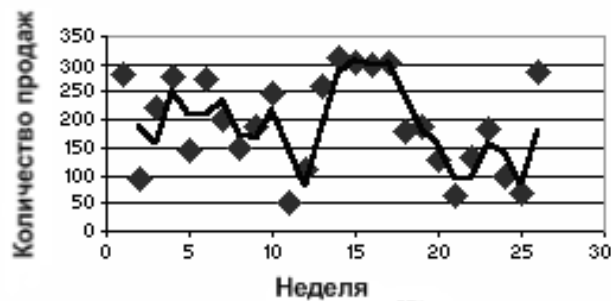


Рисунок 6.12

Чтобы добавить линию тренда на диаграмму, нужно:

- 1 Выделить область диаграммы.
- 2 В меню **Диаграмма** выбрать команду **Добавить линию тренда**.
- 3 В двустраничном окне, которое появится, на странице **Тип** выбрать тип линии тренда (один из тех, которые были описаны выше), на странице **Параметры** отметить **Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)**.

6.9 Скользящие средние

Скользящие средние используются для расчета значений в прогнозируемом периоде на базе среднего значения переменной для указанного количества предыдущих периодов. Скользящие средние несут в себе данные о тенденциях изменения данных. Этот метод может использоваться для прогноза сбыта, запасов и других экономических процессов. Расчет прогнозируемых значений в Microsoft Excel выполняется по формуле:

$$F_{(t+1)} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{t-j+1},$$

где k – количество предыдущих периодов, которые входят в скользящий средний;

x_j – фактическое значение в момент времени j ;

F_j – прогнозируемое значение в момент времени j .

Выбираем команду: **Сервис – Анализ данных – Скользящие средние**. В поле «Входной интервал» задаем диапазон данных. Это должен быть столбец или строка, которая имеет не менее 4 клеток. Если данные выделены вместе с заголовком, то нужно отметить окошко «Метки в первой строке/столбце». В поле «Интервал» нужно задать количество периодов, необходимых для расчета скользящего среднего (автоматически берется 3). В поле «Выходной интервал» нужно указать левую верхнюю

ячейку для печати расчетных значений на тех же листах, в которых находятся начальные данные. Если начальных данных недостаточно для построения прогноза, Excel возвращает значение #Н/Д. Чтобы увидеть рядом с расчетными значениями значение стандартной ошибки, нужно отметить окно «Стандартные погрешности». Отметить окно «Печать графика» для автоматического создания встроенной диаграммы (рис. 6.13)

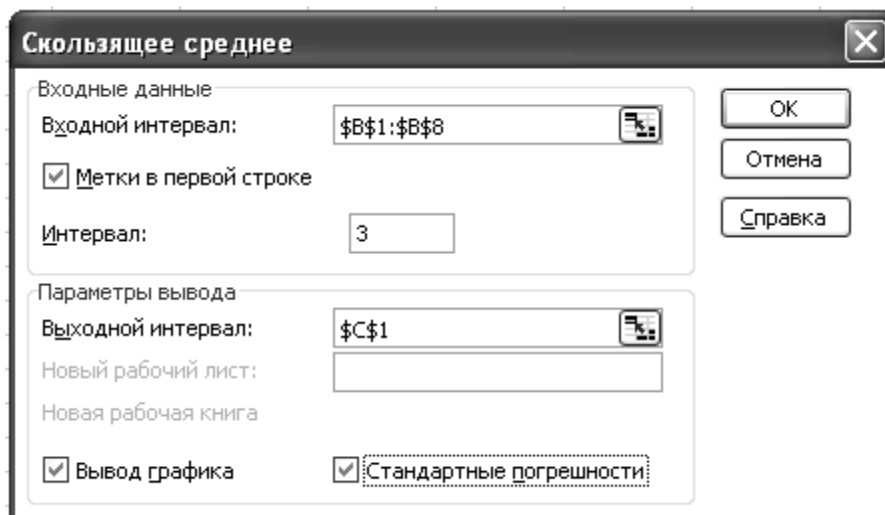


Рисунок 6.13

6.10 Экспоненциальное сглаживание

Экспоненциальное сглаживание используется для предсказания значений на основе прогноза для предыдущего периода, скорректированного с учетом ошибок в этом прогнозе. При анализе используют константу сглаживания, по значению которой определяют степень влияния на прогнозы ошибок в предыдущем периоде.

Выбираем команду: **Сервис – Анализ данных – Экспоненциальное сглаживание**.

В поле «Входной интервал» задаем диапазон данных. Это должен быть столбец или строка, которая имеет не менее 4 ячеек. Если данные выделены вместе с заголовком, то нужно отметить окошко «Метки». В поле «Фактор затухания» ввести значение константы экспоненциального сглаживания α . Это тот фактор, который будет минимизировать нестабильность данных генеральной совокупности.

Обычно α берут $0,2 \div 0,3$. Это значит, что ошибка текущего прогноза установлена на уровне от 20 до 30% от ошибки предыдущего прогноза. Большие значения α ускоряют отклик, но могут привести к непредсказуемым результатам. Низкие значения α могут привести к большим разрывам между расчетными значениями.

Автоматически устанавливается фактор затухания, который равняется 0,3.

В поле «Выходной интервал» нужно указать левую верхнюю ячейку для печати расчетных значений на тех же листах, где находятся начальные данные. Если начальных данных недостаточно для построения прогноза, Excel возвращает значение #Н/Д. Чтобы увидеть рядом с расчетными значениями значение стандартной ошибки, нужно отметить окно «Стандартные погрешности».

Чтобы построить диаграмму для фактических и прогнозируемых значений, установите «флажок» в окне «Печать графика» (рис. 6.14).

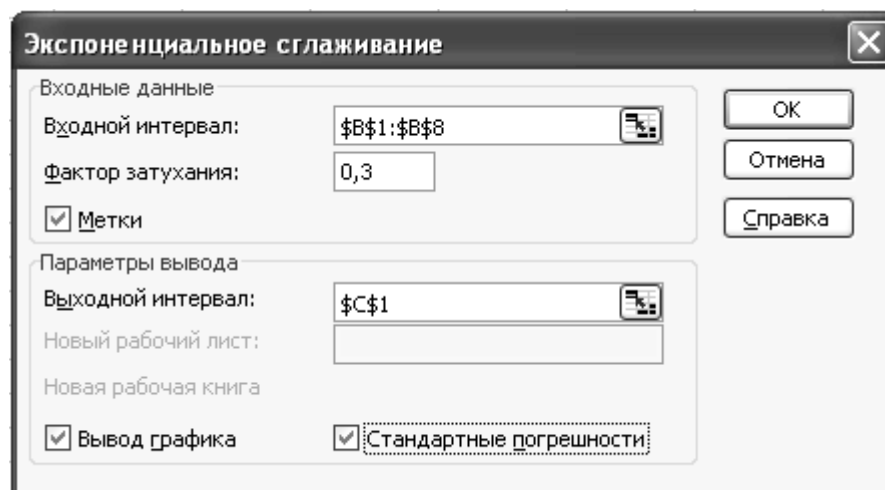


Рисунок 6.14

7 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

7.1 План построения линейной однофакторной модели

Строим линейную модель вида $y = b_0 + b_1 x$.

Последовательность действий:

1 Вводим данные. Определяем основные статистики.

2 Строим корреляционное поле.

3 Определяем тесноту линейной связи по коэффициенту корреляции.

4 Записываем линейную модель вида $y = b_0 + b_1 x$.

5 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации R^2 . Проверяем полученную модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Все последующие расчеты выполняются только при условии адекватности модели начальным статистическим данным.

6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели.

7 По полученной модели рассчитываем значение показателя y для всех точек выборки и в точке прогноза.

8 Рассчитываем полуширину доверительного интервала.

9 Рассчитываем доверительный интервал для всех точек выборки и в точке прогноза: $(\hat{y} - \delta, \hat{y} + \delta)$.

10 Строим доверительную область.

11 Рассчитываем коэффициент эластичности.

12 Используя полученные данные и теоретические сведения, делаем эконометрический анализ – описываем процесс построения модели и все сопутствующие расчеты.

Пример выполнения

Экономические данные

Производительность труда и уровень рентабельности по плодоовощным консервным заводам области за год заданы в таблице 7.1.

Таблица 7.1

Номер	Производительность труда, грн	Уровень рентабельности, %
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1	7224	31,3
2	3223	23,7
3	1586	10,3
4	7671	30,2
5	6921	32,2
6	2340	24,8
7	3520	13,4

Продолжение таблицы 7.1

1	2	3
8	2569	23,4
9	1920	20,1
10	9410	37,9
11	2901	20
12	8492	35,1
13	6630	37,2
14	2911	23,2
15	11540	39,4

Выполнение задания

1 Вводим данные в виде таблицы 7.1. Обозначим: x – производительность труда, грн, y – уровень рентабельности, %. Определяем основные статистики. Для этого в меню **Сервис** выбираем команду **Анализ данных**, из списка **Инструменты анализа** выбираем **Описательная статистика**, **Ок** (см. п6.5). Результат получим в виде таблицы (рис. 7.1). В ней жирным шрифтом выделены значения, которые понадобятся дальше.

x		y	
Среднее	5257,2	Среднее	26,81333
Стандартная ошибка	816,7708	Стандартная ошибка	2,289788
Медиана	3520	Медиана	24,8
Мода	#N/D	Мода	#N/D
Стандартное отклонение	3163,34	Стандартное отклонение	8,868312
Дисперсия выборки	10006718	Дисперсия выборки	78,64695
Эксцесс	-0,97862	Эксцесс	-0,76191
Асимметричность	0,55141	Асимметричность	-0,27517
Интервал	9954	Интервал	29,1
Минимум	1586	Минимум	10,3
Максимум	11540	Максимум	39,4
Сумма	78858	Сумма	402,2
Счет	15	Счет	15

Рисунок 7.1

Получили, что среднее значение производительности труда равняется 5257,2 грн, она изменяется в пределах от 1586 грн (минимум) до 11540 грн (максимум), что задает область прогнозов – диапазон, из которого допустимо выбирать значение фактора x (грн.), для прогноза уровня рентабельности y (%). $x_{n?} = 5257,2$ задает центр области прогнозов. Среднее квадратичное отклонение 33163,34 характеризует отклонение значений производительности труда по плодоовощным консервным заводам области за год в среднем от среднего значения.

2 Для определения связи между фактором x и показателем y построим корреляционное поле: **Мастер диаграмм, тип – Точечная, вид – Точечная** (рис. 7.2).

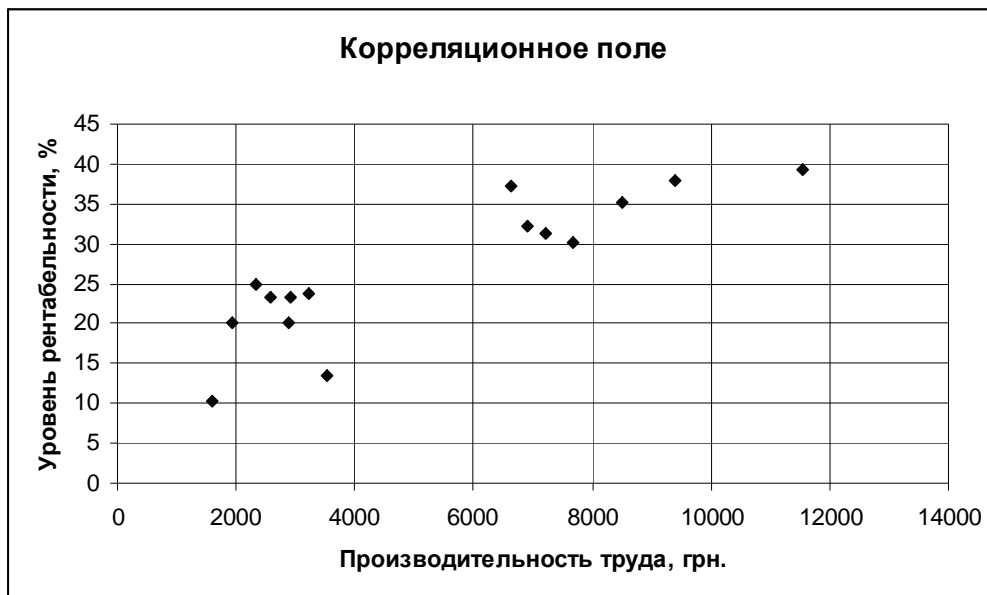


Рисунок 7.2

По виду корреляционного поля можно выдвинуть гипотезу, что между фактором x и показателем y есть линейная связь.

3 Для подтверждения найдем коэффициент корреляции: **Сервис – Анализ данных – Корреляция, Ок** (см. п 6.4). Результат получим в виде таблицы (рис. 7.3).

	x	y
x	1	
y	0,876868	1

Рисунок 7.3

Коэффициент корреляции $r_{xy} \approx 0,877$. Это значит, что между x и y существует достаточная линейная связь. Формулу этой связи будем искать в виде $y = b_0 + b_1x$.

4 Параметры модели b_0 и b_1 найдем по методу наименьших квадратов: **Сервис – Анализ данных – Регрессия, Ок** (см. пб.6). Результат получим в виде таблицы (рис. 7.4).

Чтобы дополнительно получить прогнозируемые значения $y(x)$ (рис. 7.5) и график (рис. 7.6), в диалоговом окне «Регрессия» нужно установить флажок в окне «График подбора».

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,876867607					
R-квадрат	0,7688968					
Нормированный R-квадрат	0,751119631					
Стандартная ошибка	4,424215473					
Наблюдения	15					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	846,5994602	846,5994602	43,25192554	0,000018	
Остаток	13	254,4578732	19,57368255			
Итого	14	1101,057333				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	13,88972928	2,272985648	6,110786177	0,000037	8,979242339	18,80021622
x	0,002458268	0,000373789	6,576619613	0,000018	0,001650746	0,003265789

Рисунок 7.4

Наблюдение	Предсказанное y	Остатки
1	31,64825391	-0,348253909
2	21,81272553	1,887274474
3	17,78854158	-7,488541581
4	32,74709949	-2,547099494
5	30,90339885	1,296601152
6	19,6420753	5,157924702
7	22,54283098	-9,142830982
8	20,20501856	3,194981438
9	18,60960294	1,490397064
10	37,02202673	0,877973273
11	21,02116338	-1,021163382
12	34,76533714	0,334662864
13	30,188043	7,011957003
14	21,04574606	2,154253943
15	42,25813656	-2,858136564

Рисунок 7.5

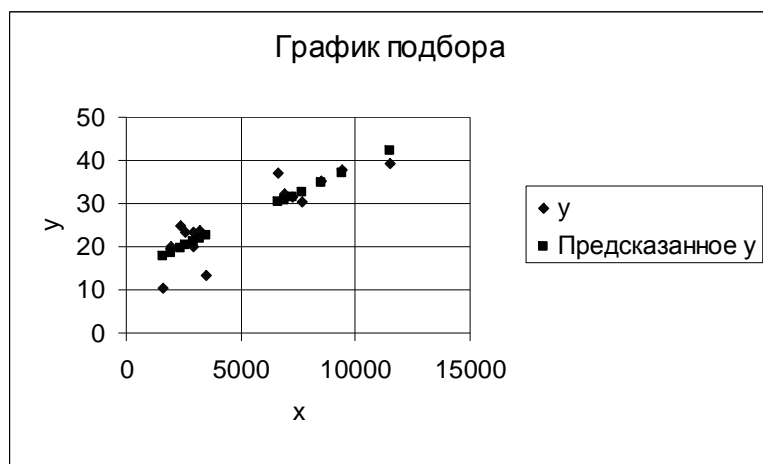


Рисунок 7.6

Параметры модели b_0 и b_1 берем в столбце «Коэффициенты» (рис. 7.4): $b_0 = 13,89$, $b_1 = 0,0025$. Модель будет иметь вид: $y = 13,89 + 0,0025x$.

5 Определяем общее качество модели по значению коэффициента детерминации $R^2 = 0,769$ (рис. 7.4). Это значит, что 76,9% исходных данных объясняется построенной моделью, а 23,1% – это необъясненный разброс. Общее качество модели – хорошее.

Проверяем модель на адекватность с помощью критерия Фишера.

Значимость $F = 0,000018$ (рис. 7.4). Это меньше 0,05, то есть, с надежностью 0,95 можно утверждать, что модель адекватна начальным данным.

6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели b_0 и b_1 с помощью критерия Стьюдента. Для коэффициента b_0 p – значение равно 0,000037 (рис. 7.4). Это меньше 0,05 \Rightarrow коэффициент b_0 статистически значим. Для коэффициента b_1 p – значение равно 0,000018 $<$ 0,05 \Rightarrow коэффициент b_1 статистически значим.

Мы получили адекватную модель зависимости уровня рентабельности (y) от производительности труда (x): $y = 13,89 + 0,0025x$.

7 По полученной модели рассчитываем значение показателя y для всех точек выборки и в точке прогноза. Точку прогноза выбираем из области прогноза $1586 \leq x \leq 11540$. Например, $x_{i?} = 5000$. Дописываем x_{np} в таблицу (рис. 7.7) и выполняем расчет по модели так, как это показано в таблицах (рис. 7.7, 7.8).

x	y	y(x)	Delta	y_min	y_max	Ex
7224	31,3	31,648	9,998345	21,650	41,647	0,56
3223	23,7	21,813	10,00714	11,806	31,820	0,36
1586	10,3	17,789	10,30695	7,482	28,095	0,22
7671	30,2	32,747	10,062	22,685	42,809	0,58
6921	32,2	30,903	9,962408	20,941	40,866	0,55
2340	24,8	19,642	10,14858	9,493	29,791	0,29
3520	13,4	22,543	9,970574	12,572	32,513	0,38
2569	23,4	20,205	10,10726	10,098	30,312	0,31
1920	20,1	18,610	10,23263	8,377	28,842	0,25
9410	37,9	37,022	10,42546	26,597	47,447	0,62
2901	20	21,021	10,05309	10,968	31,074	0,34
8492	35,1	34,765	10,21116	24,554	44,977	0,60
6630	37,2	30,188	9,933446	20,255	40,121	0,54
2911	23,2	21,046	10,05157	10,994	31,097	0,34
11540	39,4	42,258	11,09887	31,159	53,357	0,67
5000		26,181	9,873579	16,307	36,055	0,47
b0=	13,89					
b1=	0,0025					
Стандартная ошибка	4,424215473					
t_кр=	2,160368652					
Среднее (x)	5257,2					
Дисперсия выборки (x)	10006718,03					

Рисунок 7.7

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y	y(x)	Delta	y_min	y_max	Ex
2	7224	31,3	=B\$20-B\$21*A2	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A2-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C2-D2	=C2-D2	=B\$21*A2/C2
3	3223	23,7	=B\$20-B\$21*A3	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A3-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C3-D3	=C3-D3	=B\$21*A3/C3
4	1586	10,3	=B\$20-B\$21*A4	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A4-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C4-D4	=C4-D4	=B\$21*A4/C4
5	7671	30,2	=B\$20-B\$21*A5	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A5-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C5-D5	=C5-D5	=B\$21*A5/C5
6	6921	32,2	=B\$20-B\$21*A6	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A6-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C6-D6	=C6-D6	=B\$21*A6/C6
7	2340	24,8	=B\$20-B\$21*A7	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A7-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C7-D7	=C7-D7	=B\$21*A7/C7
8	3520	13,4	=B\$20-B\$21*A8	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A8-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C8-D8	=C8-D8	=B\$21*A8/C8
9	2569	23,4	=B\$20-B\$21*A9	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A9-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C9-D9	=C9-D9	=B\$21*A9/C9
10	1920	20,1	=B\$20-B\$21*A10	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A10-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C10-D10	=C10-D10	=B\$21*A10/C10
11	9410	37,9	=B\$20-B\$21*A11	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A11-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C11-D11	=C11-D11	=B\$21*A11/C11
12	2901	20	=B\$20-B\$21*A12	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A12-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C12-D12	=C12-D12	=B\$21*A12/C12
13	8492	35,1	=B\$20-B\$21*A13	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A13-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C13-D13	=C13-D13	=B\$21*A13/C13
14	6630	37,2	=B\$20-B\$21*A14	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A14-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C14-D14	=C14-D14	=B\$21*A14/C14
15	2911	23,2	=B\$20-B\$21*A15	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A15-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C15-D15	=C15-D15	=B\$21*A15/C15
16	11540	39,4	=B\$20-B\$21*A16	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A16-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C16-D16	=C16-D16	=B\$21*A16/C16
17	5000		=B\$20-B\$21*A17	=B\$22*B\$23*КОРЕНЬ(1+1/15+((A17-B\$24)^2)/14*B\$25)	=C17-D17	=C17-D17	=B\$21*A17/C17
18							
19		Коэффициенты					
20	b0=	13,8897292806605					
21	b1=	0,0024582675288505					
22	Стандартная ошибка	4,42421547283548					
23	t_кр=	=СТЮДРАСПОБР(0,05;15-					
24	Среднее (x)	5257,2					
25	Дисперсия выборки (x)	10006718,0285714					

Рисунок 7.8

Проверьте: значения $y(x)$ из таблицы (рис. 7.7) и значения «Предсказанное y » из таблицы (рис. 7.5) должны совпадать.

8 Для построения доверительного интервала для прогноза рассчитываем его полуширину по формуле

$$\delta = \sigma_e \cdot t_\gamma \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{np} - \bar{x})^2}{(n-1)D(x)}},$$

где σ_e – стандартная ошибка $\sigma_e = 4,424$ (рис. 7.4);

t_γ – критическая точка распределения Стьюдента для надежности $\gamma = 0,95$ и количества степеней свободы $k2 = n - 2 = 13$;

$n = 15$ – количество наблюдений;

$D(x) = 1,0006716$ – дисперсия выборки (рис. 7.1);

$\bar{x} = x_{cp} = 5257,2$ – среднее значение (рис. 7.1);

$x_{np} = 5000$ – точка из области прогнозов.

Добавляем еще один столбец *Delta* и выполняем расчет так, как показано в таблицах (см. рис. 7.7, 7.8).

9 Далее рассчитываем левый предел доверительного интервала по формуле $y_{\min} = y(x) - \text{delta}$, правый – $y_{\max} = y(x) + \text{delta}$ (см. рис. 7.7, рис. 7.8).

В 17-й строке таблицы (рис. 7.7) находится прогноз.

Точечный: для заданного значения производительности труда 5000грн (x_{np}) прогнозируемое значение уровня рентабельности ($y(x_{np})$) составляет 26,181%.

Прогноз с учетом доверительного интервала: для заданного значения производительности труда 5000грн прогнозируемое значение уровня рентабельности с надежностью 95% лежит в пределах от 16,307% (y_{\min}) до 36,055% (y_{\max}).

10 Строим доверительную область: **Диаграмма – Точечная – Точечная**. В качестве входных данных выделяем столбцы x , y , $y(x)$, y_{\min} , y_{\max} (рис. 7.9).

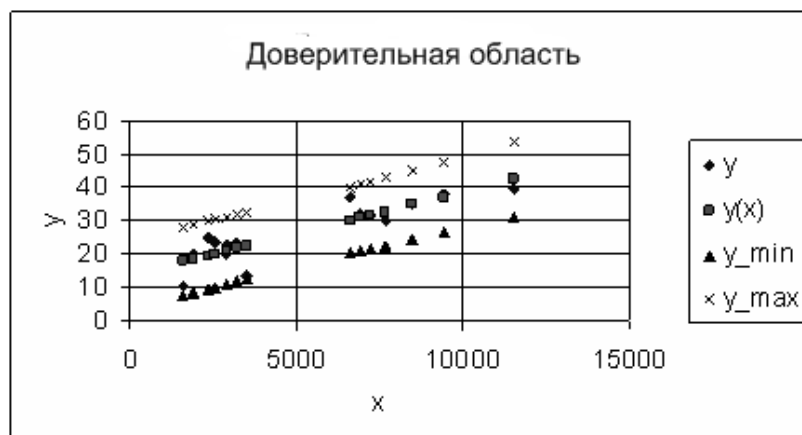


Рисунок 7.9

11 Рассчитываем коэффициент эластичности по формуле:

$$E_x = \frac{x}{y(x)} \cdot y'_x.$$

Для линейной модели –

$$y'_x = b_1.$$

Получим:

$$E_x = \frac{b_1 x}{y(x)}.$$

Выполняем расчет, как это показано в таблицах (см. рис. 7.7, 7.8):

Коэффициент эластичности показывает, что при увеличении значения фактора производительности труда $x_{np} = 5000$ грн на 1% значение уровня рентабельности ($y(x)$) увеличится от 26,181% на 0,47%.

Выводы

Выполненный эконометрический анализ показывает, что зависимость уровня рентабельности по плодоовощным заводам области за год (%) от производительности труда x (грн) может быть описана линейной моделью $y = 13,89 + 0,0025 \cdot x$. При этом все коэффициенты модели статистически значимы, а сама модель адекватна.

Для заданного значения $x_{np} = 5000$ грн прогнозируемое значение уровня рентабельности составляет 26,181%, или, с надежностью 0,95 лежит в пределах от 16,307% до 36,055%.

Коэффициент эластичности показывает, что при увеличении производительности труда от 5000 грн на 1% соответствующий уровень рентабельности увеличивается на 0,47%.

Примечание. Лист с расчетами в Excel выглядит так, как показано на рисунке 7.7, а соответствующий лист с формулами Excel – на рисунке 7.8.

7.2 План построения нелинейной однофакторной модели

Последовательность действий

- 1 Вводим данные. Определяем основные статистики.
- 2 Строим корреляционное поле. По его виду выдвигаем гипотезу о нелинейной зависимости между x и y .
- 3 Линеаризуем нелинейную модель с помощью формул перехода (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Вид зависимости	Линеаризующая подстановка		Обратное преобразование		
	$u =$	$v =$	$a =$	$b =$	$y =$
$y = \frac{a}{x} + b$	$\frac{1}{x}$	y	b_1	b_0	v
$y = a\sqrt{x} + b$	\sqrt{x}	y	b_1	b_0	v
$y = ax^b$	$\ln x$	$\ln y$	e^{b_0}	b_1	e^v
$y = a \cdot \ln x + b$	$\ln x$	y	b_1	b_0	v
$y = e^{ax} \cdot b$	x	$\ln y$	b_1	e^{b_0}	e^v
$y = a \cdot x^2 + b$	x^2	y	b_1	b_0	v

Получаем линейную модель относительно новых переменных $v = b_0 + b_1 u$.

4 Определяем тесноту линейной связи между u и v по значению коэффициента корреляции.

5 Записываем линейную модель вида $v = b_0 + b_1 u$.

6 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации R^2 . Проверяем полученную модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Все последующие расчеты выполняются только при условии адекватности модели исходным статистическим данным.

7 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели.

8 По полученной модели рассчитываем значение показателя v для всех точек выборки и в точке прогноза (точку прогноза выбираем произвольно из области прогноза).

9 Рассчитываем полуширину доверительного интервала.

10 Рассчитываем доверительный интервал для всех точек выборки и в точке прогноза: $(\hat{v} - \delta, \hat{v} + \delta)$.

11 Если линеаризованная модель $v = b_0 + b_1 u$ адекватна (по критерию Фишера), то и исходная нелинейная модель будет адекватна.

12 По формулам обратного перехода (см.табл. 7.2) пересчитываем значение y , y_{min} (левый предел доверительного интервала), y_{max} (правый предел доверительного интервала).

13 Строим доверительную область.

14 Рассчитываем коэффициент эластичности. Для наиболее часто встречающихся функций формулы даны в таблице 7.3.

15 Используя полученные данные и теоретические сведения, делаем эконометрический анализ – описываем процесс построения модели и все сопутствующие расчеты.

Таблица 7.3

Вид функции $y(x)$	Производная $y'(x)$	Коэффициент эластичности $E_x = \frac{x}{y(x)} y'_x$
1	2	3
$y = b_0 + b_1 x$	b_1	$\frac{b_1 x}{y(x)}$
$y = a\sqrt{x} + b$	$\frac{a}{2\sqrt{x}}$	$\frac{a\sqrt{x}}{2 \cdot y(x)}$
$y = ax^b$	abx^{b-1}	b
$y = \frac{a}{x} + b$	$\frac{-a}{x^2}$	$\frac{-a}{a + bx}$
$y = \frac{1}{ax + b}$	$\frac{-a}{(ax + b)^2}$	$-ax \cdot y(x)$

Продолжение таблицы 7.3

1	2	3
$y = ax^2 + b$	$2ax$	$\frac{2ax^2}{y(x)}$
$y = be^{ax}$	abe^{ax}	ax
$y = a \ln x + b$	$\frac{a}{x}$	$\frac{a}{y(x)}$

Пример выполнения

1 Начальные данные возьмем те, что в предыдущем примере. Поэтому основные статистики будут такими же.

2 Строим корреляционное поле (рис. 7.10). Можно видеть, что с ростом x значение y сначала возрастает, а затем стабилизируется. Поэтому можно выдвинуть гипотезу, что связь между y и x описывается логарифмической моделью: $y = a \ln x + b$.

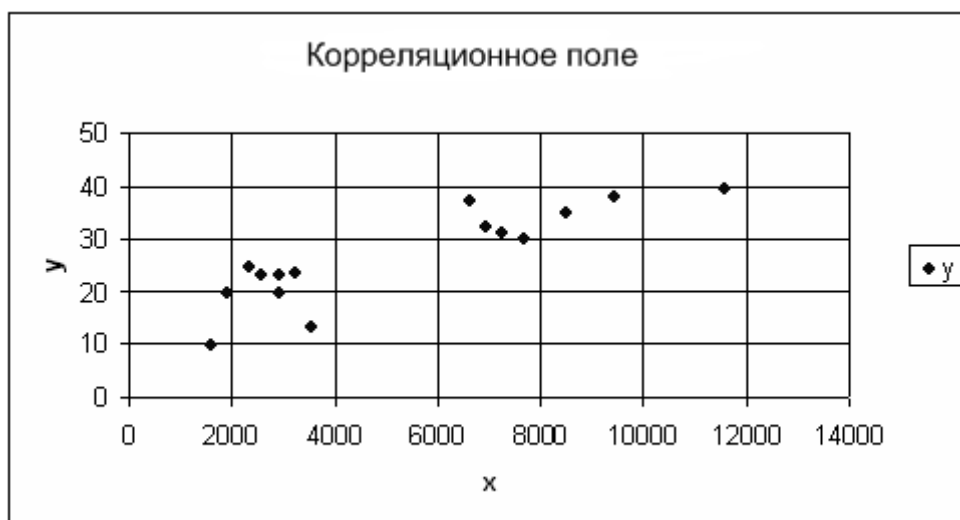


Рисунок 7.10

3 Приведем эту модель к линейной с помощью формул перехода (табл. 7.2): $u = \ln x$, $v = y$. Добавляем 2 столбца к таблице (рис. 7.12) и выполняем расчеты так, как показано в таблицах (см. рис. 7.12, 7.13). Попробуем получить для новых переменных линейную модель в виде: $v = b_0 + b_1 u$.

4 Найдем коэффициент корреляции: **Сервис – Анализ данных – Корреляция, Ок** (см. п.б.4). «Входной интервал» нужно выделить столбцы « u » и « v ». Результат получим в виде таблицы (рис. 7.11).

	u	v
u	1	
v	0,885786	1

Рисунок 7.11

$r_{uv} \approx 0,886$. Это значит, что между u и v существует достаточная линейная связь.

5 Параметры модели b_0 и b_1 найдем по методу наименьших квадратов: **Сервис – Анализ данных – Регрессия, Ок** (см. пб.6). В качестве «Входного интервала y » нужно выделить столбец v , а «Входной интервал x » – столбец u . Результат получим в виде таблицы (рис. 7.14).

№	X	Y	U	V	V(U)	Delta	Vmin	Vmax	Y(X)	Ymin	Ymax	Ex
1	7224	31,3	8,885	31,300	32,948	9,7223802	23,226	42,670	32,948	23,226	42,670	0,3712
2	3223	23,7	8,078	23,700	23,077	9,6016498	13,475	32,679	23,077	13,475	32,679	0,5300
3	1586	10,3	7,369	10,300	14,404	10,295196	4,109	24,700	14,404	4,109	24,700	0,8491
4	7671	30,2	8,945	30,200	33,682	9,7706544	23,912	43,453	33,682	23,912	43,453	0,3631
5	6921	32,2	8,842	32,200	32,424	9,691134	22,733	42,115	32,424	22,733	42,115	0,3772
6	2340	24,8	7,758	24,800	19,161	9,8278444	9,333	28,989	19,161	9,333	28,989	0,6383
7	3520	13,4	8,166	13,400	24,155	9,5662034	14,589	33,721	24,155	14,589	33,721	0,5063
8	2569	23,4	7,851	23,400	20,303	9,7464221	10,557	30,050	20,303	10,557	30,050	0,6024
9	1920	20,1	7,560	20,100	16,742	10,040551	6,701	26,782	16,742	6,701	26,782	0,7305
10	9410	37,9	9,150	37,900	36,181	9,9731884	26,208	46,154	36,181	26,208	46,154	0,3380
11	2901	20	7,973	20,000	21,790	9,659352	12,130	31,449	21,790	12,130	31,449	0,5613
12	8492	35,1	9,047	35,100	34,926	9,8641639	25,062	44,790	34,926	25,062	44,790	0,3502
13	6630	37,2	8,799	37,200	31,899	9,6625203	22,236	41,561	31,899	22,236	41,561	0,3834
14	2911	23,2	7,976	23,200	21,832	9,6572036	12,174	31,489	21,832	12,174	31,489	0,5602
15	11540	39,4	9,354	39,400	38,677	10,231627	28,445	48,908	38,677	28,445	48,908	0,3162
прогноз	5000		8,517		28,448	9,5435315	18,904	37,991	28,448	18,904	37,991	0,4299
b0=	-75,72089567		a=	12,2304								
b1=	12,23037296		b=	-75,721								
Стандартная ошибка	4,271087458											
t_кр=	2,160368652											
Среднее (u)	8,384											
Дисперсия выборки (u)	0,412534719											

Рисунок 7.12

Чтобы дополнительно получить прогнозируемые значения $v(u)$ (рис. 7.15) и график (рис. 7.16) в диалоговом окне «Регрессия» нужно установить флажок в окне «Графики подбора».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	№	X	Y	U	V	V(U)	Delta	Vmin	Vmax	Y(X)	Ymin	Ymax	Ex
2	1	7224	31,3	=LN(B2)	=C2	=B\$19+B\$20*D2	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D2-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F2-G2	=F2+G2	=F2	=H2	=I2	=E\$19/J2
3	2	3223	23,7	=LN(B3)	=C3	=B\$19+B\$20*D3	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D3-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F3-G3	=F3+G3	=F3	=H3	=I3	=E\$19/J3
4	3	1586	10,3	=LN(B4)	=C4	=B\$19+B\$20*D4	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D4-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F4-G4	=F4+G4	=F4	=H4	=I4	=E\$19/J4
5	4	7671	30,2	=LN(B5)	=C5	=B\$19+B\$20*D5	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D5-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F5-G5	=F5+G5	=F5	=H5	=I5	=E\$19/J5
6	5	6921	32,2	=LN(B6)	=C6	=B\$19+B\$20*D6	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D6-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F6-G6	=F6+G6	=F6	=H6	=I6	=E\$19/J6
7	6	2340	24,8	=LN(B7)	=C7	=B\$19+B\$20*D7	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D7-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F7-G7	=F7+G7	=F7	=H7	=I7	=E\$19/J7
8	7	3520	13,4	=LN(B8)	=C8	=B\$19+B\$20*D8	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D8-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F8-G8	=F8+G8	=F8	=H8	=I8	=E\$19/J8
9	8	2569	23,4	=LN(B9)	=C9	=B\$19+B\$20*D9	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D9-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F9-G9	=F9+G9	=F9	=H9	=I9	=E\$19/J9
10	9	1920	20,1	=LN(B10)	=C10	=B\$19+B\$20*D10	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D10-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F10-G10	=F10+G10	=F10	=H10	=I10	=E\$19/J10
11	10	9410	37,9	=LN(B11)	=C11	=B\$19+B\$20*D11	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D11-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F11-G11	=F11+G11	=F11	=H11	=I11	=E\$19/J11
12	11	2901	20	=LN(B12)	=C12	=B\$19+B\$20*D12	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D12-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F12-G12	=F12+G12	=F12	=H12	=I12	=E\$19/J12
13	12	8492	35,1	=LN(B13)	=C13	=B\$19+B\$20*D13	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D13-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F13-G13	=F13+G13	=F13	=H13	=I13	=E\$19/J13
14	13	6630	37,2	=LN(B14)	=C14	=B\$19+B\$20*D14	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D14-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F14-G14	=F14+G14	=F14	=H14	=I14	=E\$19/J14
15	14	2911	23,2	=LN(B15)	=C15	=B\$19+B\$20*D15	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D15-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F15-G15	=F15+G15	=F15	=H15	=I15	=E\$19/J15
16	15	11540	39,4	=LN(B16)	=C16	=B\$19+B\$20*D16	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D16-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F16-G16	=F16+G16	=F16	=H16	=I16	=E\$19/J16
17	прогноз	5000		=LN(B17)		=B\$19+B\$20*D17	=B\$21*B\$22*КОРЕНЬ(1+1/15+((D17-\$B\$23)^2)/(14*\$B\$24))	=F17-G17	=F17+G17	=F17	=H17	=I17	=E\$19/J17
18													
19	b0=	-75,7208956736917		a=	=B20								
20	b1=	12,2303729559716		b=	=B19								
21	Стандартная ошибка	4,27108745762749											
22	t_кр=	2,16036865224854											
23	Среднее (u)	=CP3НАЧ(D2:D16)											
24	Дисперсия выборки (u)	0,412534719439496											

Рисунок 7.13

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,885786392					
R-квадрат	0,784617533					
Нормированный R-квад	0,768049651					
Стандартная ошибка	4,271087458					
Наблюдения	15					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	1	863,9088884	863,9088884	47,35774486	0,000011	
Остаток	13	237,1484449	18,24218807			
Итого	14	1101,057333				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	-75,7208957	14,94031299	-5,068226865	0,000215	-107,9974795	-43,4443
x	12,23037296	1,777232285	6,881696365	0,000011	8,39089604	16,06985

Рисунок 7.14

ВЫВОД ОСТАТКА		
<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное y</i>	<i>Остатки</i>
1	32,94797498	-1,647974984
2	23,07688728	0,623112715
3	14,40436065	-4,104360647
4	33,68226418	-3,482264181
5	32,42392126	-0,223921259
6	19,16119061	5,638809388
7	24,15497493	-10,75497493
8	20,30308903	3,09691097
9	16,74170799	3,358292009
10	36,18124698	1,718753018
11	21,78955372	-1,789553724
12	34,92581865	0,174181353
13	31,89855992	5,301440083
14	21,83164039	1,368359611
15	38,67680942	0,723190577

Рисунок 7.15

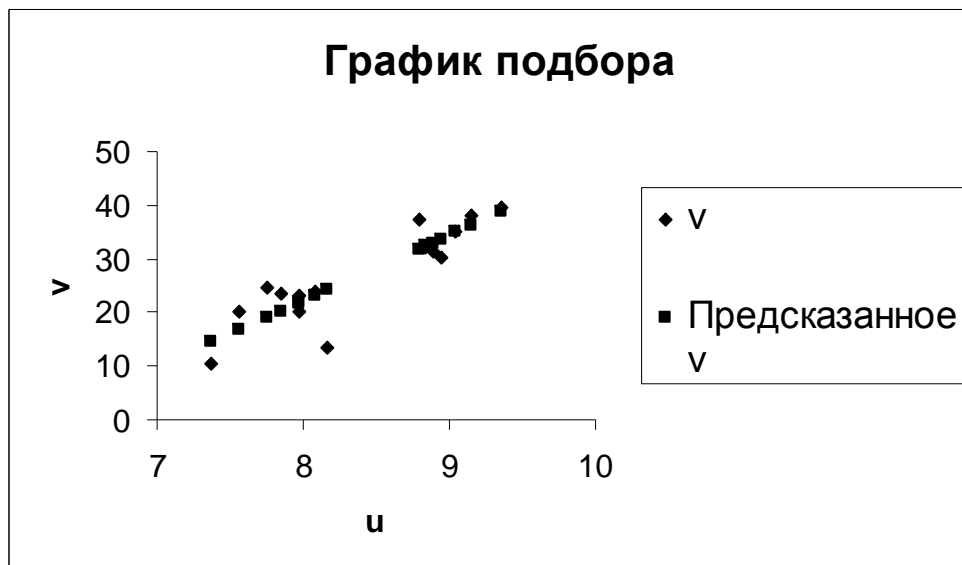


Рисунок 7.16

Параметры модели b_0 и b_1 берем в столбце «Коэффициенты» (рис. 7.14): $b_0 = -75,72$, $b_1 = 12,23$. Модель будет иметь вид: $v = -75,72 + 12,23 \cdot u$.

6 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации $R^2 = 0,785$ (см. рис. 7.14). Это значит, что 78,5% начальных данных объясняется моделью. Общее качество модели хорошее.

Проверяем модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Значимость $F = 0,000011 < 0,05$. Поэтому можно утверждать с уровнем доверия 0,95, что модель адекватна.

7 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели b_0 и b_1 с помощью критерия Стьюдента. Для коэффициента b_0 p -значение равно 0,000215 (см. рис. 7.14). Это значение меньше 0,05 \Rightarrow коэффициент b_0 статистически значим. Для коэффициента b_1 p -значение равно 0,000011 $< 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_1 статистически значим.

8 По модели $v = -75,72 + 12,23 \cdot u$ рассчитываем значение показателя $v(u)$ для всех точек выборки и в точке прогноза. Точку прогноза выбираем из области прогноза $1586 \leq x \leq 11540$. Например, $x_{np} = 5000$. Дописываем x_{np} в таблицу (рис. 7.12), добавляем столбец $v(u)$ и выполняем расчет так, как показано в таблицах (см. рис. 7.12, 7.13).

9 Для последующих расчетов нужно знать некоторые статистики: **Сервис – Анализ данных – Описательная статистика, Ок.** «Входной интервал» – « u » и « v ». Результат получим в виде таблицы (рис. 7.17).

U		V	
Среднее	8,383573369	Среднее	26,81333333
Стандартная ошибка	0,165838218	Стандартная ошибка	2,289788234
Медиана	8,166216269	Медиана	24,8
Мода	#N/D	Мода	#N/D
Стандартное отклонение	0,642288657	Стандартное отклонение	8,868311698
Дисперсия выборки	0,412534719	Дисперсия выборки	78,64695238
Эксцесс	-1,522104442	Эксцесс	-0,76190988
Асимметричность	-0,015132925	Асимметричность	-0,27517203
Интервал	1,984604138	Интервал	29,1
Минимум	7,368970402	Минимум	10,3
Максимум	9,35357454	Максимум	39,4
Сумма	125,7536005	Сумма	402,2
Счет	15	Счет	15

Рисунок 7.17

Для построения доверительного интервала для прогноза рассчитываем его полуширину по формуле:

$$\delta = \sigma_e \cdot t_\gamma \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(u_{np} - \bar{u})^2}{(n-1)D(u)}},$$

где σ_e – стандартная ошибка, $\sigma_e = 4,271$ (рис. 7.14);

t_γ – критическая точка распределения Стьюдента для уровня доверия $\gamma = 0,95$ и числа степеней свободы $k_2 = n - 2 = 13$ (см. п.6.7);

$n = 15$ – количество наблюдений; u_{np} соответствует x_{np} ;

\bar{u} – среднее значение (рис. 7.17);

$D(u) = 0,4125$ – дисперсия выборки (см. рис. 7.17);

Добавляем еще один столбец *Delta* и выполняем расчет так, как показано в таблицах (см. рис. 7.12, 7.13).

10 Далее рассчитываем левую границу доверительного интервала по формуле $v_{\min} = v(u) - \delta$, правую – $v_{\max} = v(u) + \delta$ (см. рис. 7.12, 7.13).

11 Так как линеаризованная модель адекватна, то и нелинейная модель считается адекватной. Параметры a и b находим по формулам обратного перехода (табл. 7.2):

Получили модель связи производительности труда (x) и уровня рентабельности (y) по плодоовощным консервным заводам области за год: $y = -75,72 + 12,23 \cdot \ln x$.

12 По формулам обратного перехода (см. табл. 7.2) пересчитываем значения $y(x)$, y_{\min} , y_{\max} . Для нашей модели $y(x) = v(u)$, $y_{\min} = v_{\min}$, $y_{\max} = v_{\max}$. Добавляем 3 соответствующих столбца к таблице (см. рис. 7.12 и 7.13).

В 17-й строке таблицы (рис. 7.12) находится прогноз.

Точечный: для заданного значения производительности труда 5000грн (x_{np}) прогнозируемое значение уровня рентабельности ($y(x_{i?})$) составляет 28,45%.

Прогноз с учетом доверительного интервала: для заданного значения производительности труда 5000 грн прогнозируемый уровень рентабельности лежит в пределах от 18,90% (y_{min}) до 37,99% (y_{max}).

13 Строим доверительную область: **Диаграмма – Точечная – Точечная**, входной интервал – столбцы x , y , $y(x)$, y_{min} , y_{max} (рис. 7.18).

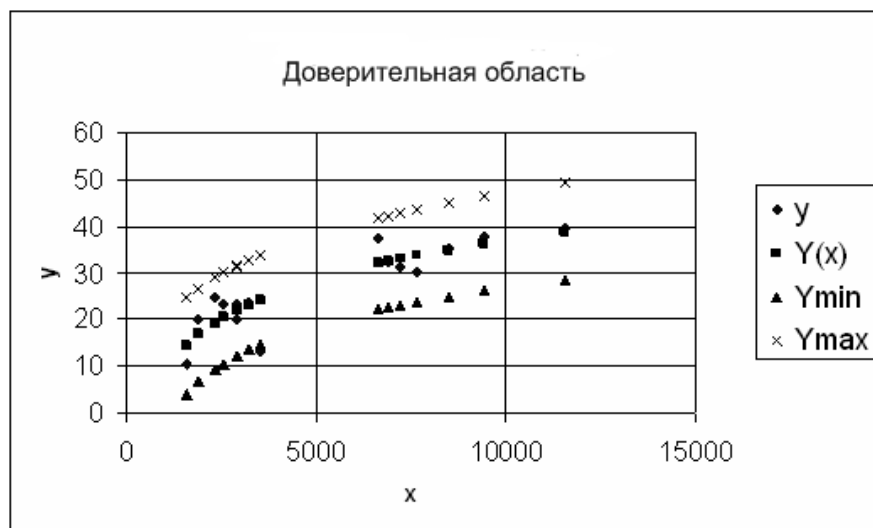


Рисунок 7.18

14 Рассчитываем коэффициент эластичности по формуле:

$$E_x = \frac{x}{y(x)} \cdot y'_x.$$

Для модели $y = a \ln x + b$ (см. табл. 7.3) –

$$E_x = \frac{a}{y(x)} = \frac{12,23}{y(x)}.$$

Добавляем еще один столбец E_x к таблице (см. рис. 7.12, 7.13).

Получили $E_x = 0,43$.

Коэффициент эластичности показывает, что при увеличении значения фактора производительности труда грн на 1% значение уровня рентабельности ($y(x)$) увеличится от 28,45% на 0,43%.

Выводы

Выполненный эконометрический анализ показывает, что зависимость уровня рентабельности по плодоовощным заводам области за год $y, \%$ от производительности труда x (грн) может быть описана логарифмической моделью $y = -75,72 + 12,23 \cdot \ln x$. При этом все коэффициенты модели статистически значимы, а сама модель адекватна.

Для заданной производительности труда $x_{np} = 5000$ грн прогнозируемое значение уровня рентабельности составляет 28,45%, или с надежностью 0,95 лежит в пределах от 18,90% до 37,99%.

Коэффициент эластичности $E_x = 0,43$ показывает, что при увеличении производительности труда от 5000 грн на 1% соответствующий уровень рентабельности увеличивается на 0,43%.

7.3 Линейная двухфакторная модель. План построения модели

Строим линейную двухфакторную модель в виде $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ для показателя y и факторов x_1 и x_2 .

Последовательность действий:

1 Вводим данные.

2 Определяем основные статистики.

3 Проверяем факторы на коллинеарность.

4 Записываем линейную модель вида $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

5 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации R^2 . Проверяем полученную модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Все последующие расчеты выполняются только при условии адекватности модели исходным статистическим данным.

6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели.

7 По полученной модели рассчитываем значение показателя y для всех точек выборки и в точке прогноза (точку прогноза выбираем произвольно из области прогноза).

8 Рассчитываем частичные коэффициенты эластичности.

9 Используя полученные данные и теоретические сведения, делаем эконометрический анализ – описываем процесс построения модели и все сопутствующие расчеты.

Пример выполнения

Экономические данные

Уровень рентабельности (y) % и значение факторов, его формирующих, – производительности труда (x_1), грн. и фондоотдачи (x_2), % по плодоовощным консервным заводам области за год заданы в таблице (см. рис.33).

№ п/п	x1	x2	y
1	7224	0,9	31,3
2	3223	0,67	23,7
3	1586	0,16	10,3
4	7671	0,89	30,2
5	6921	1,03	32,2
6	2340	0,75	24,8
7	3520	0,26	13,4
8	2569	0,65	23,4
9	1920	0,48	20,1
10	9410	1,19	37,9
11	2901	0,44	20
12	8492	1,12	35,1
13	6630	1,18	37,2
14	2911	0,63	23,2
15	11540	1,24	39,4

Рисунок 7.19

Выполнение задания:

1 Вводим данные в виде таблицы (рис. 7.19).

2 Определяем основные статистики. Результат получим в виде таблицы (рис. 7.20).

x1		x2		y	
Среднее	5257,2	Среднее	0,772667	Среднее	26,81333
Стандартная ошибка	816,7708	Стандартная ошибка	0,088809	Стандартная ошибка	2,289788
Медиана	3520	Медиана	0,75	Медиана	24,8
Мода	#N/D	Мода	#N/D	Мода	#N/D
Стандартное отклонение	3163,34	Стандартное отклонение	0,343957	Стандартное отклонение	8,868312
Дисперсия выборки	10006718	Дисперсия выборки	0,118307	Дисперсия выборки	78,64695
Эксцесс	-0,97862	Эксцесс	-0,97996	Эксцесс	-0,76191
Асимметричность	0,55141	Асимметричность	-0,2582	Асимметричность	-0,27517
Интервал	9954	Интервал	1,08	Интервал	29,1
Минимум	1586	Минимум	0,16	Минимум	10,3
Максимум	11540	Максимум	1,24	Максимум	39,4
Сумма	78858	Сумма	11,59	Сумма	402,2
Счет	15	Счет	15	Счет	15

Рисунок 7.20

Получили, что среднее значение производительности труда – 5257,2 грн, она лежит в пределах от 1586 грн (минимум) до 11540 грн (максимум), что задает область прогнозов – диапазон, из которого допустимо выбирать значение фактора x_1 для прогноза уровня рентабельности

у. $x_{1cp} = 5257,2$ грн. задает центр области прогноза. Стандартное отклонение 3163,34 характеризует среднее значение рассеивания значений x_1 относительно x_{1cp} .

Среднее значение фондоотдачи 0,772667%, оно лежит в пределах от 10,3% (минимум) до 39,4% (максимум), что задает область прогнозов – диапазон, из которого допустимо выбирать значение фактора x_2 для прогноза уровня рентабельности у. $x_{2cp} = 26,813$ грн. задает центр области прогноза. Стандартное отклонение 8,868312 характеризует среднее значение рассеивания значений x_2 относительно x_{2cp} .

3 Для того, чтобы проверить факторы на коллинеарность, найдем коэффициент корреляции: **Сервис – Анализ данных – Корреляция, Ок.** Результат получим в виде таблицы (рис. 7.21).

	x_1	x_2	y
x_1	1		
x_2	0,863508	1	
y	0,876868	0,995152	1

Рисунок 7.21

На пересечении столбца x_1 и строки x_2 : $r_{x_1x_2} = 0,86$. Определим с помощью критерия Стьюдента, является ли это значение коэффициента корреляции статистически значимым.

Находим фактическое значение t_r по формуле:

$$t_r = \frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left(\frac{1+r_{x_1x_2}}{1-r_{x_1x_2}} \right).$$

В Excel эта формула выглядит так:

$$=\text{корень}(15-3)?\ln((1+0,86)/(1-0,86))/2.$$

Следовательно $t_r = 4,527$.

Критическое значение $t_{кр}$ определяется с помощью стандартной функции Excel (см. п.6.7): =СТЮДРАСПОБР(0,05;15-2), $t_{кр} = 2,16$.

Следовательно $|t_r| > t_{кр}$, потому коэффициент корреляции статистически значим. Следовательно, между факторами x_1 и x_2 есть связь, но она не тесная.

4 Будем искать модель связи между статистическими данными в виде $y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2$.

Параметры модели b_0, b_1, b_2 найдем по МНК: **Сервис – Анализ данных – Регрессия, Ок** (см. п 6.6). Результат получим в таком виде (рис. 7.22).

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,995760018					
R-квадрат	0,991538014					
Нормированный R-квад	0,990127683					
Стандартная ошибка	0,881151296					
Наблюдения	15					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	2	1091,740202	545,870101	703,0534416	0,00000000000004	
Остаток	12	9,31713128	0,776427607			
Итого	14	1101,057333				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	7,158106925	0,59030655	12,1260842	0,00000000430	5,871939443	8,444274407
x1	0,000193391	0,000147612	1,310134936	0,2146747585	-0,000128227	0,00051501
x2	24,12234187	1,357569913	17,76876582	0,0000000006	21,16445113	27,08023261

Рисунок 7.22

Параметры модели берем в столбце «Коэффициенты»: $b_0 = 7,158, b_1 = 0,00019, b_2 = 24,12$. Можно записать модель:

$$y = 7,158 + 0,00019 \cdot x_1 + 24,12 \cdot x_2.$$

5 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации: $R^2 = 0,99$. Это значит, что 99% исходных данных объясняются моделью – общее качество модели хорошее. Множественный $R=0,996$. Это аналог коэффициента корреляции – связь между y и x_1, x_2 тесная.

Проверяем модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Значимость $F = 0,4 \cdot 10^{-12} < 0,05$ – модель адекватна исходным данным.

6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели с помощью критерия Стьюдента.

Для коэффициента b_0 : P-значение равняется $0,4 \cdot 10^{-7} < 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_0 статистически значим.

Для коэффициента b_1 : P-значение равняется $0,2147 > 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_1 статистически не значим.

Для коэффициента b_2 : P – значение равняется $0,6 \cdot 10^{-9} < 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_2 статистически значим.

7 По полученной модели рассчитываем прогнозируемые значения показателя y для всех точек выборки и в точке прогноза. Точку прогноза так, как и в предыдущем примере, выбираем из области прогнозов:

$$\begin{cases} 1586 \leq x_1 \leq 11540, \\ 0,16 \leq x_2 \leq 1,24. \end{cases}$$

Возьмем $x_{1np} = 5000, x_{2np} = 1$, прибавим в таблицу 7.4 еще один столбец $y(x_1, x_2)$ и выполним расчет так, как это показано в таблице 7.5.

Получим прогноз: для заданного значения производительности труда 5000грн и фондоотдачи 1% прогнозируемое значение уровня рентабельности составляет 32,25% (табл.7.4).

Таблица 7.4

	A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7	8
1	x1	x2	y	y(x1,x2)	Ex1	Ex2	
2	7224	0,9	31,3	30,27	0,046	0,717	
3	3223	0,67	23,7	23,94	0,026	0,675	
4	1586	0,16	10,3	11,32	0,027	0,341	
5	7671	0,89	30,2	30,11	0,049	0,713	
6	6921	1,03	32,2	33,34	0,040	0,745	
7	2340	0,75	24,8	25,70	0,018	0,704	
8	3520	0,26	13,4	14,11	0,048	0,444	
9	2569	0,65	23,4	23,33	0,021	0,672	
10	1920	0,48	20,1	19,11	0,019	0,606	
11	9410	1,19	37,9	37,68	0,048	0,762	
12	2901	0,44	20	18,33	0,031	0,579	
13	8492	1,12	35,1	35,82	0,046	0,754	
14	6630	1,18	37,2	36,90	0,035	0,771	
15	2911	0,63	23,2	22,92	0,025	0,663	

Продолжение таблицы 7.4

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
16	11540	1,24	39,4	39,30	0,057	0,761	
17	5000	1		32,25	0,030	0,748	
18							
19	b0=	7,158107					
20	b1=	0,000193			<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>y</i>
21	b2=	24,12234		<i>x1</i>	1		
22				<i>x2</i>	0,863508	1	
23				<i>y</i>	0,876868	0,995152	1
24							
25							
26					t_r=	4,52749	
27					t_кр=	2,160369	

Таблица 7.5

	A	B	C	D	E	F	G
1	x1	x2	y	y(x1,x2)	Ex1	Ex2	
2	7224	0,9	31,3	=B\$19+B\$20*A2+B\$21*B2	=B\$21*A2/D2	=B\$22*B2/D2	
3	3223	0,67	23,7	=B\$19+B\$20*A3+B\$21*B3	=B\$21*A3/D3	=B\$22*B3/D3	
4	1586	0,16	10,3	=B\$19+B\$20*A4+B\$21*B4	=B\$21*A4/D4	=B\$22*B4/D4	
5	7671	0,89	30,2	=B\$19+B\$20*A5+B\$21*B5	=B\$21*A5/D5	=B\$22*B5/D5	
6	6921	1,03	32,2	=B\$19+B\$20*A6+B\$21*B6	=B\$21*A6/D6	=B\$22*B6/D6	
7	2340	0,75	24,8	=B\$19+B\$20*A7+B\$21*B7	=B\$21*A7/D7	=B\$22*B7/D7	
8	3520	0,26	13,4	=B\$19+B\$20*A8+B\$21*B8	=B\$21*A8/D8	=B\$22*B8/D8	
9	2569	0,65	23,4	=B\$19+B\$20*A9+B\$21*B9	=B\$21*A9/D9	=B\$22*B9/D9	
10	1920	0,48	20,1	=B\$19+B\$20*A10+B\$21*B10	=B\$21*A10/D10	=B\$22*B10/D10	
11	9410	1,19	37,9	=B\$19+B\$20*A11+B\$21*B11	=B\$21*A11/D11	=B\$22*B11/D11	
12	2901	0,44	20	=B\$19+B\$20*A12+B\$21*B12	=B\$21*A12/D12	=B\$22*B12/D12	
13	8492	1,12	35,1	=B\$19+B\$20*A13+B\$21*B13	=B\$21*A13/D13	=B\$22*B13/D13	
14	6630	1,18	37,2	=B\$19+B\$20*A14+B\$21*B14	=B\$21*A14/D14	=B\$22*B14/D14	
15	2911	0,63	23,2	=B\$19+B\$20*A15+B\$21*B15	=B\$21*A15/D15	=B\$22*B15/D15	
16	11540	1,24	39,4	=B\$19+B\$20*A16+B\$21*B16	=B\$21*A16/D16	=B\$22*B16/D16	
17	5000	1		=B\$20+B\$21*A17+B\$22*B17	=B\$21*A17/D17	=B\$22*B17/D17	
18							
19	b0=	7,15810692517876					
20	b1=	0,000193391334358879			x1	x2	y
21	b2=	24,1223418703577		x1	1		
22				x2	0,863507712765254	1	
23				y	0,876867606864879	0,995152064084441	1
24							
25							
26					t_r=	=LN((1+E22)/(1-E22))/2*КОРЕНЬ(15-3)	
27					t_кр=	=СТЮДРАСПОБР(0,05;15-2)	

8 Рассчитываем частичные коэффициенты эластичности:

– для фактора x_1 :

$$E_{x_1} = \frac{x_1}{y(x_1, x_2)} \cdot y'_{x_1} = \frac{b_1 x_1}{y(x_1, x_2)};$$

– для фактора x_2 :

$$E_{x_2} = \frac{x_2}{y(x_1, x_2)} \cdot y'_{x_2} = \frac{b_2 x_2}{y(x_1, x_2)}.$$

По этим формулам выполняем расчет так, как показано в таблице 7.5. Получили в строке 17: $E_{x_1} = 0,03$, $E_{x_2} = 0,748$. Это значит, что при увеличении $x_1 = 5000$ грн. на 1% значение $y(x_1, x_2) = 32,25\%$ увеличится на 0,03%, а при увеличении $x_2 = 1\%$ на 1% значение $y(x_1, x_2) = 32,25\%$ увеличится на 0,748%.

$E_{x_1} < E_{x_2}$ то есть изменение значения первого фактора меньше влияет на изменение уровня рентабельности, чем изменение второго фактора.

Незначительное влияние производительности труда (x_1) на уровень рентабельности (y) по сравнению с влиянием фондоотдачи (x_2) вытекает также из результатов статистического анализа коэффициентов модели: коэффициент b_1 при переменной x_1 статистически незначим.

Выводы

Проведенный статистический анализ показывает, что выбранные факторы: производительность труда (x_1 , грн) и фондоотдача (x_2 , %) не коллинеарные. Построена линейная модель связи между этими факторами и уровнем рентабельности (y , %) по плодоовощным консервным заводам области за год: $y = 7,158 + 0,00019 \cdot x_1 + 24,12x_2$.

Эта модель адекватна. Статистически значимыми являются два коэффициента: $b_0 = 7,158$ и $b_2 = 24,12$.

Для заданного значения производительности труда 5000 грн и фондоотдачи 1% прогнозируемое значение уровня рентабельности составляет 32,25%.

Частичная эластичность относительно каждого из факторов равняется: $E_{x_1} = 0,03$, $E_{x_2} = 0,748$. Эти коэффициенты показывают на сколько процентов увеличится прогнозируемое значение уровня рентабельности при увеличении значения соответствующего фактора на 1%.

7.4 Степенная двухфакторная модель. План построения модели

Степенная двухфакторная модель имеет вид $y = Ax_1^{a_1} x_2^{a_2}$ и достаточно часто используется. Ниже приведенный план может быть использован и для других многофакторных нелинейных моделей. Формулы для замены те же, что и в п.7.2.

Последовательность действий:

- 1 Вводим данные.
- 2 Определяем основные статистики.
- 3 Проверяем факторы на коллинеарность.
- 4 Пересчитываем данные выборки по формулам замены. Записываем линейную модель для новых переменных.
- 5 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации R^2 . Проверяем полученную модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Все последующие расчеты выполняются только при условии адекватности модели исходным статистическим данным.
- 6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели.
- 7 По полученной модели рассчитываем значение показателя y для всех точек выборки и в точке прогноза (точку прогноза выбираем произвольно из области прогноза).
- 8 С помощью формул обратного перехода возвращаемся к степенной модели.
- 9 Рассчитываем частичные коэффициенты эластичности.
- 10 Используя полученные данные и теоретические сведения, делаем эконометрический анализ – описываем процесс построения модели и все сопутствующие расчеты.

Пример выполнения

Экономические данные

Построим степенную модель для тех же данных, что и в предыдущем примере.

Выполнение задания

Пункты плана 1...3 полностью совпадают с предыдущим примером.

4 Пересчитываем данные выборки по формулам замены: $u_1 = \ln(x_1)$, $u_2 = \ln(x_2)$, $v = \ln(y)$.

Будем искать формулу связи между ними в виде линейной модели: $v = b_0 + b_1 \cdot u_1 + b_2 u_2$. Параметры модели b_0 , b_1 , b_2 найдем по МНК: **Сервис – Анализ данных – Регрессия, Ок**, «Входной параметр Y» – выделяем столбец v , «Входной параметр X» – выделяем столбцы u_1, u_2 (см. п.6.6). Результат получим в виде рис. 7.23.

Параметры модели берем в столбце «Коэффициенты»: $b_0 = 2,86, b_1 = 0,07, b_2 = 0,59$. Можно записать модель:

$$v = 2,86 + 0,07 \cdot u_1 + 0,59u_2.$$

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,996705178					
R-квадрат	0,993421211					
Нормированный R-квадрат	0,992324746					
Стандартная ошибка	0,03383272					
Наблюдения	15					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	2	2,074161401	1,037080701	906,0219795	8,10729E-14	
Остаток	12	0,013735835	0,001144653			
Итого	14	2,087897236				
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	2,856659241	0,199942465	14,28740632	6,77183E-09	2,421022033	3,292296449
u1	0,071465194	0,022904697	3,120110902	0,008852992	0,021560147	0,121370242
u2	0,58787276	0,024875769	23,63234482	1,97185E-11	0,533673114	0,642072405

Рисунок 7.23

5 Определяем общее качество модели по коэффициенту детерминации: $R^2 = 0,99$. Это значит, что 99% исходных данных объясняются моделью – общее качество модели хорошее.

Множественный $R=0,997$, это значит, что связь между показателем v и факторами u_1, u_2 тесная.

Проверяем модель на адекватность с помощью критерия Фишера. Значимость $F = 8,1 \cdot 10^{-14} < 0,05$ – модель адекватна начальным данным.

6 Проверяем статистическую значимость коэффициентов модели с помощью критерия Стьюдента.

Для коэффициента b_0 : P – значение равняется $6,77 \cdot 10^{-9} < 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_0 статистически значим.

Для коэффициента b_1 : P – значение равняется $0,009 < 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_1 статистически значим.

Для коэффициента b_2 : P – значение равняется $1,97 \cdot 10^{-11} < 0,05 \Rightarrow$ коэффициент b_2 статистически значим.

7 По полученной модели рассчитываем прогнозируемые значения показателя v для всех точек выборки и в точке прогноза. Точку прогноза так, как и в предыдущем примере, выбираем из области прогнозов:

$$\begin{cases} 1586 \leq x_1 \leq 11540, \\ 0,16 \leq x_2 \leq 1,24. \end{cases}$$

Возьмем $x_{1np} = 5000, x_{2np} = 1$, прибавим еще один столбец $v(u_1, u_2)$ и выполним расчет так, как это показано в таблице 7.6.

Таблица 7.6

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x1	x2	y	u1	u2	v	v(u1,u2)	y(x1,x2)
2	7224	0,9	31,3	=LN(A2)	=LN(B2)	=LN(C2)	=\$B\$19+\$B\$20*D2+\$B\$21*E2	=EXP(G2)
3	3223	0,67	23,7	=LN(A3)	=LN(B3)	=LN(C3)	=\$B\$19+\$B\$20*D3+\$B\$21*E3	=EXP(G3)
4	1586	0,16	10,3	=LN(A4)	=LN(B4)	=LN(C4)	=\$B\$19+\$B\$20*D4+\$B\$21*E4	=EXP(G4)
5	7671	0,89	30,2	=LN(A5)	=LN(B5)	=LN(C5)	=\$B\$19+\$B\$20*D5+\$B\$21*E5	=EXP(G5)
6	6921	1,03	32,2	=LN(A6)	=LN(B6)	=LN(C6)	=\$B\$19+\$B\$20*D6+\$B\$21*E6	=EXP(G6)
7	2340	0,75	24,8	=LN(A7)	=LN(B7)	=LN(C7)	=\$B\$19+\$B\$20*D7+\$B\$21*E7	=EXP(G7)
8	3520	0,26	13,4	=LN(A8)	=LN(B8)	=LN(C8)	=\$B\$19+\$B\$20*D8+\$B\$21*E8	=EXP(G8)
9	2569	0,65	23,4	=LN(A9)	=LN(B9)	=LN(C9)	=\$B\$19+\$B\$20*D9+\$B\$21*E9	=EXP(G9)
10	1920	0,48	20,1	=LN(A10)	=LN(B10)	=LN(C10)	=\$B\$19+\$B\$20*D10+\$B\$21*E10	=EXP(G10)
11	9410	1,19	37,9	=LN(A11)	=LN(B11)	=LN(C11)	=\$B\$19+\$B\$20*D11+\$B\$21*E11	=EXP(G11)
12	2901	0,44	20	=LN(A12)	=LN(B12)	=LN(C12)	=\$B\$19+\$B\$20*D12+\$B\$21*E12	=EXP(G12)
13	8492	1,12	35,1	=LN(A13)	=LN(B13)	=LN(C13)	=\$B\$19+\$B\$20*D13+\$B\$21*E13	=EXP(G13)
14	6630	1,18	37,2	=LN(A14)	=LN(B14)	=LN(C14)	=\$B\$19+\$B\$20*D14+\$B\$21*E14	=EXP(G14)
15	2911	0,63	23,2	=LN(A15)	=LN(B15)	=LN(C15)	=\$B\$19+\$B\$20*D15+\$B\$21*E15	=EXP(G15)
16	11540	1,24	39,4	=LN(A16)	=LN(B16)	=LN(C16)	=\$B\$19+\$B\$20*D16+\$B\$21*E16	=EXP(G16)
17	5000	1		=LN(A17)	=LN(B17)		=\$B\$19+\$B\$20*D17+\$B\$21*E17	=EXP(G17)
18								
19	b0=	2,85665924106106		A=	=EXP(B19)			
20	b1=	0,0714651943563994		a1=	=B20			
21	b2=	0,587872759587392		a2=	=B21			
22								
23		x1	x2	y				
24	x1	1						
25	x2	0,863507712765254	1					
26	y	0,876867606864879	0,995152064084441	1				
27								
28		t_r=	=LN((1+B25)/(1-B25))*КОРЕНЬ(15-3)/2					
29		t_кр=	=СТЫЮДРАСПОБР(0,05;15-2)					

8 С помощью формул обратного перехода получим:

$$y = e^v = \exp(v), A = e^{b_0} = \exp(b_0), a_1 = b_1, a_2 = b_2.$$

Добавим еще один столбец $y(x_1, x_2)$ и выполним расчет так, как это показано в таблице 7.6. Пересчитываем коэффициенты:

$$A = 17,403, a_1 = 0,071, a_2 = 0,588.$$

Степенная формула зависимости уровня рентабельности по плодово-овощным консервным заводам области за год от производительности труда и фондоотдачи: $y = 17,403x_1^{0,071}x_2^{0,588}$.

Для заданных $x_{1np} = 5000$ грн и $x_{2np} = 1\%$ прогнозируемый уровень рентабельности составляет 31,99% (табл.7.7):

Таблица 7.7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x1	x2	y	u1	u2	v	v(u1,u2)	y(x1,x2)
2	7224	0,9	31,3	8,885	-0,105	3,444	3,430	30,87
3	3223	0,67	23,7	8,078	-0,400	3,165	3,199	24,50
4	1586	0,16	10,3	7,369	-1,833	2,332	2,306	10,03
5	7671	0,89	30,2	8,945	-0,117	3,408	3,427	30,80
6	6921	1,03	32,2	8,842	0,030	3,472	3,506	33,31
7	2340	0,75	24,8	7,758	-0,288	3,211	3,242	25,58
8	3520	0,26	13,4	8,166	-1,347	2,595	2,648	14,13
9	2569	0,65	23,4	7,851	-0,431	3,153	3,165	23,68
10	1920	0,48	20,1	7,560	-0,734	3,001	2,965	19,40
11	9410	1,19	37,9	9,150	0,174	3,635	3,613	37,07
12	2901	0,44	20	7,973	-0,821	2,996	2,944	18,99
13	8492	1,12	35,1	9,047	0,113	3,558	3,570	35,51
14	6630	1,18	37,2	8,799	0,166	3,616	3,583	35,97
15	2911	0,63	23,2	7,976	-0,462	3,144	3,155	23,45
16	11540	1,24	39,4	9,354	0,215	3,674	3,652	38,54
17	5000	1		8,517	0,000		3,465	31,99
18								
19	b0=	2,857		A=	17,403			
20	b1=	0,071		a1=	0,071			
21	b2=	0,588		a2=	0,588			
22								
23		x1	x2	y				
24	x1	1						
25	x2	0,863508	1					
26	y	0,876868	0,995152	1				
27								
28		t_r=	4,52749					
29		t_кр=	2,160369					

9 Для степенной модели частичная эластичность относительно каждого из факторов является величиной постоянной и равняется показателю степени при соответствующей переменной: $E_{x_1} = 0,071, E_{x_2} = 0,588$.

Это значит, что при увеличении фактора $x_{1np} = 5000 \text{ грн}$ на 1% значение показателя $y = 31,99\%$ увеличится на 0,071%, а при увеличении фактора $x_{2np} = 1\%$ на 1% значение показателя увеличится на 0,588%.

Выводы

Проведенный статистический анализ показывает, что выбранные факторы: производительность труда ($x_1, \text{грн}$) и фондоотдача ($x_2, \%$) не коллинеарные. Построена степенная модель связи между этими факторами и уровнем рентабельности ($y, \%$) по плодоовощным консервным заводам области за год: $y = 17,403x_1^{0,071}x_2^{0,588}$.

Для заданной производительности 5000грн и фондоотдачи 1% прогнозируемый уровень рентабельности составляет 31,99%.

Частичная эластичность относительно каждого из факторов равна: $E_{x_1} = 0,071$, $E_{x_2} = 0,588$. Эти коэффициенты показывают, на сколько процентов увеличится прогнозируемое значение уровня рентабельности при увеличении значения соответствующего фактора на 1%. $E_{x_1} < E_{x_2}$, то есть изменение значения фондоотдачи больше влияет на уровень рентабельности, чем производительность труда.

7.5 Система одновременных уравнений

Рассмотрим построение системы одновременных уравнений на примере статической модели Кейнса для описания народного хозяйства страны, которая в самом простом варианте имеет следующий вид:

$$\begin{cases} C = a + b \cdot y + \varepsilon, \\ y = C + I, \end{cases}$$

где C – личное потребление в постоянных ценах;

y – национальный доход в постоянных ценах;

I – инвестиции в постоянных ценах;

ε – случайная составляющая.

Задание: По данным, приведенным в таблице 7.8, постройте систему одновременных уравнений. Определите параметры уравнений с помощью непрямого метода наименьших квадратов (НМНК). Проанализируйте модель, которую получили.

Пример выполнения

Экономические данные заданы в таблице 7.8.

Таблица 7.8

Уровень производства и дохода, млрд дол.	Потребление С, млрд дол.	Инвестиции I, млрд дол.
370	365	5
415	397	18
430	409	21
456	430	26
486	450	36
490	455	35
505	467	38
520	479	41
546	500	46
567	516	51

Выполнение задания

По смыслу задачи, y и C – эндогенные переменные, а I – экзогенная переменная. Определим идентифицируемость 1-го уравнения:

$n_1 = 2$ – количество эндогенных переменных (y и C), которые входят в 1-ое уравнение,

$m = 1$ – общее количество экзогенных переменных в системе,

$m_1 = 0$ – количество экзогенных переменных, которые входят в 1-ое уравнение.

Проверяем идентифицируемость с помощью счетного правила:

$$n_s - 1 \leq m - m_s.$$

Получим $2 - 1 = 1 - 0$, $1 = 1$. Первое уравнение точно идентифицируемо. Следовательно, система точно идентифицируема, и для определения параметров уравнений можно использовать НМНК.

Для записи приведенной формы модели преобразуем уравнение структурной формы модели.

Подставим значение y из 2-го уравнения в 1-ое. Получим:

$$C = \frac{a}{1-b} + \frac{b}{1-b} \cdot I + \frac{\varepsilon}{1-b}.$$

Теперь подставим значение C из 1-го уравнения во 2-ое. Получим:

$$y = \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} \cdot I + \frac{\varepsilon}{1-b}.$$

Обозначим эндогенные переменные C и y через $Y1$ и $Y2$, а экзогенную переменную I через $X1$. Тогда систему одновременных уравнений в приведенной форме можно записать в виде

$$Y1 = b_{10} + b_{11}X1 + \varepsilon_1,$$

$$Y2 = b_{20} + b_{21}X1 + \varepsilon_2.$$

$$\text{Здесь } b_{10} = b_{20} = \frac{a}{1-b}, \quad b_{11} = \frac{b}{1-b}, \quad b_{21} = \frac{1}{1-b}.$$

Параметры каждого из уравнений этой системы находим с помощью МНК.

Для первого уравнения получим следующие результаты (рис. 7.24).

ВЫВОД
ИТОГОВ

Регрессионная статистика					
Множественный R	0,993323				
R-квадрат	0,986692				
Нормированный R-квадрат	0,985028				
Стандартная ошибка	5,771513				
Наблюдения	10				

Дисперсионный анализ					
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	19757,12	19757,12	593,1223	8,62366E-09
Остаток	8	266,4829	33,31036		
Итого	9	20023,6			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>
Y-пересечение	341,1915	4,704804	72,51982	1,46E-12
X1	3,331498	0,136794	24,3541	8,62E-09

Рисунок 7.24

Анализ полученных результатов проводится таким же образом, как и при построении линейной однофакторной модели.

Множественный $R = 0,993323$, это значит, что между $X1$ и $Y1$ существует тесная линейная связь. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,985$.

Коэффициенты для 1-го уравнения $b_{10} = 341,19$ $b_{11} = 3,33$. Их уровень статистической значимости по критерию Стьюдента равен: $\alpha_{b_{10}} = 1,46 \cdot 10^{-12}$, $\alpha_{b_{11}} = 8,62 \cdot 10^{-9}$. Поскольку эти значения менее 0,05, то с вероятностью 0,95 можно утверждать, что оба коэффициента статистически значимы и могут быть включены в модель.

Таким образом, первое уравнение приведенной формы модели приобретет вид: $Y_1 = 341,19 + 3,33X_1 + \varepsilon_1$. При проверке этого уравнения на адекватность по критерию Фишера получим $\alpha_{F_{набл}} = 8,62 \cdot 10^{-9}$. Поскольку $\alpha_{F_{набл}} < 0,05$, то с вероятностью 0,95 можно утверждать, что уравнение адекватно исходным данным.

Выполним аналогичный расчет для второго уравнения приведенной формы модели (рис. 7.25).

ВЫВОД ИТОГОВ

<i>Регрессионная статистика</i>	
Множественный R	0,9960342
R-квадрат	0,9920842
Нормированный R-квадрат	0,9910947
Стандартная ошибка	5,771513
Наблюдения	10

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	33398,02	33398,02	1002,631	1,07703E-09
Остаток	8	266,4829	33,31036		
Итого	9	33664,5			

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значения</i>
Y-перетин	341,19151	4,704804	72,51982	1,46E-12
X1	4,3314982	0,136794	31,66436	1,08E-09

Рисунок 7.25

Множественный R = 0,9960342, это значит, что между X_1 и Y_1 существует тесная линейная связь. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,991$.

Коэффициенты для 2-го уравнения $b_{20} = 341,19$ $b_{21} = 4,33$. При проверке их статистической значимости по критерию Стьюдента получим следующие значения: $\alpha_{b_{20}} = 1,46 \cdot 10^{-12}$, $\alpha_{b_{21}} = 1,08 \cdot 10^{-9}$. Поскольку эти

значения меньше 0,05, то с вероятностью 0,95 можно утверждать, что оба коэффициента статистически значимы и могут быть включены в модель.

Получили второе уравнение приведенной формы модели $Y_2 = 341,19 + 4,33X_1 + \varepsilon_2$. При проверке этого уравнения на адекватность по критерию Фишера получим $\alpha_{F_{набл}} = 1,077 \cdot 10^{-9}$. Поскольку $\alpha_{F_{набл}} < 0,05$, то с вероятностью 0,95 можно утверждать, что уравнение адекватно исходным данным.

Запишем приведенную форму модели:

$$Y_1 = 341,19 + 3,33x_1 + \varepsilon_1,$$

$$Y_2 = 341,19 + 4,33x_1 + \varepsilon_2.$$

Перейдем от приведенной формы модели к структурной.
Как было записано раньше:

$$b_{10} = b_{20} = \frac{a}{1-b}, \quad b_{11} = \frac{b}{1-b}, \quad b_{21} = \frac{1}{1-b}.$$

Подставим полученные значения b_{10}, b_{20}, b_{11} и b_{21} :

$$341,19 = \frac{a}{1-b},$$

$$4,33 = \frac{1}{1-b},$$

$$3,33 = \frac{b}{1-b}$$

Отсюда:

$$a = 78,81,$$

$$b = 0,769.$$

Запишем структурную форму модели:

$$\begin{cases} C = 78,81 + 0,769 \cdot y + \varepsilon, \\ y = C + I. \end{cases}$$

Выводы

Проведенный статистический анализ экономических данных позволил записать статическую модель Кейнса для описания народного хозяйства страны:

$$\begin{cases} C = 78,81 + 0,769 \cdot y + \varepsilon, \\ y = C + I. \end{cases}$$

В ней структурный коэффициент b характеризует *предельную склонность к потреблению*. Здесь $b = 0,769$, то есть, из каждой дополнительной тысячи дохода на потребление тратится 769 ден.ед., а 231 ден.ед. инвестируется.

Инвестиционный мультипликатор потребления – это коэффициент $b_{11} = \frac{b}{1-b} = M_c = 3,33$. Эта величина значит, что дополнительные вложения в размере 1 тыс.ден.ед. вызовут при прочих равных условиях дополнительное увеличение потребления на 3,33 тыс. ден.ед.

Инвестиционный мультипликатор национального дохода – это коэффициент $b_{21} = \frac{1}{1-b} = M_y = 4,33$. Эта величина значит, что дополнительные инвестиции в размере 1 тыс.ден.ед. приведут при прочих равных условиях к дополнительному доходу в 4,33 тыс.ден.ед.

7.6 Метод скользящих средних для сглаживания временных рядов

Экономические данные

Собраны сведения о ежемесячных перевозках угля за период с января 1995г. по январь 2000г. (млн т/месяц). Данные заданы в таблице 7.9.

Таблица 7.9

А	В
Дата	х
01.01.1995	14
01.02.1995	28
01.03.1995	25
01.04.1995	17
01.05.1995	31
01.06.1995	44
01.07.1995	44
01.08.1995	32
01.09.1995	15

Продолжение таблицы 7.9

А	В
01.10.1995	14
01.11.1995	14
01.12.1995	11
01.01.1996	22
01.02.1996	37
01.03.1996	31
01.04.1996	21
01.05.1996	45
01.06.1996	66
01.07.1996	66
01.08.1996	54
01.09.1996	29
01.10.1996	10
01.11.1996	36
01.12.1996	41
01.01.1997	46
01.02.1997	74
01.03.1997	59
01.04.1997	68
01.05.1997	74
01.06.1997	95
01.07.1997	95
01.08.1997	80
01.09.1997	58
01.10.1997	42
01.11.1997	62
01.12.1997	67
01.01.1998	76
01.02.1998	89
01.03.1998	77
01.04.1998	79
01.05.1998	114
01.06.1998	125
01.07.1998	138
01.08.1998	106
01.09.1998	87
01.10.1998	68
01.11.1998	90
01.12.1998	92
01.01.1999	92
01.02.1999	132
01.03.1999	131
01.04.1999	125
01.05.1999	139
01.06.1999	160
01.07.1999	168
01.08.1999	133
01.09.1999	107
01.10.1999	76
01.11.1999	97
01.12.1999	100
01.01.2000	84

Сгладить ряд, определить общую тенденцию, сделать прогноз на следующий месяц.

Выполнение задания

1 Вводим данные на лист Excel в столбцы (столбец А – «дата», столбец В – x , млн т/месяц). Чтобы не вводить каждую дату отдельно, нужно: определить для столбца А формат «Дата», набрать несколько дат (например 3), выделить блок с этими датами, скопировать (протянуть) вниз на столько строк, на сколько задано (для этого примера – до 01.01.2000). При правильном копировании дата изменяется автоматически.

2 Построим график переменной x : **Диаграмма – Тип: Точечная – вид Точечная**. Появится график (рис. 7.26).

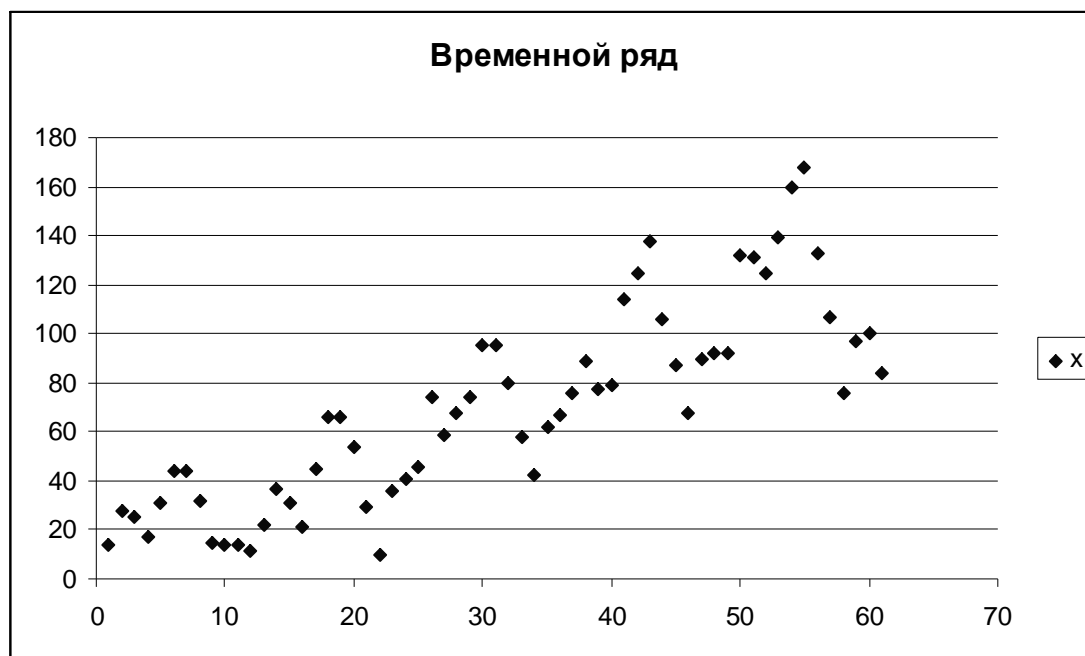


Рисунок 7.26

3 В меню **Сервис** выбираем **Анализ данных – Скользящее среднее**, **Ок**. Задаем: входной интервал – данные столбца В, устанавливается флажок в окошке «Метки в первой строке», если во входном диапазоне вместе с данными выделили букву «х», Интервал – 12 (лаг), Исходный интервал – выделяем первую ячейку для вывода результата ($\$C\2), устанавливается флажок в окошке «Вывод графика», устанавливается флажок в окошке «Стандартные погрешности», **Ок**.

Результат получили в столбцах С и D (табл. 7.10) и в виде графика (рис. 7.27).

Таблица 7.10

А	В	С	Д
Дата	x	Прогноз	Остатки
01.01.1995	14	#Н/Д	#Н/Д
01.02.1995	28	#Н/Д	#Н/Д
01.03.1995	25	#Н/Д	#Н/Д

Продолжение таблицы 7.10

A	B	C	D
01.04.1995	17	#Н/Д	#Н/Д
01.05.1995	31	#Н/Д	#Н/Д
01.06.1995	44	#Н/Д	#Н/Д
01.07.1995	44	#Н/Д	#Н/Д
01.08.1995	32	#Н/Д	#Н/Д
01.09.1995	15	#Н/Д	#Н/Д
01.10.1995	14	#Н/Д	#Н/Д
01.11.1995	14	#Н/Д	#Н/Д
01.12.1995	11	24,08333	#Н/Д
01.01.1996	22	24,75	#Н/Д
01.02.1996	37	25,5	#Н/Д
01.03.1996	31	26	#Н/Д
01.04.1996	21	26,33333	#Н/Д
01.05.1996	45	27,5	#Н/Д
01.06.1996	66	29,33333	#Н/Д
01.07.1996	66	31,16667	#Н/Д
01.08.1996	54	33	#Н/Д
01.09.1996	29	34,16667	#Н/Д
01.10.1996	10	33,83333	#Н/Д
01.11.1996	36	35,66667	18,85099344
01.12.1996	41	38,16667	18,48687285
01.01.1997	46	40,16667	18,54642573
01.02.1997	74	43,25	20,29152407
01.03.1997	59	45,58333	20,60735777
01.04.1997	68	49,5	21,23237286
01.05.1997	74	51,91667	21,58546482
01.06.1997	95	54,33333	22,17453651
01.07.1997	95	56,75	22,63887185
01.08.1997	80	58,91667	22,64532543
01.09.1997	58	61,33333	22,61663443
01.10.1997	42	64	22,46129644
01.11.1997	62	66,16667	22,49327317
01.12.1997	67	68,33333	22,48169265
01.01.1998	76	70,83333	22,46809724
01.02.1998	89	72,08333	21,21005232
01.03.1998	77	73,58333	20,87674643
01.04.1998	79	74,5	20,22387718
01.05.1998	114	77,83333	21,8487541
01.06.1998	125	80,33333	22,49027568
01.07.1998	138	83,91667	25,05276838
01.08.1998	106	86,08333	24,97308737
01.09.1998	87	88,5	24,95829855
01.10.1998	68	90,66667	25,0079617
01.11.1998	90	93	24,99402706
01.12.1998	92	95,08333	25,00690877
01.01.1999	92	96,41667	24,99493004
01.02.1999	132	100	26,19603138
01.03.1999	131	104,5	27,272332
01.04.1999	125	108,3333	27,66298503
01.05.1999	139	110,4167	26,91323723
01.06.1999	160	113,3333	27,19456858
01.07.1999	168	115,8333	26,88073797

Продолжение таблицы 7.10

A	B	C	D
01.08.1999	133	118,0833	26,60940032
01.09.1999	107	119,75	26,85925465
01.10.1999	76	120,4167	29,0346018
01.11.1999	97	121	29,83719326
01.12.1999	100	121,6667	30,47271282
01.01.2000	84	121	32,26521318



Рисунок 7.27

В столбце C – прогноз, D – остатки. На графике (рис. 7.27) изображены фактические значения (х) и прогнозируемые. Как видно из этого графика, ряд хорошо сглаживается скользящей средней 12-го порядка. Это связано с наличием явления сезонности в данном временном ряду, причем период сезонных колебаний совпадает с интервалом сглаживания.

Прогнозируемых значений на $k - 1 = 11$ меньше, чем начальных.

4 Проводим контроль качества прогноза. Для этого используются не прямые методы.

1) строим график остатков **Диаграмма – тип Точечная – вид Точечная** (рис. 7.28).



Рисунок 7.28

В графике остатков не должно быть систематического роста амплитуды. Можно видеть, что на рисунке 7.28 такого нет.

2) Остатки должны иметь нормальное распределение. Строим график: **Диаграмма – Логарифмическая** (рис. 7.29). Можно видеть, что остатки почти ложатся на прямую линию.



Рисунок 7.29

5 Скользящее среднее можно использовать также для прогнозирования. При этом k последних данных, сглаженных скользящей средней k -го порядка, и являются прогнозом для следующей даты.

Выделяем 12 последних данных в столбце С (прогнозируемые значения) и находим среднее значение (функция СРЗНАЧ). Получим 114,5278. Это прогноз на февраль 2000г. Известно, что для временных рядов доверительный интервал практически симметричен относительно прогноза. Его

полуширина для уровня доверия 90% составляет 20...30% от прогноза. Возьмем полуширину доверительного интервала 25% от прогноза:

$$25\% \times 114,5278 = 28,6313;$$

$$114,5278 - 28,6313 = 85,8958;$$

$$114,5278 + 28,6313 = 143,1597.$$

Поэтому прогнозируемая перевозка угля на февраль 2000г. будет находится в пределах от 85,8958 до 143,1597 млн т.

6 Для выявленной общей тенденции ряда можно записать уравнение, если добавить на график ((рис. 7.27), прогнозируемые значения) линию тренда. Для этого выделяем на графике ряд данных, в меню **Диаграмма** выбираем команду **добавить линию тренда**, на вкладке **Тип** отмечаем **Линейная**, на вкладке **Параметры** устанавливаем флажок в окошке «Показывать уравнение на диаграмме».

Получили уравнение: $y = 2,2498x - 12,254$ (рис. 7.30).

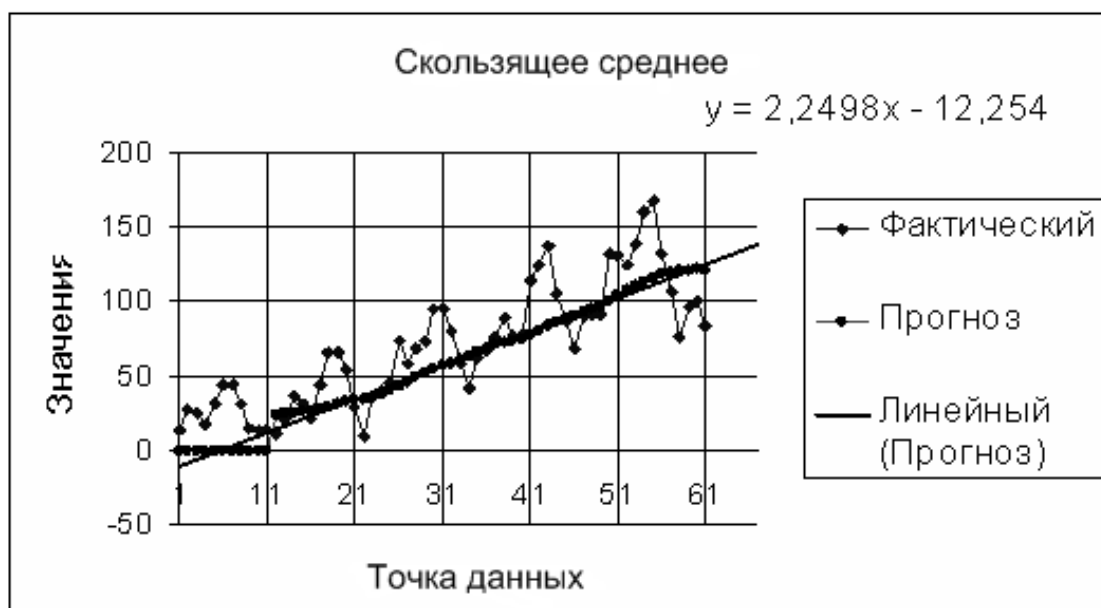


Рисунок 7.30

Это уравнение воспроизводит только общую тенденцию временного ряда, исключив сезонную компоненту.

Выводы

Для сглаживания данного временного ряда была использована скользящая средняя 12-го порядка (лаг=12). Получили, что общая тенденция может быть описана линейной моделью: $y = 2,2498x - 12,254$. Прогнозируемое значение перевозки угля на февраль 2000г составляет 114,5278млн т, 90%-ый доверительный интервал для этого прогноза: от 85,8958млн, т. к 143,1597млн т.

7.7 Метод экспоненциального сглаживания для временных рядов

Экономические данные

Собраны сведения о ежемесячных перевозках угля за период с января 1995 г. по январь 2000 г. (млн т/месяц). Данные заданы в таблице 7.9. Сгладить ряд, выявить общую тенденцию, сделать прогноз на следующий месяц.

Выполнение задания

1 Вводим данные на лист Excel в столбцы (столбец А – «дата», столбец В – x , млн т/месяц), так, как в предыдущем примере.

2 Построим график переменной x : **Диаграмма – Тип: Точечная – вид Точечная**. Появится график (рис. 7.31).

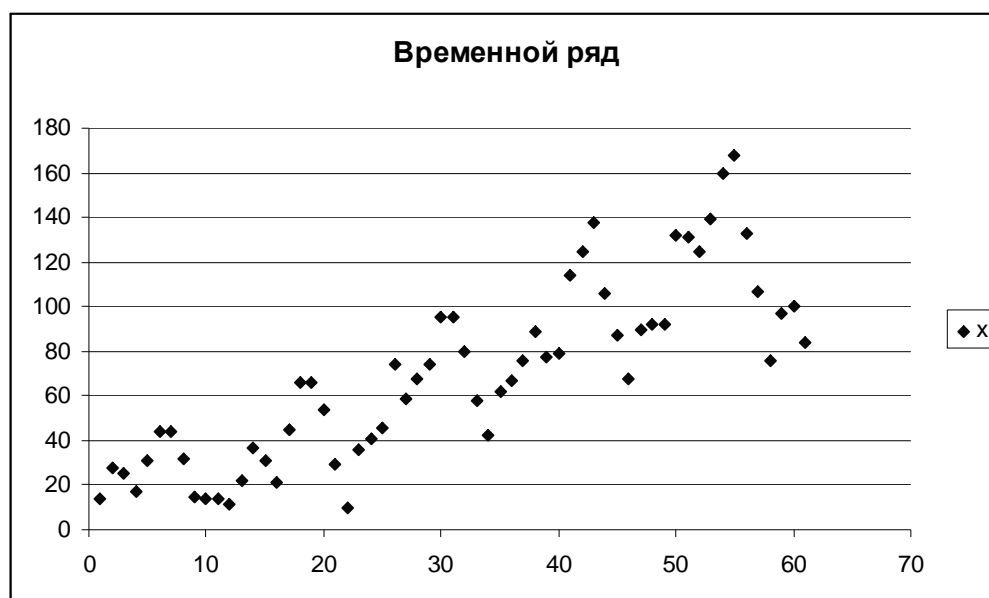


Рисунок 7.31

3 В меню Сервис выбираем **Анализ данных – Экспоненциальное сглаживание, Ок**. Задаем: входной интервал – данные столбца В, фактор затухания – 0,3, устанавливается флажок в окошке «Метки», если во входном диапазоне вместе с данными выделили букву «х», Исходный интервал – выделяем первую ячейку для вывода результата (\$C\$2), устанавливают флажки в окошках «Вывод графика» и «Стандартные погрешности», Ок.

Результат получили в столбцах С (прогноз) и D (остатки) (табл. 7.11) и в виде графика (рис. 7.32).

Таблица 7.11

А	В	С	Д
Дата	x	Прогноз	Остатки
01.01.95	14	#Н/Д	#Н/Д
01.02.95	28	14	#Н/Д

Продолжение таблицы 7.11

A	B	C	D
01.03.95	25	23,8	#Н/Д
01.04.95	17	24,64	#Н/Д
01.05.95	31	19,292	9,234168
01.06.95	44	27,4876	8,10117
01.07.95	44	39,04628	12,49141
01.08.95	32	42,51388	12,03157
01.09.95	15	35,15417	11,65819
01.10.95	14	21,04625	13,43219
01.11.95	14	16,11387	13,74023
01.12.95	11	14,63416	12,38693
01.01.96	22	12,09025	4,737272
01.02.96	37	19,02707	6,215003
01.03.96	31	31,60812	12,03379
01.04.96	21	31,18244	11,85466
01.05.96	45	24,05473	11,93144
01.06.96	66	38,71642	13,4506
01.07.96	66	57,81493	20,71055
01.08.96	54	63,54448	20,41318
01.09.96	29	56,86334	17,34442
01.10.96	10	37,359	17,64897
01.11.96	36	18,2077	23,20904
01.12.96	41	30,66231	24,7753
01.01.97	46	37,89869	19,76486
01.02.97	74	43,56961	12,76799
01.03.97	59	64,87088	19,13555
01.04.97	68	60,76126	18,49421
01.05.97	74	65,82838	18,37458
01.06.97	95	71,54851	7,156394
01.07.97	95	87,96455	14,93482
01.08.97	80	92,88937	14,90241
01.09.97	58	83,86681	15,97504
01.10.97	42	65,76004	17,1729
01.11.97	62	49,12801	21,60067
01.12.97	67	58,1384	21,59722
01.01.98	76	64,34152	16,41905
01.02.98	89	72,50246	11,25664
01.03.98	77	84,05074	12,736
01.04.98	79	79,11522	12,35316
01.05.98	114	79,03457	10,35849
01.06.98	125	103,5104	20,59375
01.07.98	138	118,5531	23,69528
01.08.98	106	132,1659	26,22065
01.09.98	87	113,8498	22,5436
01.10.98	68	95,05493	24,38407
01.11.98	90	76,11648	26,69292
01.12.98	92	85,83494	23,42102
01.01.99	92	90,15048	17,91396
01.02.99	132	91,44514	8,835171
01.03.99	131	119,8335	23,70742
01.04.99	125	127,6501	24,30917
01.05.99	139	125,795	24,33385

Продолжение таблицы 7.11

A	B	C	D
01.06.99	160	135,0385	10,10089
01.07.99	168	152,5116	16,3755
01.08.99	133	163,3535	18,59516
01.09.99	107	142,106	24,38785
01.10.99	76	117,5318	28,24688
01.11.99	97	88,45954	35,95673
01.12.99	100	94,43786	31,78189
01.01.00	84	98,33136	24,68986
01.02.00		88,29941	10,15324

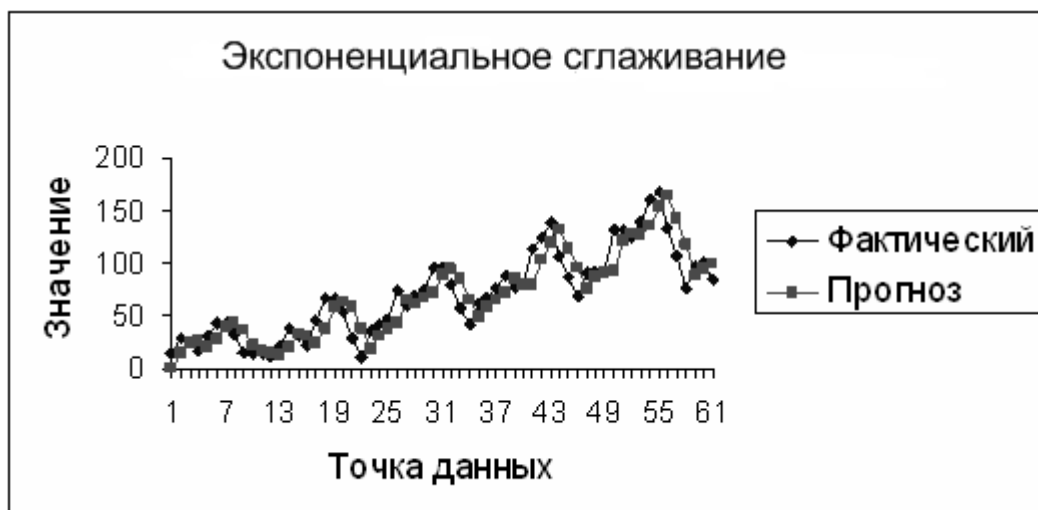


Рисунок 7.32

Можно видеть, что ряд прогнозируемых значений более гладкий, чем начальный. Это связано с тем, что процедура сглаживания позволяет фильтровать локальные флуктуации данных временных рядов для выявления четкой тенденции и прогноза будущих значений.

4 Осуществляем контроль качества прогноза. Для этого используются не прямые методы.

1) строим график остатков **Диаграмма – тип Точечная – вид Точечная** (рис. 7.33).

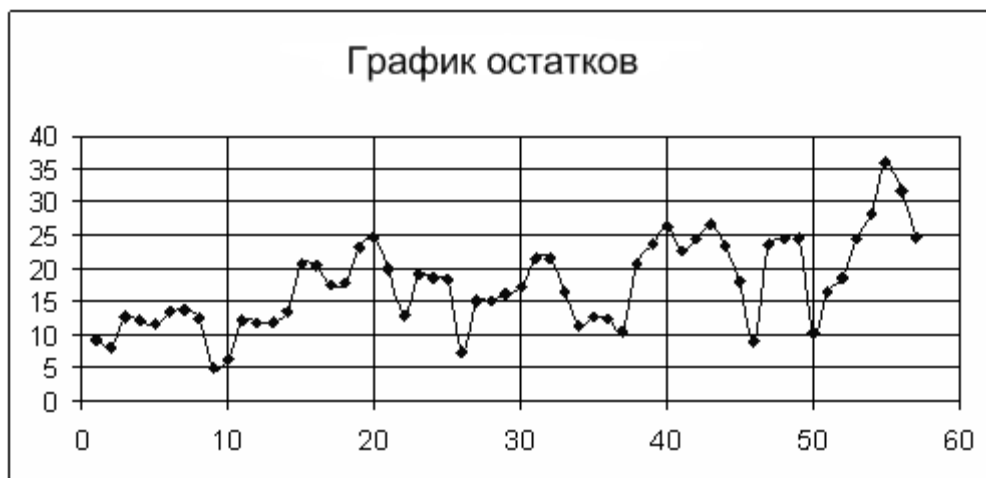


Рисунок 7.33

На рисунке 7.33 можно видеть, что рост амплитуды незначителен.

2) Остатки должны иметь нормальное распределение. Строим график: **Диаграмма – Логарифмическая** (рис. 7.34). Можно видеть, что отклонение остатков от нормального распределения незначительно.



Рисунок 7.34

Метод экспоненциального сглаживания позволяет ряд наблюдений сглаживать любое количество раз. Поэтому, если выше приведенные методы показывают, что качество сглаживания недостаточно, то операцию экспоненциального сглаживания можно повторить дважды или трижды.

5 Для получения прогноза продлим столбец прогнозируемых значений еще на одну ячейку. Это прогноз на следующий месяц (февраль 2000 г): 88,2994 млн т.

Возьмем полуширину доверительного интервала, которая равняется 25 % от прогноза: $88,2994 \times 25\% = 22,0749$. Тогда левый предел доверительного интервала $88,2994 - 22,0749 = 66,2245$, правый предел

$88,2994 + 22,0749 = 110,3743$. Поэтому прогнозируемое значение перевозки угля в феврале 2000 г составляет от 66,2245 до 110,3743 млн т.

Выводы

Данный временной ряд был сглажен с помощью простого экспоненциального сглаживания с параметром сглаживания $\alpha = 0,3$.

Прогнозируемое значение перевозки угля на февраль 2000 г составляет 88,2994 млн т, 90 % – й доверительный интервал для этого прогноза: от 66,2245 млн т до 110,3743 млн т.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ НА ЕЕ ИЗУЧЕНИЕ, ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

А.1 Состав модулей дисциплины “Экономико-математическое моделирование”, распределение времени на изучение, тематика контрольных работ.

Таблица А.1

№ п/п	Краткое содержание модуля	Триместр	Общее кол-во часов	Кредиты ECTS	Минимальное кол-во баллов	Максимальное кол-во баллов	Весовые коэффициенты
1	Однофакторная линейная и нелинейная регрессия	4,6	54	1,5	20	30	0,5
	Защита к. р.				5	10	
	зачет				30	60	
2	Многофакторная регрессия. Анализ временных рядов.	4,6	36	1,0	20	30	0,5
	Защита к. р.				5	10	
	зачет				30	60	
			90	2,5			

А.2 График сдачи модулей дисциплины “Экономико-математическое моделирование”

Таблица А.2

№ тр	Дисциплина	Время на освоение	Кредиты ECTS	Модули	Недели контроля									
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4,6	Экономико-математическое моделирование	90	2,5	2	1					1	2			2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Боровиков, В. П.** STATISTICA / В. П. Боровиков, И. П. Боровиков. – М. : Информационно-издательский дом “Филинь”, 1997. – 592 с.
- 2 **Доугерти, К.**, Введение в эконометрику / К. Доугерти. – М. : Инфра-м, 2001. – 402 с.
- 3 **Лукьяненко, И.** Эконометрика: Практикум / И. Лукьяненко, Л. Красникова. – Киев: Знание, 1998. – 217 с.
- 4 **Лукьяненко, И.** Эконометрика/ И. Лукьяненко, Л. Красникова. – Киев : Знание, 1998. – 493 с.
- 5 **Магнус, Я. Р.** Эконометрика. Начальный курс : учебник/ Я. Р. Магнус, П. К. Катыхев, А. А. Пересецкий. – 4-е изд. – М.: Дело, 2000. – 400 с.
- 6 Эконометрика: учебник/ Под редакцией И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
- 7 **Фишер, Ф.** Проблемы идентификации в эконометрии / Ф. Фишер. – М.: Статистика, 1978. – 245 с.
- 8 Контроль качества с помощью персональных компьютеров / Т. Макино, М. Охаси, Х. Док, К. Макино. – М.: Машиностроение, 1991. – 224 с.
- 9 **Назаренко, О. М.** Основы эконометрики : учебник. / О. М. Назаренко, – Киев: Центр учебной литературы, 2004. – 392 с.
- 10 **Толбатов, Ю. А.** Эконометрика : учебник. / Ю. А. Толбатов – К. : ТП Пресс, 2003. – 320 с.

Навчальний посібник

**ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна,
КЛЬОВАНИК Олена Анатоліївна**

**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ
МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ**

Навчальний посібник
(Російською мовою)

Редактор
Комп'ютерна верстка

А. А. Красько
О. С. Орда

23/2009. Підп. до друку 10.05.2011. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Ум. друк. арк. 6,51. Обл.-вид. арк. 4,36.
Тираж 75 прим. Зам. № 49.

Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру
серія ДК № 1633 від 24.12.2003