



## РАЗДЕЛ IV ОБОРУДОВАНИЕ И ОСНАСТКА ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 621.774.35

Рахманов С. Р.

### ОПТИМИЗАЦИЯ КАЛИБРОВКИ ИНСТРУМЕНТОВ ПРОШИВНОГО ПРЕССА ТРУБОПРЕССОВОЙ ЛИНИИ

При реализации устойчивого технологического процесса производства гильз (труб) на прошивных прессах трубопрессовых линий осесимметричная оправка или экспандер принудительно внедряется вдоль оси прокатки в трубную заготовку (металл), преодолевая значительное сопротивление деформации металла [1, 2].

Вследствие несовершенства технологического процесса прошивки или экспандирования трубной заготовки рабочие поверхности технологических инструментов (оправки, экспандера и втулки контейнера) подвергаются интенсивному износу со стороны обтекающего потока горячего металла. Это в свою очередь приводит к увеличению осевого сопротивления на оправку или экспандер и механизм ее удержания на оси прокатки (рис. 1).

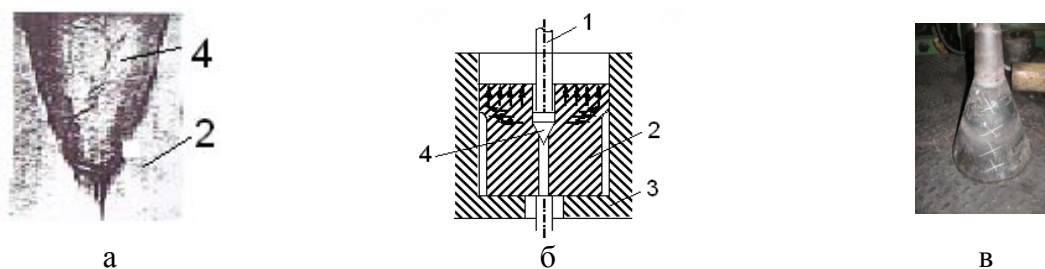


Рис. 1. Схема прошивки трубной заготовки (а) и экспандирования гильзы (б) и характерная картина износа экспандера (в) прошивного пресса 12 МН трубопрессовой линии фирмы SMS MEER: 1 – стержень оправки; 2 – трубная заготовка; 3 – контейнер; 4 – оправка или экспандер

Для интенсификации и обеспечения максимальной эффективности базового технологического процесса прошивки или экспандирования трубной заготовки, при прочих равных условиях, необходимо подобрать такую форму оправки или экспандера, которая при минимально-возможном сопротивлении обеспечит ее устойчивое движение в осевом направлении очага деформации.

Целью работы является проектирование оправки рациональной формы или экспандера оптимальной калибровки.

Реализация устойчивого технологического процесса прошивки трубной заготовки или экспандирования гильзы заданных размеров возможна лишь в том случае, когда скорость внедрения оправки или экспандера в металл не превосходит скорость деформации металла и характер взаимодействия оправки или экспандера с металлом является неупругим. При некотором допущении оправку или экспандер принимаем в виде абсолютно твердого тела. При этом можно предположить, что оправка или экспандер, не нарушая сплошность заготовки (рабочей среды), как бы «раздвигает» в стороны слои (частицы) металла вдоль оси прокатки. Это говорит о соблюдении гипотезы плоских сечений для рассматриваемой динамической модели очага деформации в процессе прошивки сплошной цилиндрической заготовки или экспандирования гильзы [3, 4] (рис. 2).

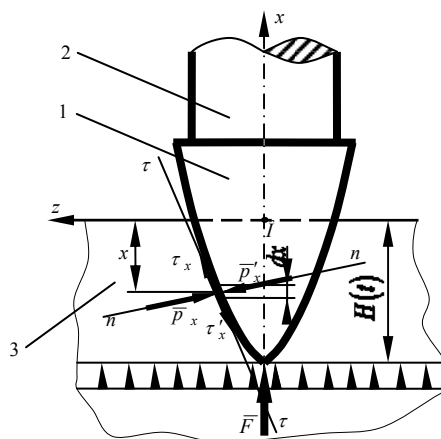


Рис. 2. Расчетная схема очага деформации в процессе прошивки сплошной или экспандирования сверленной трубной заготовки:

1 – оправка; 2 – стержень оправки; 3 – трубная заготовка

Как уже отмечалось, вследствие некоторых особенностей формирования технологического процесса прошивки и экспандирования трубной заготовки и устойчивого режима реализации, ограничимся рассмотрением стесненного очага деформации и проектированием рабочего инструмента рациональной калибровки для прошивных прессов. При этом, в выбранной системе координат, образующая осесимметричной оправки или экспандера может быть задана в виде:

$$f(x) = R(x), \quad (1)$$

где  $f(x)$  – по крайней мере, дважды дифференцируемая функция, удовлетворяющая технологическим условиям и исходным требованиям выпуклости формы образующей оправки или экспандера [ $f'(x) \geq 0$ ;  $f''(x) < 0$ ] (рис. 3).

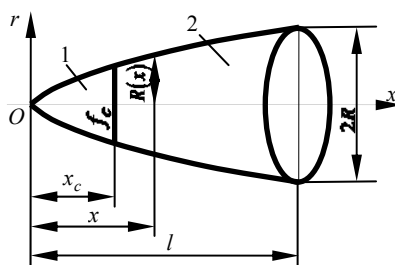


Рис. 3. Схема к определению оптимальной формы образующей оправки или экспандера прошивного пресса:

1 – носовая часть; 2 – рабочий участок

Для рассматриваемых скорректированных моделей процесса и принятой реологии рабочей среды (прошиваемого металла) сила осевого сопротивления оправки или экспандера с учетом условий трения в очаге деформации, при известных предположениях, определяется в виде:

$$F = 2\pi \int_0^l p_0 [f'(x) + \mu_0] f(x) dx, \quad (2)$$

$$p_0 = A(f')^2 + Bff'' + G, \quad (3)$$

где  $p_0$  – давление металла на оправку в очаге деформации при прошивке сплошной цилиндрической или экспандировании трубной заготовки;

$\mu_0$  – коэффициент трения между металлом оправкой или экспандером;

$f(x)$  – класс допустимых функций формы образующих оправки или экспандера;

$A, B, G$  – соответствующие коэффициенты ( $A \geq 0, B \geq 0, G \geq 0$ ), определяющие реальные термомеханические свойства прошиваемого или экспандируемого металла.

При реализации базового технологического процесса прошивки или экспандирования в металле трубной заготовки преимущественно перед оправкой или экспандером в радиальном направлении движется некоторая пластическая (деформационная) волна. Поэтому коэффициенты уравнения (3) определенно зависят от следующих параметров деформируемого металла: начальной плотности  $\rho_0$  и плотности металла  $\rho_1$ , расположенного впереди линий токов деформационной волны, величины сцепления металла с оправкой или экспандером  $m$ , угла внутреннего трения  $\theta$ , давления металла  $\bar{p}_0$  и касательного напряжения на рабочей поверхности  $\bar{\tau}$ .

При исследовании напряженно-деформированного состояния металла в виде пластических или упругопластических сред для практических расчетов и определения коэффициентов уравнения (3), учитывают реальные свойства металла как деформируемой рабочей среды. При этом, согласно [5, 6], рекомендуется пользоваться выражениями, представленными в виде:

$$A = \begin{cases} \frac{\chi_1}{1-\gamma} \left[ a^{\gamma-1} - 1 + 2b_1(1+\gamma)a^\gamma + \frac{1-\gamma}{\gamma}(a^\gamma - 1) \right], (\gamma \neq 0) \\ \chi_1(\ln a + b_1); \gamma = 0. \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 2\chi_1 \frac{a^\gamma - 1}{\gamma}; \gamma \neq 0; \\ \chi_1 \ln a; \gamma = 0, \end{cases} \quad G = \begin{cases} p_0 + \tau_0 \varphi^{-1}(a^\gamma - 1); \gamma \neq 0; \\ \tau_0 \ln a; \gamma = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $m$  – коэффициент сцепления металла с оправкой или экспандером;

$$b_1 = \rho / \rho_0 = \text{const}; \quad a = (1 - b_1)^{-1};$$

$$\tau_0 = 2m \cos \theta; \quad \varphi = \sin \theta; \quad \gamma = \frac{\varphi}{1 + \varphi}; \quad - \text{параметры процесса прошивки или экспандирования}$$

$$2\chi = \rho_0 u^2; \quad 2\chi_1 = \rho_1 u^2.$$

вания трубной заготовки

Опыт эксплуатации большинства ответственных и зарубежных прошивных прессов показывает, что реализация устойчивого технологического процесса как прошивки, так и экспандирования цилиндрических трубных заготовок в гильзы возможна лишь при определенных конфигурациях оправок или экспандеров, проникающих с постоянной скоростью  $\bar{u}$  в пластическую или другую моделируемую эквивалентную рабочую среду. Поэтому необходимо определить класс допустимых функций формы образующих  $f(x)$ , для которых должно быть выполнено необходимое условие  $[f'(x)]^2 \ll 1$  или  $f'(x) = k_0$ ,  $k_0^2 = 0(1) = \text{const}$  ( $k_0$  – известная постоянная).

Из уравнения для определения давления металла в очаге деформации (3) и принятой расчетной схемы, физической модели процесса прошивки или экспандирования в условиях безотрывного обтекания оправки и экспандера потоком металла получаем некоторое ограничение на класс допустимых функций:

$$p_0 = A(f')^2 + Bff'' + G. \quad (5)$$

Для случая, когда  $f'(x) \neq 0$  площадь поверхности оправки или экспандера  $S$  и ее полезный объем  $V$  могут быть записаны в виде:

$$S = 2\pi \int_0^{x_k} f(x) dx = \int_0^{y_k} f(x)x' df; \mathcal{V} = 2\pi \int_0^{x_k} f^2(x) dx = \int_0^{y_k} f^2(x)x' df, \quad (6)$$

где  $y_k = r_k = d/2$  – радиус основания (калибрующего участка) оправки или экспандера;  
 $x' = dx/df = 1/f'(x)$ .

В некотором исходном приближении задачи принимаем, что  $f(0) = 0$ . Следовательно, проектирование оптимальной образующей оправки или экспандера реализуемо в пределах выбранного класса допустимых функций, удовлетворяющих вышеприведенным условиям прошивки или экспандирования трубной заготовки (условия безотрывного обтекания оправки или экспандера потоком прошиваемого металла).

Для удобства анализа условия соответствия формы оправки или экспандера в форме выпуклого тела, начальные условия задачи удобно выразить в виде:

$$\begin{aligned} f'(x) - l^2 &= 0; \quad g' - w^2 = 0; \\ Ag^2 + Bf(x)g + G - \beta^2 &= 0; \\ f'(x) - k_0 + \alpha^2 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $l, w, \alpha, \beta$  – действительные переменные вариационной задачи.

Следовательно, функция  $g(x)$  определяется дифференциальным условием:

$$f'(x) - g(x) = 0. \quad (8)$$

Таким образом, задача по определению формы оправки или экспандера минимального осевого сопротивления, проникающей с постоянной скоростью в пластическую или другую моделируемую эквивалентную рабочую среду, размещенную в ограниченном объеме, сводится к базовой вариационной задаче по определению переменных  $f(x), g(x), \alpha(x), w(x), l(x), \beta(x)$ . В целом, это позволяет минимизировать функционал осевого сопротивления при вышечисленных условиях деформации рабочей среды и процессах обтекания оправки или экспандера потоком металла.

Необходимо отметить, что в этом случае решение многофакторной вариационной задачи эквивалентно отысканию экстремума уточненного функционала осевого сопротивления:

$$I = \int_0^l F(f, f', g, g', w, \alpha, l, \beta, \lambda_k) dx; \quad (9)$$

$$[k = \overline{1, 7}],$$

где  $F$  – подинтегральная функция, равна:

$$\begin{aligned} F = & \left( Ag^2 + Bfg' + G \right) (g + \mu_0) f + \lambda_3(x) (f' - g) + \lambda_4(x) (g' + w^2) + \\ & + \lambda_5(x) (f' - k_0 + \alpha^2) + \lambda_6(x) (Ag^2 + Bfg' + G - \beta^2) + \lambda_7(x) (f' - l^2) + \\ & + \lambda_1(x) f + \lambda_2(x) f^2; \end{aligned} \quad (10)$$

$\lambda_k(x)$  – множители Лагранжа  $[k = \overline{1, 7}]$ , согласно [6, 7, 8].

Для рассматриваемой задачи условия трансверсальности вариаций произвольных переменных могут быть сформулированы в следующей форме (форме исходной постановки вариационной задачи Эйлера):

$$\begin{aligned}
& [F - fF_{f'} - g']_k \delta x_k + [F_{f'}]_k \delta y_k + \\
& + [F_{g'}]_k \delta g_k + [F_{g'}]_0 \delta g_0 = 0; \\
& F_{f'} = \frac{\partial F}{\partial f'}; F_{g'} = \frac{\partial F}{\partial g'}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Индексы, указанные в уравнениях (11), 0 и  $k$  соответствуют значениям функций и вариаций переменных в начальных и конечных точках кривых, определяющих форму обрабатываемых оправок или экспандера. Выдвинутое условие (11) должно выполняться для любых допустимых вариаций  $\delta x_k, \delta y_k, \delta g_k$ . Учитывая, что на них не наложены дополнительные ограничения, из (11) следует, что:

$$\begin{aligned}
& [F - fF_{f'} - g']_k \delta x_k = 0; [F_{f'}]_k \delta y_k = 0; \\
& [F_{g'}]_k \delta g_k = 0; [F_{g'}]_0 \delta g_0 = 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Применив известное правило решения задачи с определенными ограничениями типа равенств и неравенств, изложенное в работе [7, 8], формируем необходимые и достаточные условия минимума целевой функции, определенной на множестве нормированного пространства очага деформации. Следовательно, при этом получим, что вдоль экстремали должны быть выполнены следующие условия:

$$\lambda_4(x) \geq 0; \lambda_5(x) \geq 0; \lambda_6(x) \leq 0; \lambda_7(x) \leq 0,$$

которые могут быть также получены непосредственно из необходимого условия минимума неопределенных множителей – условие Лежандра [8, 9].

Уравнение Эйлера в силу вышеизложенного для рассматриваемых условий задачи имеет вид:

$$\begin{aligned}
& dF_{g'}/dx - F_g = 0; \quad dF_{f'}/dx - F_f = 0; \\
& F_\alpha = 0; F_\beta = 0; F_l = 0; F_w = 0.
\end{aligned} \tag{13}$$

Из последних четырех выражений вытекает следующее:

$$\lambda_4(x)w = 0; \lambda_5(x)\alpha = 0; \lambda_6(x)\beta = 0; \lambda_7(x)l = 0. \tag{14}$$

Обращая внимание на исходную постановку и базовые условия задачи, на вариацию  $\delta g$  в начальной и конечной точках строгие ограничения не наложены. Следовательно, соотношения  $[F_{g'}]_k \delta g_k = 0$  и  $[F_{g'}]_0 \delta g_0 = 0$  должны всегда выполняться. Очевидно, они имеют вид:

$$\begin{aligned}
& Bf_k^2 (f'_k + \mu_0) + [\lambda_4(x)]_k + [\lambda_6(x)]_k + Bf_k = 0; \\
& [\lambda_4(x)]_0 = 0.
\end{aligned} \tag{15}$$

Поэтому можно записать, что  $[\lambda_6(x)]_k = 0$ , если  $f_k = 0, \mu_0 > 0$ . Этот случай соответствует экстремали (прямой), для которой  $f' \equiv 0$ .

Анализируя случай:

$$[\lambda_6(x)]_k = 0, \text{ если } f_k \neq 0, \mu_0 > 0, \tag{16}$$

предположим:

$$[\lambda_4(x)]_k = -Bf_k^2, (f'_k + \mu_0) < 0, \beta_k = 0. \quad (17)$$

Условие (17) на основании (7), в частности, означает, что экстремаль не содержит отрезка  $f' = 0$ . Тогда из (7) и (14) получим  $\lambda_7(x) = 0$ .

С учетом (14) в развернутой форме распишем первые два уравнения Эйлера:

$$\begin{aligned} \lambda_3(x) + \lambda'_4(x) + \lambda'_6(x)Bf - \lambda_6(x)g(2A - B) &= \\ = (3A - 2B)g^2f + 2\mu_0(A - B)gf + Gf; & \\ \lambda'_3(x) - \lambda'_5(x) = (Ag^2 - 2Bfg' + G)(g + \mu_0) + & \\ + \lambda_6(x)Bg' + \lambda_1(x) + 2\lambda_2(x)f. & \end{aligned} \quad (18)$$

В силу того, что функционал  $F$  не содержит в явном виде переменную  $x$ , то существует первый интеграл уравнения Эйлера:

$$F - fF_{f'} - g'F_{g'} = C_1 = const, \quad (19)$$

или в развернутом виде

$$\begin{aligned} (Ag^2 + G)(g + \mu_0)f &= \\ = \lambda_6(x)(Ag^2 + G) + \lambda_3(x)g + \lambda_5(x)k_0 + & \\ + C_1 - \lambda_1(x)f - \lambda_2(x)f^2. & \end{aligned} \quad (20)$$

На основании (20) и первого из соотношений (18) с учетом (19) получаем следующее основное уравнение вариационной задачи:

$$\begin{aligned} [2(A - B)(f')^3 + \mu_0(A - 2B)(f')^2 - \mu_0G]f &= \\ = -C_1 + \lambda_1(x)f + \lambda_2(x)f^2 + \lambda'_4(x)f' + & \\ + \lambda_5(x)k_0 + \lambda_6(x)G + \lambda'_6(x)f'Bf - & \\ - \lambda_6(x)(f')^2(A - B), & \end{aligned} \quad (21)$$

где в соответствии со свойствами прокатываемого металла (рабочей среды) известно, что  $A - B > 0, A - 2B < 0$ .

При проектировании рационального профиля оправки или экспандера, с учетом результатов известных работ [5, 6, 7], должно быть соблюдено условие Вейерштрасса-Эрдмана в точках сопряжения дуг экстремали его образующих:

$$\Delta[F - fF_{f'} - g']\delta x_c + \Delta[F_{g'}]\delta f'_c + \Delta[F_{f'}]\delta f_c = 0, \quad (22)$$

где  $\Delta$  – разность значений до и после точки сопряжения образующей оправки с координатами  $(x_c, y_c)$ ;  $f'_c$  – производная функции образующей оправки или экспандера в этой точке.

Если на поведение функции в точке сопряжения образующей оправки или экспандера не наложены дополнительные условия, то ранее выдвинутые условия в развернутой форме переписутся в виде:

$$\begin{aligned} \Delta[\lambda_6(x)(A(f')^2 - G) - \lambda_3(x)f' - \lambda_5(x)k_0] &= 0; \\ \Delta[\lambda_4(x) - \lambda_6(x)Bf] = 0; \Delta[\lambda_3(x) - \lambda_5(x)] &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Из этого уравнения соотношений (23) с учетом (24) следует, что функции  $\lambda_4(x), \lambda_6(x)$  непрерывны, и так как  $\lambda_4(x) = Bf_c \lambda_6(x)$ , то:

$$\lambda_4(x_c) = \lambda_6(x_c) = 0. \quad (24)$$

На основании (7) и (8) можно предположить, что:

$$\begin{aligned} \lambda_4(x) = 0; \lambda_5(x) = 0, \text{ если } \lambda_6(x) \neq 0; \\ \lambda_6(x) = 0, \text{ если } \lambda_4(x) \neq 0; \lambda_5(x) \neq 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Поэтому из (23) и (17) получим, что экстремаль образующей оправки или экспандера должна заканчиваться некоторой дугой:

$$A(f')^2 + Bff'' + G = 0. \quad (26)$$

Образующая оправки с дуги (26) начинаться не может, поскольку для кривой (26)  $f'(0) \rightarrow \infty$ , что противоречит условиям (7). Поэтому  $\lambda_6(x) = 0$ . Итак, показано, что если функция  $f(x)$  минимизирует функционал осевого сопротивления (2) при условиях (1), (6)–(7) и заданных условиях на концах интервала, то должны существовать зависящие от  $x$  величины  $w, \alpha, \beta, \lambda_k$ , удовлетворяющие вышеприведенным условиям и уравнениям.

Отметим, что если величина  $x_k$  произвольна, то из (12) и (19) получаем  $C_1 = 0$ .

Если произвольны величины  $S$  и  $V$ , то соответственно будут выполнены следующие соотношения:

$$\lambda_1(x) = 0, \lambda_2(x) = 0. \quad (27)$$

Большое значение имеет проектирование и создание оправок или ряда экспандер минимального сопротивления при задании одного из определяющих геометрических параметров конструкции.

Рассмотрим решение поставленной вариационной задачи по оптимизации формы оправки или экспандера при различных случаях задания одного из определяющих ее форму геометрических параметров (объема  $V$ , площади поверхности  $S$ , длины  $l$ , максимального диаметра  $d$ ).

Во всех перечисленных случаях, как следует из (15), (16), (20) и (25), должны быть выполнены необходимые и достаточные условия:

$$\begin{aligned} \lambda_6(x) = -f_k (f'_k + \mu_0); \lambda_4(x) = \lambda_6(x) = 0; \\ \lambda_4(x_c) = \lambda_6(x_c) = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Для наиболее распространенных случаев, когда диаметр выпускающего пояса оправки или экспандера произволен (имеет определенный разбег), из (11) и (12) получаем:

$$\left[ F_{f'_k} \right] = \left[ \lambda_3(x) + \lambda_5(x) + \lambda_7(x) \right]_k = 0. \quad (29)$$

При задании одного геометрического параметра оправки или экспандера решение задачи при  $f(x) \neq 0$  не существует.

Действительно, предположим, что выполнено условие (16), тогда получаем (14). При этом экстремаль образующей оканчивается дугой (26), но из известных условий (28) и (25) следует, что:

$$\lambda_3(x) = 0, \lambda_5(x) = 0. \quad (30)$$

Подставляя полученное в первое условие из (28) в уравнение (21), независимо от задания параметров  $l, V$  или  $S$  – получаем, что:

$$C_1 = \lambda_1(x) = \lambda_2(x) = 0. \quad (31)$$

Для дуги (26) из (21) имеем:

$$\lambda_3(x)g = -Bfg'[(g + \mu_0)f + \lambda_6(x)]. \quad (32)$$

Так как на дуге (26)  $\lambda_5(x) \equiv 0$ , то из второго уравнения (18) и (32) для функции  $\lambda_3(x)$  получаем:

$$\lambda_3(x)f = A_0 = \text{const}. \quad (33)$$

При соблюдении условия (31) уравнение (33) на дуге образующей оправки выполнено всегда. С учетом (30) и (33) получаем  $\lambda_3(x) \equiv 0$ .

Так как  $\mu_0 > 0, f' \geq 0$  – то из (32) следует, что выполнение третьего условия возможно лишь в случае, если  $f_c = 0$ . Это в свою очередь возможно лишь тогда, когда экстремалью будет дуга:

$$f \equiv 0. \quad (34)$$

Полученный результат в корне противоречит условию (16). Следовательно, при задании одного из известных параметров  $l, V$  или  $S$  экстремаль должна удовлетворять условию (15). При этом дуга (34) будет решением задачи, если удовлетворяются граничные условия на  $l, V$  и  $S$ . Однако необходимо отметить, что в противном случае решение задачи не существует в общем виде. Тогда следует изменить исходную постановку задачи.

При задании только длины оправки  $l$  решением задачи будет дуга (34), где выполнено единственное граничное условие. При задании  $S \neq 0$  или  $V \neq 0$  дуга (34) не может быть решением задачи, так как ранее выдвинутое условие для  $S$  и  $V$  не выполняются. Следовательно, в этих случаях решение задачи не существует.

Теперь рассмотрим случай задания максимального диаметра основания оправки или экспандера  $d = 2R_0$ . При этом, так как произвольны другие геометрические параметры оправки или экспандера из (27)–(30), будут выполнены условия (31). Учитывая, что  $d \neq 0$ , то явно выполнено условие (16). Следовательно, последним участком экстремали оправки или экспандера будет отрезок дуги (21) и на этой дуге функция  $\lambda_3(x)$  удовлетворяет уравнению (33). Из уравнения (32) с учетом (28) получаем:

$$[\lambda_3(x)f']_k = 0. \quad (35)$$

Если  $\lambda_3(x) = 0$ , то ранее выдвинутое условие (16) будет нарушено, следовательно, из (28) получаем:

$$[\lambda_3(x)f']_k = 0; f'_k = 0. \quad (36)$$

Найдем при заданном диаметре оправки или экспандера форму образующей. Экстремаль удовлетворяет уравнению (21), которое при учете (31) запишем в виде:

$$\begin{aligned} & \left[ 2(A-B)(f')^3 + \mu_0(A-2B)(f')^2 - \mu_0G \right] f = \\ & = \lambda'_4(x)f' - \lambda_5(x)k_0 + \lambda_6(x)G + \lambda'_6(x)ff'B - \\ & - \lambda_6(x)(f')^2(A-B), \end{aligned} \quad (37)$$

Отсюда следует, что экстремаль не может содержать дугу, вдоль которой  $w \neq 0; \beta \neq 0$ .

В противном случае из (16) следовало бы, что  $\lambda_4(x) = \lambda_5(x) = \lambda_6(x) = 0$ . Но при этом условии получаем, что решением (33) будет конус  $w = 0$ . Это противоречит исходному предположению оптимизационной задачи. Следовательно, искомая экстремаль может состоять только из сопряжения двух дуг:  $f'' = 0$  и  $A(f')^2 + Bff'' + G = 0$ . Однако необходимо отметить, что начинаться она может только с первой из этих дуг, а оканчиваться второй дугой.



Пусть теперь  $k_0$  – известная постоянная. Покажем, что в зависимости от выполнения условий:

$$\Phi(k_0) = 2(A-B)k_0^3 + \mu_0(A-2B)k_0^2 - \mu_0G \geq 0; [\Phi(k_0) < 0], \quad (38)$$

получаем два класса независимых между собой решений.

Если выполнено условие (38), то вдоль экстремали  $\lambda_5(x) \equiv 0$ . Тогда, как следует из (37), на дуге  $f(x) = kx$  имеем:

$$\lambda_4'(x) = \left[ 2(A-B)k^3 + \mu_0(A-2B)k^2 - \mu_0G \right]_x. \quad (39)$$

Из (39) видно, что  $\lambda_4'(x)$  – линейная функция, причем  $\lambda_4'(x) = 0$ . Если  $\lambda_4'(x) \neq 0$ , то получаем, что невозможно удовлетворить  $\lambda_4(x) = 0, \lambda_4(x_c) = 0$ . При этом  $x_c$  координата точки сопряжения дуги образующей и входного конуса оправки.

Следовательно, показано, что при условии (28) экстремаль начинается с образующей конуса  $f(x) = kx$ , где  $k$  определяется из уравнения  $\lambda_4(x) = 0$  или  $\Phi(k) = 0$ . Очевидно в этом случае имеем:

$$2(A-B)k^3 + \mu_0(A-2B)k^2 - \mu_0G = 0. \quad (40)$$

Пусть теперь выполнено условие (38). Тогда, так как для допустимых  $k$  выполнено условие  $k < k_0$ , то условие (38), согласно общему виду функции  $\Phi(k)$  будет выполнено для всех возможных  $k$ . Если предположить, что вдоль экстремали  $\lambda_5(x) \equiv 0$ , то левая часть уравнения (37) меньше нуля для всех  $f > 0$ . Значит, на образующей оправки  $f = kx$  для  $x > 0$  будем иметь  $\lambda_4'(x) < 0$ , что противоречит условиям  $\lambda_4(x) = 0$  и  $\lambda_4(x) \geq 0$ . Следовательно, предположение о том, что  $\lambda_5(x) \equiv 0$  неверно. Поэтому в случае выполнения условия (37) экстремаль должна начинаться с дуги.

Рассмотрим случай:

$$f(x) = k_0x. \quad (41)$$

При выполнении любого из выдвинутых условий (37) и (38) экстремаль должна заканчиваться отрезком дуги (36).

Найдем ординату точки сопряжения этой дуги и образующей входного конуса  $f = kx$ . Для этого решим дифференциальное уравнение (26), используя условие (36). Тогда справедливо уравнение:

$$f'(x) = \left[ \left( \frac{C_0}{f(x)} \right)^\alpha - \frac{G}{A} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (42)$$

где  $C_0 = R \left( \frac{G}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha}}; \alpha = \frac{2A}{B}$ .

В точке сопряжения  $f'_c = k$ , поэтому из (42) получим:

$$f_c = C_0 \left( k^2 + \frac{G}{A} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} = R \left( \frac{A}{G} k^2 + 1 \right)^{-\frac{1}{\alpha}}. \quad (43)$$

Из выражения (42) получаем явный вид дуги (26) в форме:

$$x = \int_{x_c}^R \left[ \left( \frac{C_0}{f(x)} \right)^\alpha - \frac{G}{A} \right]^{\frac{1}{2}} df + C_1, \quad (44)$$

где  $C_1$  – постоянная, которая определяется по известным из (44) координатам точки сопряжения ( $x_c = f_c/k, f_c$ ). Следовательно, формулы (40) или (44) полностью определяют экстремаль формы образующей оправки или экспандера при задании возможного максимального диаметра (рис. 3).

Для проверки справедливости предложенной методики расчета рациональной формы образующей оправки или экспандера в качестве примера выбираем и моделируем технологический процесс экспандирования трубной заготовки с некоторыми ограничениями на применение гипотезы плоских сечений для несколько отличительной реологии металла (рабочей среды). Заметим, что разработанные методы анализа могут быть целиком использованы для случая, когда строго справедлива гипотеза плоских сечений для выбранной модели очага деформации и применимы для других технологических процессов. При экспандировании трубных заготовок (металлов) на прошивном прессе трубопрессовой линии, моделируемых как упругопластическая среда, для которых осевое сопротивление на экспандер также определяется функционалом с известными коэффициентами [5, 10], следует учитывать, что:

$$A = \chi \left[ \ln(1 + \varepsilon) - \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \right]; B = \chi \ln(1 + \varepsilon); \quad (45)$$

$$G = \tau [1 + \ln(1 + \varepsilon)]; \varepsilon = \frac{E}{2\tau(1 + \nu)},$$

где  $\tau$  – предел текучести при сдвиге металла;

$E$  – модуль упругости металла;

$\nu$  – коэффициент Пуассона.

На основании вышеприведенных результатов и расчетных формул (42), (43) и (44) с учетом заданной реологии металла (45) составлена программа расчета рационального профиля образующей рабочей поверхности экспандера прошивного пресса. Это позволяет определить целую гамму экстремалей для образующей экспандера в рамках рассматриваемых моделей очага деформации прошивного пресса и реологий прошиваемого металла.

Сравнительный анализ полученных результатов и данные, приведенные в работах [10, 11, 12], подтверждают правомерность выдвинутых предположений и гипотез оптимизации при выборе рационального профиля оправки.

Использование экспандеров рациональной калибровки  $\varnothing 80$  мм в условиях прошивного пресса 12 МН фирмы SMS MEER трубопрессовой линии, при прочих равных условиях, обеспечивает увеличение скорости экспандирования трубной заготовки  $\varnothing 180$  на 10–17 % и повышение срока службы экспандера на 20–25 % путем обеспечения благоприятных режимов обтекания потоком металла при экспандировании предварительно сверленных цилиндрических заготовок из стали 12X18H10T. Идентификация данных диагностики (рис. 5) прошивного пресса 12 МН методами математической статистики установит достаточно хорошо коррелируемую зависимость между силовыми параметрами экспандирования трубной заготовки и формой образующей экспандера  $\varnothing 80$  мм.

Улучшение условий обтекания рабочей поверхности экспандера потоком металла приводит к сохранению сплошности предварительно нанесенного защитного технологического покрытия на поверхности. Это позволяет, как следствие, исключить налипание металла на экспандер и улучшить качество поверхности труб. За счет оптимизации формы рабочей поверхности экспандера достигается снижение усилия прошивки на 11–12 % и в целом стабилизация энергосиловых параметров очага деформации при экспандировании трубной заготовки.

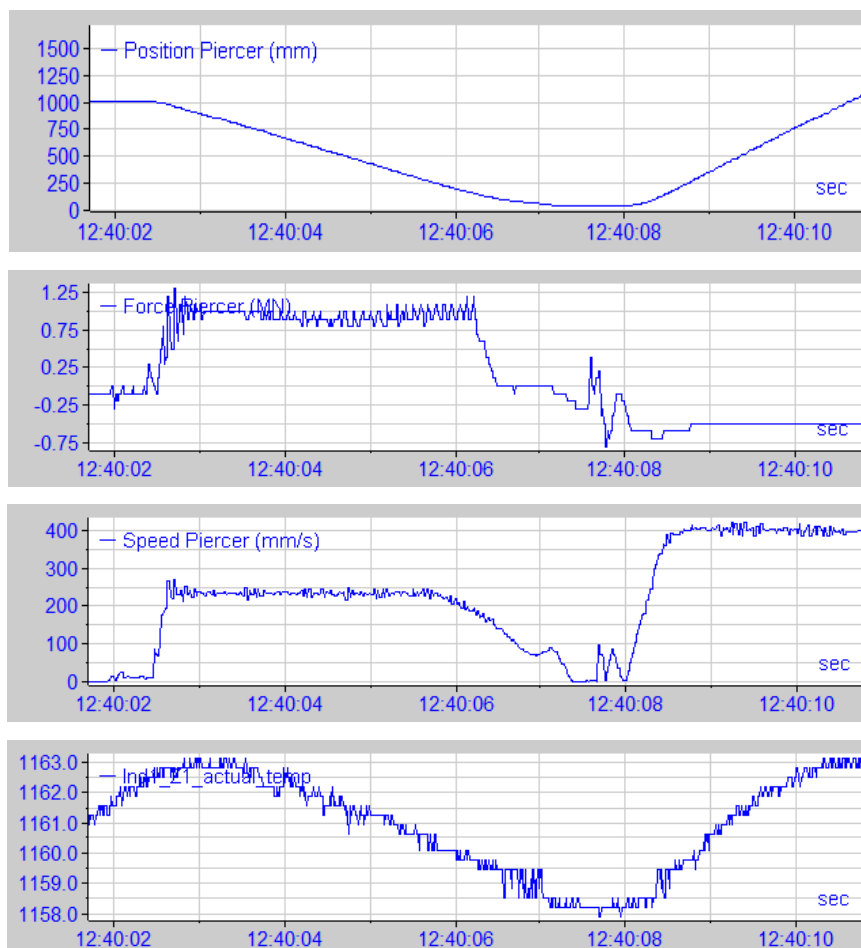


Рис. 5. Типовая осциллограмма процесса экспандирования предварительно сверленной трубной заготовки на прошивном прессе 12 МН фирмы SMS MEER (заготовка  $\varnothing 80$  мм, материал 12X18H10T, экспандер  $\varnothing 90$  мм)

Реализация устойчивых технологических процессов экспандирования позволяет путем снижения усилия на экспандер значительно повысить динамическую устойчивость механизма ее удержания, что приводит к снижению разностенности гильз (труб) на 6–8 %.

Оптимизация калибровок оправок и экспандер с рациональной формой (калибровкой) рабочей поверхности, путем использования вышеизложенных теоретических положений, намечает направления интенсификации технологических процессов, повышения долговечности технологических инструментов, качества готовых труб и снижения себестоимости их производства.

## ВЫВОДЫ

Сформулирована и предложена методика решения задачи по определению оптимальной формы образующей технологического инструмента – оправки для прошивки сплошного металла и экспандера для экспандирования трубной заготовки на прошивном прессе трубопрессовой линии. Показано, что данная схема оптимизации реализуема в пределах выбранного класса допустимого функционала осевого сопротивления и функций образующей, удовлетворяющих реальным условиям прошивки или экспандирования трубной заготовки. Приведено решение многофакторной вариационной задачи по проектированию (калибровке) образующей оправки или экспандера минимального осевого сопротивления, проникающей с постоянной скоростью в осесимметричную трубную заготовку, размещенную в ограниченном объеме очага деформации (втулки контейнера) прошивного пресса. Доказано, что реализация устойчивого технологического процесса прошивки сплошных цилиндрических заготовок и экспандирования гильз возможна лишь при определенных рациональных конфигурациях образующих оправок и экспандеров.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Технология трубного производства : учебник для вузов / В. Н. Данченко, А. П. Коликов, Б. А. Романцев, С. В. Самусев. – М. : Интернет-Инженеринг, 2002. – 640 с.*
2. *Гуляев Ю. Г. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением / Ю. Г. Гуляев, С. А. Чукмасов, А. В. Губинский. – Киев : Наукова думка, 1986. – 240 с.*
3. *Гун Г. Я. Теоретические основы обработки металлов давлением / Г. Я. Гун. – М. : Металлургия, 1980. – 456 с.*
4. *Коликов А. П. Новые процессы деформации металлов и сплавов / А. П. Коликов, П. И. Полухин, А. В. Крупин. – М. : Высшая школа, 1986. – 351 с.*
5. *Сагомоян А. Я. Проникание / А. Я. Сагомоян. – М. : МГУ, 1956. – 300 с.*
6. *Гендуков В. М. Тело вращения минимального сопротивления в упругопластических и пластических сжимаемых средах : В кн. «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред» / В. М. Гендуков. – Изд-во АН СССР, 1984. – С. 116–121.*
7. *Гун Г. Я. Прессование алюминиевых сплавов : мат. моделирование и оптимизация / Г. Я. Гун, В. И. Яковлев, Б. А. Прудковский. – М. : Металлургия, 1974. – 336 с.*
8. *Цлаф Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения / Л. Я. Цлаф. – М. : Наука, 1974. – 479 с.*
9. *Бердичевский В. Л. Вариационные принципы механики сплошной среды / В. Л. Бердичевский. – М. : Наука, 1983. – 448 с.*
10. *Медведев М. И. Совершенствование процесса прессования труб / М. И. Медведев, Ю. Г. Гуляев, С. А. Чукмасов. – М. : Металлургия, 1986. – 151 с.*
11. *Рахманов С. Р. Динамические процессы при прошивке трубной заготовки на прессе / С. Р. Рахманов, О. Г. Гоман // Сталь. – 2010. – № 6. – С. 73–78.*
12. *Рахманов С. Р. Математическое моделирование процессов вибрационной прошивки трубной заготовки на прошивном прессе / С. Р. Рахманов // Вибрация в технике и технологиях. – 2010. – № 3. – С. 99–108.*

## REFERENCES

1. *Tehnologija trubnogo proizvodstva : uchebnik dlja vuzov / V. N. Danchenko, A. P. Kolikov, B. A. Romancev, S. V. Samusev. – M. : Intermet-Inzheniring, 2002. – 640 s.*
2. *Guljaev Ju. G. Matematicheskoe modelirovanie processov obrabotki metallov davleniem / Ju. G. Guljaev, S. A. Chukmasov, A. V. Gubinskij. – Kiev : Naukova dumka, 1986. – 240 s.*
3. *Gun G. Ja. Teoreticheskie osnovy obrabotki metallov davleniem / G. Ja. Gun. – M. : Metallurgija, 1980. – 456 s.*
4. *Kolikov A. P. Novye processy deformacii metallov i splavov / A. P. Kolikov, P. I. Poluhin, A. V. Krupin. – M. : Vysshaja shkola, 1986. – 351 s.*
5. *Sagomonjan A. Ja. Pronikanie / A. Ja. Sagomonjan. – M. : MGU, 1956. – 300 s.*
6. *Gendukov V. M. Telo vrashhenija minimal'nogo soprotivlenija v uprugoplasticheskikh i plasticheskikh szhimaemyh sredah : V kn. «Problemy dinamiki vzaimodejstvija deformiruemym sred» / V. M. Gendukov. – Izd-vo AN SSSR, 1984. – S. 116–121.*
7. *Gun G. Ja. Pressovanie aljuminievym splavov : mat. modelirovanie i optimizacija / G. Ja. Gun, V. I. Jakovlev, B. A. Prudkovskij. – M. : Metallurgija, 1974. – 336 s.*
8. *Claf L. Ja. Variacionnoe ischislenie i integral'nye uravnenija / L. Ja. Claf. – M. : Nauka, 1974. – 479 s.*
9. *Berdichevskij V. L. Variacionnye principy mehaniki sploshnoj sredy / V. L. Berdichevskij. – M. : Nauka, 1983. – 448 s.*
10. *Medvedev M. I. Sovershenstvovanie processa pressovanija trub / M. I. Medvedev, Ju. G. Guljaev, S. A. Chukmasov. – M. : Metallurgija, 1986. – 151 s.*
11. *Rahmanov S. R. Dinamicheskie processy pri proshivke trubnoj zagotovki na presse / S. R. Rahmanov, O. G. Goman // Stal'. – 2010. – № 6. – S. 73–78.*
12. *Rahmanov S. R. Matematicheskoe modelirovanie processov vibracionnoj proshivki trubnoj zagotovki na proshivnom presse / S. R. Rahmanov // Vibracija v tehnikе i tehnologijah. – 2010. – № 3. – S. 99–108.*

Рахманов С. Р. – канд. техн. наук, доц. НМетАУ.

НМетАУ – Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепр.

E-mail: npfvostok@mail.ru

Статья поступила в редакцию 21.08.2017 г.