



УДК 681.5:62-83

Шеремет О. І., Садовой О. В., Сохіна Ю. В.

## СИНТЕЗ ДВОКОНТУРНОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ З ДВИГУНОМ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ДИСКРЕТНОГО ЧАСОВОГО ЕКВАЛАЙЗЕРА

У результаті досліджень [1] запропоновано бажану перехідну функцію системи автоматичного керування представляти у вигляді набору квантованих значень регульованої координати. Математичний апарат, розроблений у роботі [1], дозволяє аналітично визначити операторні зображення бажаних квантованих перехідних функцій кінцевої тривалості [2]. При такому підході синтез систем автоматичного керування виконується без застосування стандартних характеристичних поліномів [3].

Відмова від використання стандартних характеристичних поліномів під час синтезу систем автоматичного керування потребує встановлення інших засадничих принципів, що дозволяють враховувати динамічні особливості реальних технічних об'єктів у відповідності до наявних технологічних норм експлуатації [4].

Під час синтезу електромеханічної системи з використанням елементів теорії дискретного часового еквалайзера потрібно враховувати декілька суттєвих припущень:

1. В контурі електромеханічної системи буде присутня найменша некомпенсована стала часу, котру можна позначити як  $T_{\mu}$ . Її наявність обумовлена тим фактом, що не можна створити джерело нескінченної потужності.

2. Складова, яка містить  $T_{\mu}$ , фізично не може бути компенсована за допомогою використання методів розв'язання зворотних задач динаміки у теорії автоматичного керування.

3. Сучасна електромеханічна система містить у своєму складі перетворювач, який є аперіодичною ланкою з передатною функцією:

$$W(p) = k_n / (T_{\mu} p + 1),$$

де  $k_n$  – коефіцієнт передачі перетворювача.

Таким чином, значення  $T_{\mu}$  фізично визначається саме перетворювачем.

4. У багатоконтурній системі перетворювач встановлюється до внутрішнього (першого контуру).

Метою роботи є розробка методу синтезу двоконтурної системи тиристорний перетворювач-двигун постійного струму (ТП-ДПС) з урахуванням зворотного зв'язку за електро рушійною силою (ЕРС) двигуна, який би суміщав переваги існуючих аналітичних методів синтезу аналогових систем з передовими можливостями керування, що надаються регуляторами, синтезованими з використанням теорії дискретного часового еквалайзера [5, 6].

Внутрішній (перший) контур типової системи ТП-ДПС з урахуванням зворотного зв'язку за ЕРС матиме вигляд, наведений на рис. 1.

На рис. 1 позначено:  $W_{pc}(p)$  – передатна функція регулятора струму,  $\frac{k_{mn}}{T_{\mu} p + 1}$  – пере-

датна функція тиристорного перетворювача;  $\frac{1/R_{\text{я}}}{T_{\text{я}} p + 1}$  – передатна функція електромагнітної

частини двигуна;  $R_{\text{я}}$  – опір якірного кола;  $T_{\text{я}}$  – електромагнітна стала часу;  $k_c$  – коефіцієнт зворотного зв'язку за струмом;  $u_{\text{зс}}$  – напруга завдання за струмом;  $u_{\text{зв.с}}$  – напруга зворотного зв'язку за струмом.

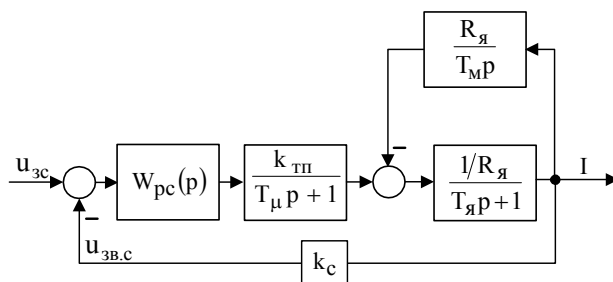


Рис. 1. Внутрішній контур системи ТП-ДПС з урахуванням зворотного зв'язку за ЕРС

Компенсувати (віддзеркалити) у прямій гілці можна ті складові, які не містять  $T_\mu$ , тобто компенсована частина повинна мати наступний вигляд [7]:

$$W_{\text{компн1}}(p) = \frac{k_{mn}}{R_\text{я} T_\text{я}} \cdot \frac{p}{p^2 + \frac{1}{T_\text{я}} p + \frac{1}{T_\text{м} T_\text{я}}}$$

Спрощена структурна схема контуру струму наведена на рис. 2.

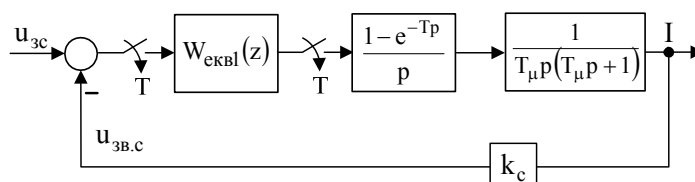


Рис. 2. Спрощена структурна схема контуру струму

Розглянемо неперервну частину, яку треба привести до дискретної:

$$W_{\text{прив}}(p) = \frac{1}{T_\mu} \cdot \frac{1/T_\mu}{p(p + 1/T_\mu)}; \quad W_{\text{дзерк}}(p) = \frac{1}{T_\mu p \cdot W_{\text{компн}}(p)} = \frac{T_\text{м} T_\text{я} p^2 + T_\text{м} p + 1}{(1/R_\text{я}) T_\text{м} T_\mu k_{mn} p^2}$$

Бажана передатна функція контуру струму, що визначається, виходячи з налаштування синтезованої системи на перехідну функцію кінцевої тривалості [1]:

$$W_{\text{б.кв}}(z) = \frac{W_{\text{екв}}(z) W_{\text{прив}}(z)}{1 + W_{\text{екв}}(z) W_{\text{прив}}(z) k_c} = \frac{a_{m-1} z^{m-1} + a_{m-2} z^{m-2} + \dots + a_1 z + a_0}{z^m}$$

де  $W_{\text{прив}}(z)$  – передатна функція неперервної системи, що приводиться до дискретного вигляду;

$W_{\text{екв}}(z)$  – передатна функція дискретного часового еквалайзера.

Тоді передатна функція дискретного часового еквалайзера матиме вигляд:

$$W_{\text{екв}}(z) = T_\mu \cdot \frac{(a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_1 z + a_0)(z - d)(z - 1)}{(z^m - k_c (a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_1 z + a_0))(bz + c)}$$

Задамо коефіцієнти бажаної квантованої перехідної функції. Нехай  $m = 5$ ,  $a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$ . Період квантування оберемо меншим за найменшу некомпенсовану сталу часу, наприклад,  $T = T_\mu / 2 = 0,0025$  с. Коефіцієнт зворотного зв'язку за струмом  $k_c = 0,1$ .

Інші коефіцієнти:

$$d = e^{-\frac{T}{T_\mu}} = e^{-0,5} = 0,607; \quad b = T - T_\mu + T_\mu d = 0,000535; \quad c = T_\mu - Td - T_\mu d = 0,0004475.$$

Розрахуємо чисельник передатної функції еквалайзера:

$$(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1)(z - 0,607)(z - 1) = z^6 - 0,607z^5 - z + 0,607.$$

Знаменник передатної функції еквалайзера становитиме наступний вираз:

$$\begin{aligned} & (z^5 - (z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) \cdot 0,1)(0,000535z + 0,0004475) = \\ & = 0,000535z^6 + 0,000394z^5 - 0,00009825z^4 - 0,00009825z^3 - 0,00009825z^2 - \\ & \quad - 0,00009825z - 0,00004475. \end{aligned}$$

Структурна схема двоконтурної електромеханічної системи наведена на рис. 3.

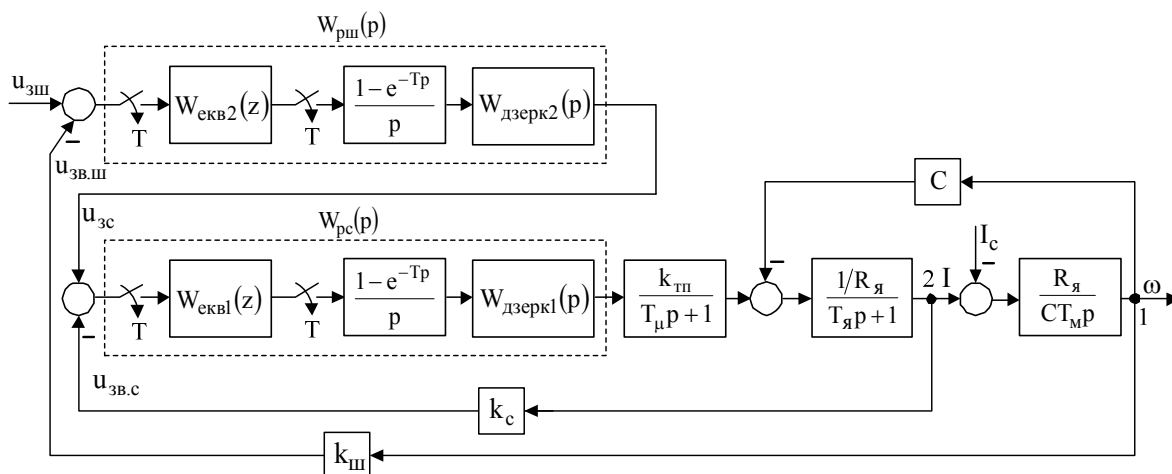


Рис. 3. Структурна схема двоконтурної електромеханічної системи

Перетворимо структурну схему, показану на рис. 3, виконавши перенос вузла 1 у положення 2.

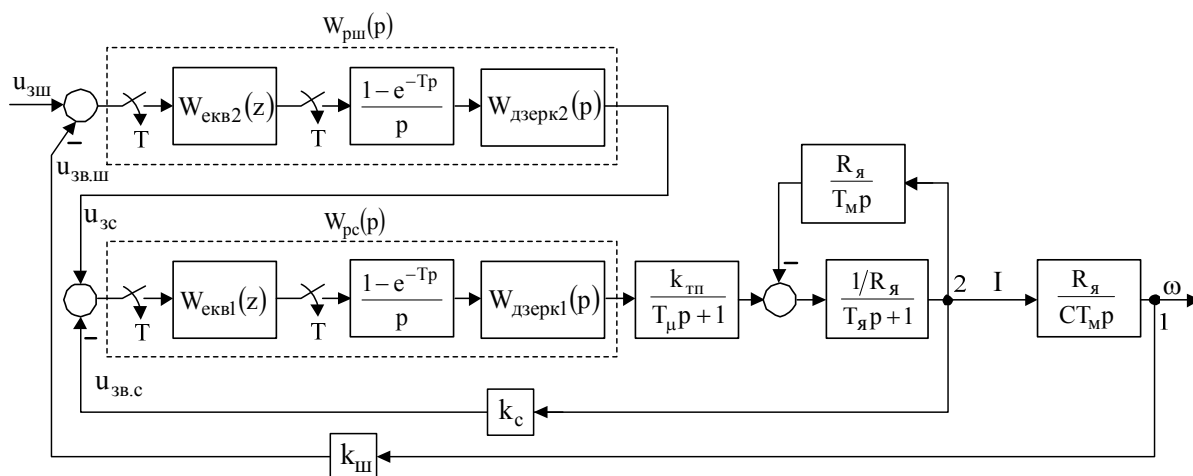


Рис. 4. Структурна схема двоконтурної електромеханічної системи після перенесення вузла у внутрішньому контурі

Структурна схема згорнутої до одного контуру двоконтурної системи наведена на рис. 5. Тут вплив внутрішнього контуру представлено у вигляді ланки  $W'_{екв2}(z)$  з наступною передатною функцією:

$$W'_{екв2}(z) = W_{екв2}(z) \cdot \frac{a}{zW_{б.кc}(z)},$$

де  $W_{екв2}(z)$  – передатна функція еквалайзера у другому контурі;

$zW_{б.кc}(z)$  – бажана передатна функція контуру струму, помножена на оператор  $z$  з метою забезпечення однакового ступеня чисельника та знаменника передатної функції;

$a$  – коефіцієнт налаштування, значення якого змінюються у діапазоні  $[0, 1]$  – необхідний для завдання виду перехідної функції за вихідною координатою.

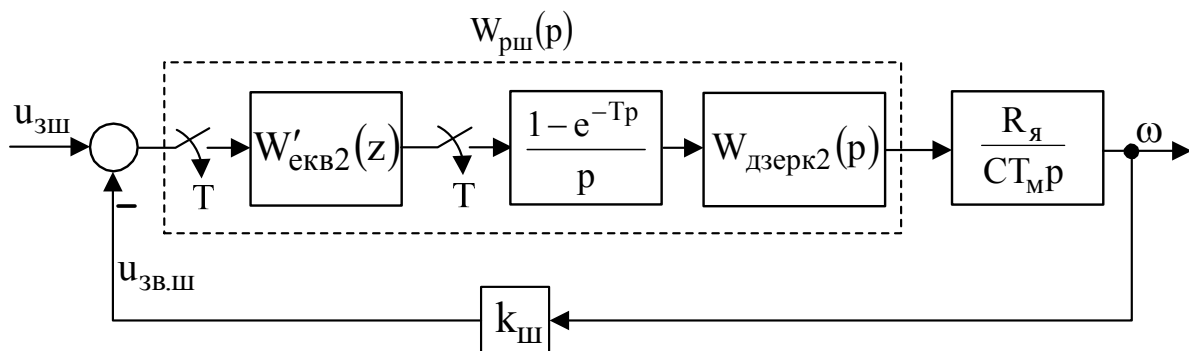


Рис. 5. Структурна схема згорнутої до одного контуру електромеханічної системи

Компенсувати (віддзеркалити) у прямій гілці одержаного контуру можна ті складові, які не містять  $T_{\mu}$ , тобто компенсована частина повинна мати вигляд:

$$W_{комп2}(p) = \frac{R_{я}}{CT_{м}p}.$$

Для покращення статичних характеристик та для зменшення впливу перешкод застосуємо інтегральну складову  $1/T_{\mu}p$ , тоді передатна функція дзеркальної частини регулятора повинна мати такий вигляд:

$$W_{дзерк2}(p) = \frac{1}{T_{\mu}p \cdot W_{комп2}(p)} = \frac{CT_{м}}{R_{я}T_{\mu}}; \quad W_{дзерк2}(p) = 19,09;$$

$$W_{комп2}(p) = \frac{R_{я}}{CT_{м}p} = \frac{10,48}{p}.$$

Нехай  $T_{я} = 0,05$  с,  $T_{м} = 0,1$  с. Активний опір якірного кола двигуна постійного струму  $R_{я} = 2,2$  Ом,  $k_{mn} = 50$ . Некомпенсована стала часу  $T_{\mu} = 0,005$  с.

Будемо вважати, що компенсація великих сталих часу виконується ідеально, тоді передатна функція об'єкта, на роботу з яким проектується еквалайзер, матиме наступний вигляд (рис. 6):

$$W_{об.екв}(p) = W_{дзерк2}(p) \cdot \frac{R_я}{CT_M p} = \frac{CT_M}{R_я T_\mu} \cdot \frac{R_я}{CT_M p} = \frac{1}{T_\mu p}.$$

Відповідна замкнена система матиме передатну функцію  $\frac{W_{екв2}(p)}{T_\mu p + W_{екв2}(p)k_{ш}}$ .

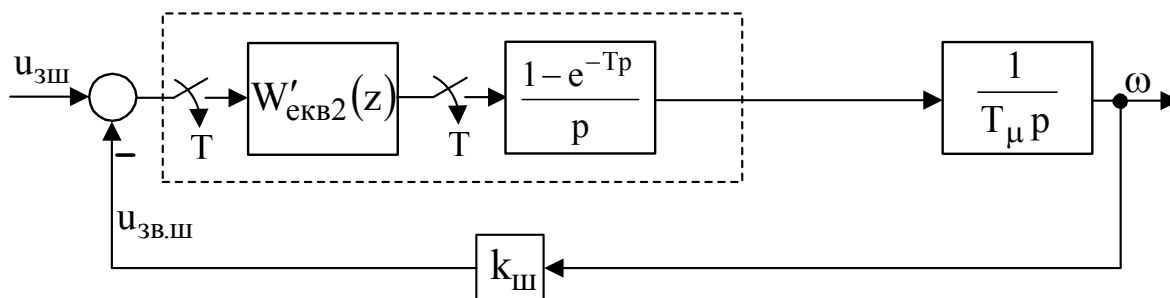


Рис. 6. Спрощена структурна схема електромеханічної системи

Розглянемо неперервну частину, яку треба привести до дискретного вигляду:

$$W_{прив}(p) = 1/T_\mu p.$$

Між еквалайзером та приведеною передатною функцією «встановлюється» екстраполатор нульового порядку з передатною функцією  $\frac{1 - e^{-Tp}}{p} = \frac{z-1}{zp}$ .

У відповідності до стандартного  $z$ -перетворення:

$$Z \left\{ \frac{1}{p^2} \right\} = \frac{zT}{(z-1)^2}; \quad W_{прив}(z) = \frac{z-1}{zT_\mu} \cdot Z \left\{ \frac{1}{p^2} \right\} = \frac{z-1}{zT_\mu} \cdot \frac{zT}{(z-1)^2} = \frac{T/T_\mu}{z-1},$$

де  $P(z) = T/T_\mu$  – поліном чисельника;

$Q(z) = (z-1)$  – поліном знаменника.

Виконаємо факторизацію поліномів чисельника та знаменника, тобто розділимо їх на дві частини, які мають нулі та полюси за колом одиничного радіусу, що є межею стійкості у дискретній системі, та на ньому ( $Q_-(z)$  та  $P_-(z)$ ), і всередині цього кола ( $Q_+(z)$  та  $P_+(z)$ ).

Весь поліном чисельника відноситься до стійкої складової, тобто  $P(z) = P_+(z) = T/T_\mu$ . Поліном знаменника має полюс, що лежить на межі стійкості  $z = 1$ . Тому для полінома знаменника потрібно виконати факторизацію:

$$Q(z) = Q_+(z)Q_-(z) = (z-1),$$

Тоді  $Q_-(z) = (z-1)$ , а  $Q_+(z) = 1$ .

Для того, щоб забезпечити робастність (грубість) синтезованої системи, до складу регулятора не треба включати  $Q_-(z)$ . Таким чином, регулятором не компенсується частина  $Q_-(z) = z-1$ .

Одержимо рівняння дискретного часового еквалайзера:

$$W_{екв2}(z) = \frac{F(z)}{G(z)} \cdot \frac{Q_+(z)}{P(z)},$$

де  $F(z)$  та  $G(z)$  – невідомі поліноми еквайзера, які потрібно визначити.

$$W_{екв2}(z)W_{прив}(z) = \frac{F(z)}{G(z)} \cdot \frac{Q_+(z)}{P(z)} \cdot \frac{P(z)}{Q_+(z)Q_-(z)} = \frac{F(z)}{G(z) \cdot Q_-(z)} = \frac{F(z)}{G(z) \cdot (z-1)}.$$

Після замикання отримаємо:

$$\frac{W_{екв}(z)W_{прив}(z)}{1 + W_{екв}(z)W_{прив}(z)k_{uu}} = \frac{F(z)}{G(z) \cdot (z-1) + F(z)k_{uu}} = \frac{F_{\bar{o}}(z)}{G_{\bar{o}}(z)} = \frac{a_{m-1}z^{m-1} + a_{m-2}z^{m-2} + \dots + a_1z + a_0}{z^m},$$

де  $F_{\bar{o}}(z)$  – бажаний поліном чисельника (набір значень вихідної координати за зростанням);

$G_{\bar{o}}(z) = z^m$  – бажаний поліном знаменника ( $m$  – кількість тактів, на яких розглядається бажаний характеристичний поліном).

Таким чином, для визначення невідомих поліномів регулятора потрібно розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} F(z) = F_{\bar{o}}(z) = a_{m-1}z^{m-1} + a_{m-2}z^{m-2} + \dots + a_1z + a_0, \\ G(z) \cdot (z-1) + F(z)k_{uu} = G_{\bar{o}}(z) = z^m. \end{cases}$$

Очевидно, що:

$$F(z) = a_{m-1}z^{m-1} + \dots + a_1z + a_0; \quad G(z) = \frac{z^m - (a_{m-1}z^{m-1} + \dots + a_1z + a_0)k_{uu}}{(z-1)}.$$

Тоді передатна функція дискретного часового еквайзера матиме вигляд:

$$W_{екв2}(z) = \frac{F(z)}{G(z)} \cdot \frac{Q_+(z)}{P(z)} = \frac{(a_{m-1}z^{m-1} + \dots + a_1z + a_0)(z-1)}{\left(\frac{T}{T_{\mu}}\right) \left( z^m - k_{uu} (a_{m-1}z^{m-1} + \dots + a_1z + a_0) \right)}.$$

Нехай  $m = 5$ ,  $a_4 = a_3 = a_2 = a_1 = a_0 = 1$ .

Використовуємо задані вище коефіцієнти  $m$ ,  $a_4$ ,  $a_3$ ,  $a_2$ ,  $a_1$ ,  $a_0$ , та, як і під час синтезу першого дискретного часового еквайзера, обираємо період квантування вдвічі меншим за найменшу некомпенсовану сталу часу  $T = T_{\mu}/2 = 0,0025$  с. Коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю  $k_{uu} = 0,2$ .

Розрахуємо чисельник передатної функції еквайзера:

$$(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1)(z-1) = z^5 - 1.$$

Знаменник передатної функції еквайзера матиме наступний вираз:

$$(z^5 - (z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) \cdot 0,2) \cdot 0,5 = 0,5z^5 - 0,1z^4 - 0,1z^3 - 0,1z^2 - 0,1z - 0,1.$$

Тоді:

$$W_{екв2}(z) = \frac{z^5 - 1}{0,5z^5 - 0,1z^4 - 0,1z^3 - 0,1z^2 - 0,1z - 0,1};$$

$$W'_{екв2}(z) = W_{екв2}(z) \frac{a \cdot z^4}{z^4 + z^3 + z^2 + z + 1}.$$

Виконаємо моделювання одержаної системи у програмному середовищі MATLAB Simulink (рис. 7).

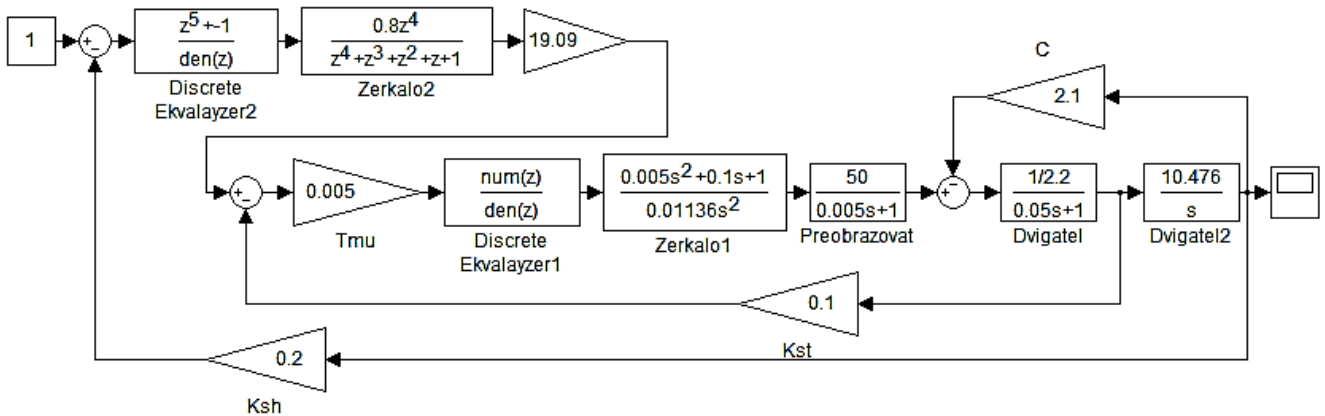


Рис. 7. Модель двоконтурної системи ТП-ДПС з урахуванням зворотного зв'язку за ЕРС двигуна, побудована з використанням елементів теорії дискретного часового еквалайзера

Перехідні функції за вихідною координатою системи ТП-ДПС з урахуванням зворотного зв'язку за ЕРС двигуна на базі дискретного часового еквалайзера при різних значеннях коефіцієнта налаштування  $a$  наведені на рис. 8.

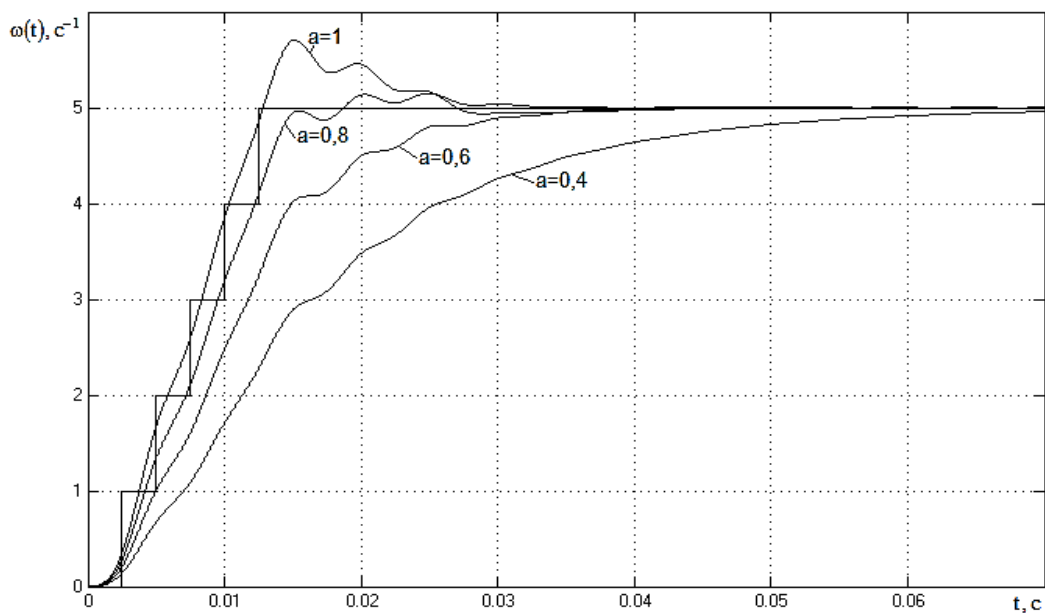


Рис. 8. Перехідні функції за швидкістю у двоконтурній системі ТП-ДПС

На рис. 9 наведена залежність перерегулювання від коефіцієнта налаштування  $a$ , одержана експериментально на математичній моделі.



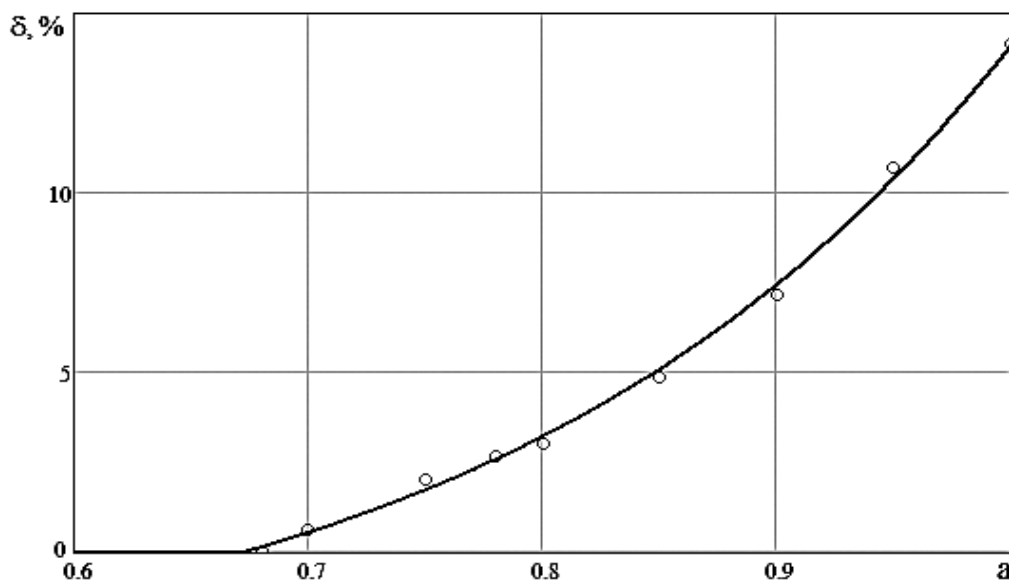


Рис. 9. Залежність перерегулювання за швидкістю від коефіцієнта налаштування  $a$

### ВИСНОВКИ

Таким чином, запропонований метод синтезу дозволяє визначати передатні функції дискретного часового еквалайзера та блоків віддзеркалення для типової двоконтурної системи ТП-ДПС, головною вихідною координатою якої є кутова швидкість. При цьому компенсація впливу внутрішнього контуру виконується у дискретному вигляді шляхом введення до складу еквалайзера головного контуру ланки  $\frac{a}{zW_{\sigma, KC}(z)}$ , що містить у собі обернене значення бажаної передатної функції контуру струму  $W_{\sigma, KC}(z)$ , оператор  $z$ , необхідний для того, щоб порядок чисельника не перевищував порядок знаменника, та коефіцієнт налаштування  $a$ , який дозволяє змінювати характер перехідних функцій. Залежність перерегулювання від коефіцієнта  $a$  має експоненціальний характер.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Sheremet O. Development of a mathematical apparatus for determining operator images of the desired quantized transition functions of finite duration / O. Sheremet, O. Sadovoy // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2016. – № 2/2 (80). – P. 51–58.
2. Boashash B. *Time-Frequency Signal Analysis and Processing*, 2nd edition / B. Boashash. – Amsterdam, Netherlands : Academic Press, 2015. – 1056 p.
3. Lasserre J. B. *Inverse Polynomial Optimization* / J. B. Lasserre // *Mathematics of Operations Research*, 2013. – Vol. 38, Issue 3. – P. 418–436.
4. Cerone V. Characteristic polynomial assignment for plants with semialgebraic uncertainty : A robust diophantine equation approach / V. Cerone, D. Piga, D. Repruto // *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015. – № 25 – P. 2911–2921.
5. Шеремет О. І. Синтез еквалайзерного регулятора струму для одноконтурної системи підпорядкованого регулювання / О. І. Шеремет // *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії: збірник наукових праць*. – Краматорськ : ДДМА, 2013. – № 2 (31). – С. 100–105.
6. Шеремет О. І. Поняття дискретного часового еквалайзера / О. І. Шеремет, О. В. Садовой, Ю. В. Сохіна // *Збірник наукових праць Донбаського державного технічного університету*. – Алчевськ : ДонДТУ, 2014. – № 1 (42). – С. 147–151.
7. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохіна ; под. ред. А. В. Садового. – К. : ИСИМО, 1996. – 298 с.