

УДК 658.711.2

DOI:

Ісікова Н. П., Крикуненко К. М., Соляник В. О.

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ІЗ ЗАДАНОЮ ФУНКЦІЄЮ ВИТРАТ

Завдання управління запасами виникає, коли необхідно створити запас матеріальних ресурсів або предметів споживання з метою задоволення попиту в заданому інтервалі часу. У будь-якому завданні управління запасами потрібно визначити кількість продукції, що замовляється і терміни розміщення замовлення. Попит можна задовольнити шляхом одноразового створення запасу на весь період часу або шляхом створення запасу для кожної одиниці часу цього періоду.

Управління запасами - це підтримання оптимальної величини запасів з метою:

а) запобігання утворенню надлишкових запасів, що ведуть до зайвого заморожування коштів підприємства і додатковим складським витратам;

б) забезпечення нормальної ритмічності виробничо-фінансового циклу [1].

У моделях управління запасами є схема класифікації видів попиту, серед яких виділяють два основних види:

Детермінований попит може бути статичним, коли інтенсивність по-споживання незмінна в часі, або динамічним, коли попит відомий достовірно, але змінюється в часі.

Імовірнісний попит може бути стаціонарним, коли функція щільності ймовірності попиту незмінна в часі, і нестаціонарним, коли функція щільності ймовірності попиту змінюється в часі.

Існує досить багато моделей, які дозволяють визначити оптимальний рівень інвестицій в запаси і тому багато моделей отримали достатнього поширення на практиці.

М. М. Глушик та Н. М. Телесницьк виконали аналіз витрат, пов'язаних з запасами при наявності обмежень на площу складських приміщень підприємства [1]. Автори використовували при розрахунку моделі управління запасами метод множників Лагранжа.. Стохастичні підходи до управління запасами у випадку імовірнісного характеру ринкових цін було запропоновано в роботі В. Р. Кігеля [2].

Дослідження динамічної задачі управління запасами висвітлено у працях [3, 4], зокрема М. М. Хоменко оптимізував управлінські рішення стосовно фінансування обігових засобів з використанням динамічної моделі управління запасами, а О. А. Жуковська, Д. Г. Ткачова побудували динамічну модель оптимізації зміни рівня запасу при оптимальній стратегії управління з періодичним контролем при інтервально заданому попиті, миттєвих поставках, обмеженні на рівень запасу і величину замовлення. Аналіз нечітких моделей управління запасами здійснений у праці [5] О. В. Єгороваї.

Митою роботи є: побудувати динамічну модель управління запасами підприємства із заданою функцією витрат та розробити алгоритм оптимального керування системою управління запасами.

Основні параметри управління запасами.

- параметри попиту (витрати): інтенсивність попиту, тимчасові характеристики дискретного попиту (інтервали між суміжними споживання);

- параметри замовлень: розмір замовлення, момент замовлення, інтервал часу між двома суміжними замовленнями;

- параметри поставок: розмір партії поставки, момент поставки, інтервал часу між двома суміжними поставками, час запізнювання поставки (виконання замовлення);

- рівень запасу на складі: поточний, середній, максимальний, страховий [2].

З величезного розмаїття методів і моделей управління запасами на практиці застосовується обмежене число моделей - в основному ті моделі, які дозволяють отримати відносно

прості способи регулювання параметрів замовлення, постачання і рівнів запасів на складі, а також не вимагають великих обсягів вихідної інформації і складних методів контролю.

Система постачання підприємства планує свою роботу на n періодів для неперервної діяльності. Її діяльність полягає в забезпеченні попиту запасу, для чого вона здійснює замовлення цього запасу.

В даному випадку попитом запасів буде виступати деяка сумарна величина, що набуває заданих значень для кожного з періодів, і даний попит завжди задовольняється. Також припускається, що часом між замовленням і його виконанням можна знехтувати так, як замовлення виконується повністю [2].

Для побудови моделі введемо такі позначення:

r_k – залишок запасу після $(k - 1)$ -го періоду;

d_k – наперед відомий попит в k -му періоді;

x_k – обсяг замовлення запасу в k -му періоді;

Після одержання замовлення запасу і задоволення попиту, обсяг запасу, який треба зберігати в k -ому періоді, складає: $\xi = x_k + r_k + d_k$. Для врахування змісту залишку запасу минулого періоду, маємо:

$$\xi_k = \xi_{k-1} + x_k - d_k, k \in \{2, \dots, n\}, \quad (1)$$

Витрати на одержання і зберігання виробничого запасу в k -й період описується функцією:

$$f(x_k, \xi_k) = C_k(x_k) + S_k(\xi_k), k \in \{1, \dots, n\}, \quad (2)$$

Співвідношення між запасами (1) з врахуванням початкової умови зв'язує стан системи управління запасами з вибраним планом (обсяг замовлення виробничого запасу) і дозволяє виразити сумарні витрати за всі n періодів функціонування керованої системи постачання у формі адитивної цільової функції:

$$f(x) = \sum_{k=1}^n f(x_k, \xi_k), \quad (3)$$

Задача полягає в тому, щоб знайти послідовність оптимальних замовлень (керувань) і зв'язаних з нею оптимальних запасів (станів), які реалізують мінімум функції.

За початкову умову візьмемо вимогу про зберігання після завершення керування заданої кількості запасів r_{n-1} , а саме

$$\xi_n^* = r_{n+1}, \quad (4)$$

При розв'язуванні поставленої задачі методом динамічного програмування за функцію стану керованої системи візьмемо мінімальний обсяг витрат, які виникли за перші k періодів за умови, що в k -й період є запас ξ [7; 8]. Тоді можемо записати основне рекурентне співвідношення:

$$F_k(\xi) = \min_{0 \leq x_1 \leq \xi + d_1} (C_1(x_1) + F_{k-1}(\xi - x_k + d_k)), k \in \{2, \dots, n\}, \quad (5)$$

оскільки $r_k = \xi - x_k + d_k \geq 0$ і

$$F_k(\xi) = \min_{0 \leq x_1 \leq \xi + d_1} (C_1(x_1) + S_1(\xi)), \quad (6)$$

Система рекурентних співвідношень (5), (6) дозволяє знайти послідовність функцій станів $F_1(\xi), F_2(\xi), \dots, F_n(\xi)$ і умовних оптимальних керувань $\hat{x}_1(\xi), \hat{x}_2(\xi), \dots, \hat{x}_n(\xi)$. На n -

му кроці за допомогою початкової умови (4) можна визначити $x_n^* = \hat{x}(r_{n+1})$. Решту значень оптимальних керувань x_k^* визначають за формулою:

$$x_k^* = \hat{x}_k(r_{n+1} + n \sum_{j=k+1} (d_j - x_j^*)), \quad (7)$$

Зауважимо, що важливим фактором із точки зору формулювання й розв'язання задачі управління виробничими запасами є вигляд функції витрат. Залежно від цього вибирають різні методи розв'язування, зокрема методи, які включають класичну схему оптимізації, лінійне або динамічне програмування.

Цікавим є частинний випадок задачі (1)-(3), коли функції витрат на поповнення запасу $C_k(x_k)$ вгнуті, а функції витрат $S_k(\xi_k)$ на зберігання є лійними, тобто $S_k(\xi_k) = s_k \xi_k$. Позначимо функцію витрат для k -го періоду через

$$f_k(x_k, \xi_k) = C_k(x_k) + s_k \xi_k, \quad (8)$$

або

$$f_k(x_k, r_{k+1}) = C_k(x_k) + s_k r_{k+1}, \quad (9)$$

Зробим припущення що всі функції витрат $f(x_k, r_k)$ є вгнутими як сума вгнутої і лінійної функцій. Ця властивість значно спрощує процес розв'язування, оскільки для знаходження мінімуму вгнутих функцій $f_k(x_k, r_{k+1})$ досить розглянути тільки дві крайні точки множини, на якій шукаємо мінімум [3].

Врахувавши введене припущення, задачу (1)–(3) запишемо у вигляді

$$f(x, y) = \sum_{k=1}^n f(x_k, r_{k+1}), \quad (10)$$

при умовах:

$$x_k + r_k - y_{k+1} = d_k, k \in \{1, \dots, n\}, \quad (11)$$

Алгоритм знаходження розв'язку моделі (4), (5) доповнюється умовою жорсткості:

$$x_k^* r_k^* = 0, k \in \{1, \dots, n\}, \quad (12)$$

де

$$\begin{cases} r_k^* = 0, x_k^* > 0, \\ x_k^* = 0, r_k^* > 0. \end{cases} \quad (13)$$

Умови (6), (7) означають, що при оптимальному керуванні замовлення постачальнику на нову партію запасу не повинно надходити, якщо на початок періоду є ненульовий запас або розмір замовлення повинен дорівнювати величині попиту за ціле число періодів. Звідси випливає, що запас на кінець останнього періоду повинен дорівнювати нулю, тобто $r_k^* = 0$. Останнє дозволяє розв'язувати задачу в прямому напрямку, застосовуючи рекурентне співвідношення

$$F_k(\xi) = \min_{x_k} (f_k(x_k, \xi) + F_{k-1}(\xi - x_k - d_k)), \quad (14)$$

де $\xi = r_{k+1} = x_k + r_k - d_k$

Враховуючи (12), (13) і вгнутість $f_k(x_k, \xi)$, одержуємо, що мінімум (14) досягається в одній з крайніх точок $x_k=0$ або $x_k=\xi+d_k$, тому:

$$F_k(\xi) = \min \left(f_k(\xi + d_k, \xi) + F_{k-1}(0), f_k(0, \xi) + F_{k-1}(\xi + d_k) \right), \quad (15)$$

а тоді для попереднього періоду функція стану визначається так:

$$F_{k-1}(\xi + d_k) = \min \left(f_k(\xi + d_k + d_{k-1}, \xi + d) + F_{k-2}(0), f_k(0, \xi + d_k) + F_{k-2}(\xi + d_k + d_{k-1}) \right), \quad (16)$$

В загальному випадку одержуємо модифіковану форму для рекурентного співвідношення

$$F_k(\xi) = \min_{1 \leq i \leq k} \left(f_i \left(\xi + \sum_{j=i}^k d_j, \xi + \sum_{j=i+1}^k d_j \right) + \sum_{l=i+1}^k f_l \left(0, \xi + \sum_{j=i+1}^k d_j \right) + F_{i-1}(0) \right), \quad (17)$$

ВИСНОВКИ

Розроблена динамічна модель управління запасами підприємства із заданою функцією витрат та розроблений алгоритм оптимального керування системою управління запасами, дає змогу враховувати різні аспекти діяльності підприємства, прогнозувати довгострокову стратегію розвитку підприємства, а також динаміку його доходів та витрат. При проведенні досліджень побудованої моделі управління запасами було встановлено, що її використання дозволяє заощадити сумарні витрати виробничого плану до 15 % від вартості аналогічного виробничого плану без використання моделі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Глушик М. М., Телесницкая Н. М. Математические аспекты эффективности производственной деятельности предприятия. URL: http://www.rusnauka.com/26_SSN_2010/Economics/71654.doc.htm (дата звернення 15.09.2019).
2. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: монографія. Київ: ЦУЛ, 2003. 202 с.
3. Хоменко М. М. Динамічна модель управління запасами з обґрунтуванням величини партій присадок. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2011. № 3. Т. 3. С. 12-18.
4. Жуковська О. А., Ткачова Д. Г. Динамічна модель управління запасами з інтервальною невизначеністю попиту. *Економічний вісник НТУУ «КПІ»*. 2012. № 9. С. 477-483.
5. Єгорова О. В. Нечіткі моделі управління запасами: проблеми, аналіз, розвиток. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2012. Выпуск № 3 (58). Т. 4. С. 24-31. Экономика электропотребления в промышленности: Учеб. Пособие для вузов. Под ред М.Г. Баширова. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2004. 156 с.
6. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: монографія. Київ: ЦУЛ, 2003. 202 с.
7. Полішко Т. В. А. В. Шульга, Р. Б. Лотиш Методологічні підходи щодо управління виробничими запасами. *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна*. 2010. Вип. 35. С. 267-271.
8. Швец І. Б., Бондарева І. А. Управление производственными запасами на предприятии : монография. НАН Украины, Ин-т экономики пром-сти. – Донецк, 2003. 182 с.
9. Хоменко М. М. Динамічна модель управління запасами з обґрунтуванням величини партій присадок. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2011. № 3. Т. 3. С. 12-18.
10. Жуковська О. А., Ткачова Д. Г. Динамічна модель управління запасами з інтервальною невизначеністю попиту. *Економічний вісник НТУУ «КПІ»*. 2012. № 9. С. 477-483.
11. Єгорова О. В. Нечіткі моделі управління запасами: проблеми, аналіз, розвиток. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2012. Выпуск № 3 (58). Т. 4. С. 24-31.
12. Григорків В.С. Оптимальне керування в економіці : навч. посібник. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2011. 200 с.
13. Таха Х. А. Введение в исследование операций. 7-е издание. : пер. с англ. – Москва : Вильямс, 2005. – 912 с.

REFERENCES

1. Glushik MM, Telesnitskaya NM Mathematical aspects of the efficiency of production activities of the enterprise. URL: http://www.rusnauka.com/26_SSN_2010/Economics/71654.doc.htm (date of the beating 09/15/2019).
2. Kigel V. R. Methods and models of education adopted solutions in economics: monograph. Kiev: TSUL, 2003.202 p.
3. Khomenko MM Dynamical model of inventory management with the obruntuvannyam size of the party additives. *Visnik of Khmelnytsky National University*. 2011. No. 3. T. 3. S. 12-18.
4. Zhukovska O. A., Tkachova D. G. Dynamical model of inventory management with interval non-profitability. *Ekonomichny visnik NTUU "KPI"*. 2012. No. 9. P. 477-483.
5. Ugorova O. V. Incorrect models of inventory management: problems, analysis, development. Eastern European Journal of Advanced Technologies. 2012. Issue No. 3 (58). T. 4. P. 24-31. *Economics of power consumption in industry: Textbook*. Manual for universities. Edited by M.G. Bashirova. Ufa: USPTU Publishing House, 2004.156 p.
6. Kigel VR Methods and models of education adopted solutions in economics: monograph. Kiev: TSUL, 2003.202 p.
7. Polishko T. V. A. V. Shul'ga, R. B. Lotish Methodological approaches to managing virobniichi stocks. *Bulletin of the Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan*. 2010. Vip. 35, pp. 267-271.
8. Shvets IB, Bondareva IA Management of production stocks at the enterprise: monograph. NAS of Ukraine, Institute of Industrial Economics. - Donetsk, 2003.182 p.
9. Khomenko MM Dynamical model of inventory management with the obruntuvannyam size of the party additives. *Visnik of Khmelnytsky National University*. 2011. No. 3. T. 3. S. 12-18.
10. Zhukovska O. A., Tkachova D. G. Dynamical model of inventory management with interval non-value. *Ekonomichny visnik NTUU "KPI"*. 2012. No. 9. P. 477-483.
11. Ugorova O. V. Incorrect models of inventory management: problems, analysis, development. Eastern European Journal of Advanced Technologies. 2012. Issue No. 3 (58). Vol. 4, pp. 24-31.
12. Grigorkiv V.S. Optimal keruvannya in economy: navch. posibnik. Chernivtsi: Chernivetskiy nat. un-t, 2011.200 s.
13. Taha Kh. A. Introduction to operations research. 7th edition. : per. from English. Moscow: Williams, 2005. 912 p.

АВТОРИ / АВТОРЫ / AUTORS

Ісікова Н. П. – канд. екон. наук, доц. кафедри ІСПР ДДМА;
 Исикова Н. П. – канд. экон. наук, доц. кафедры ИСПР ДГМА;
 Isikova N. P. – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor DSEA.
 E-mail: natalia.isikova25@gmail.com

Крикуненко К. М. – асистент кафедри ІСПР ДДМА;
 Крикуненко Е. Н. – ассистент кафедры ИСПР ДГМА;
 Krykunenکو K. M. – Assistant DSEA.
 E-mail: ladybabenko87@ukr.net

Соляник В. О. – студент ДДМА;
 Соляник В. О. – студент ДГМА;
 Solianyk V. O. – Student DSEA.
 E-mail: vadim.solyanik.99@gmail.com

Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА), м. Краматорськ.
 Донбасская государственная машиностроительная академия (ДГМА), г. Краматорск.
 Donbass State Engineering Academy (DSEA), Kramatorsk.

АНОТАЦІЯ / АННОТАЦИЯ / ANNOTATION

Ісікова Н. П., Крикуненко К. М., Соляник В. О. Динамічна модель управління запасами із заданою функцією витрат. Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. 2020. № 1 (48).

У статті досліджуються економіко-математичні моделі управління запасами підприємства. Математичне моделювання процесу управління запасами дає можливість правильно і своєчасно визначити оптимальну стратегію управління запасами, нормативний рівень запасів, що дозволяє вивільнити значні оборотні кошти, заморожені у вигляді запасів. Це в остаточному підсумку, підвищує ефективність використовуваних ресурсів та прийняття належних управлінських рішень. Проблема управління запасами є однією з найбільш важливих в організаційному управлінні. Запаси різних матеріальних цінностей виникають майже у всіх ланках системи розподілу – споживання. Під запасом мається на увазі не тільки наявність деякого товару чи продукції на складі, а й виробничі, транспортні, трудові, інформаційні, водні ресурси, фінансовий капітал і т.д. Моделі управління запасами описують широке коло завдань оптимального планування виробничих, транспортних, інформаційних, фінансових, водогосподарських, енергетичних та інших систем. Також в статті зазначається недостатній

ступінь розробленості комплексних рішень з питань формування систем управління запасами, які б адекватно відображали існуючу високу динаміку управління запасами. У зв'язку з цим пропонується динамічна модель управління запасами із заданою функцією витрат. Показано, що економіко-математичне моделювання процесу управління запасами дозволяє правильно і своєчасно визначати оптимальну стратегію управління запасами, нормативний рівень запасів. Це дозволяє вивільнити значні оборотні кошти, заморожені у вигляді запасів, що в остаточному підсумку підвищує ефективність використовуваних ресурсів та прийняття відповідних управлінських рішень.

Ключові слова: запаси, управління, підприємство, економіко-математичне моделювання, динамічна модель, динамічне програмування.

Исикова Н. П., Крикуненко Е. Н., Соляник В. О. Динамическая модель управления запасами с заданной функцией расходов. Вестник Донбасской государственной машиностроительной академии. 2020. № 1 (48).

В статье исследуются экономико-математические модели управления запасами предприятия. Математическое моделирование процесса управления запасами дает возможность правильно и своевременно определять оптимальную стратегию управления запасами, нормативный уровень запасов позволяет высвободить значительные оборотные средства, замороженные в виде запасов. Это в конечном итоге, повышает эффективность используемых ресурсов и принятия надлежащих управленческих решений. Проблема управления запасами является одной из наиболее важных в организационном управлении. Запасы различных материальных ценностей возникают почти во всех звеньях системы распределения - потребления. Под запасом имеется в виду не только наличие некоторого товара или продукции на складе, но и производственные, транспортные, трудовые, информационные, водные ресурсы, финансовый капитал и т.д. Модели управления запасами описывают широкий круг задач оптимального планирования производственных, транспортных, информационных, финансовых, водохозяйственных, энергетических и других систем. Также в статье отмечается недостаточная степень разработанности комплексных решений по вопросам формирования систем управления запасами, которые бы адекватно отражали существующую высокую динамику управления запасами. В связи с этим предлагается динамическая модель управления запасами с заданной функцией расходов. Показано, что экономико-математическое моделирование процесса управления запасами позволяет правильно и своевременно определять оптимальную стратегию управления запасами, нормативный уровень запасов. Это позволяет высвободить значительные оборотные средства, замороженные в виде запасов, в конечном итоге повышает эффективность используемых ресурсов и принятия соответствующих управленческих решений.

Ключевые слова: запасы, управление, предприятие, экономико-математическое моделирование, динамическая модель, динамическое программирование.

Isikova N. P., Krykunencko K. M., Solianyk V. O. A dynamic inventory management model with a specified cost function. Herald of the DSEA. 2020. № 1 (48).

The article examines economic and mathematical models of enterprise inventory management. Mathematical modeling of the inventory management process makes it possible to correctly and timely determine the optimal inventory management strategy, a regulatory inventory level that allows the release of significant working capital, frozen in the form of inventories. This ultimately increases the efficiency of resources used and the appropriate management decisions. The problem of inventory management is one of the most important in organizational management. Inventories of various tangible assets occur in almost all parts of the distribution system - consumption. The stock refers not only to the presence of some goods or products in the warehouse, but also to production, transport, labor, information, water resources, financial capital, etc. Inventory management models describe a wide range of optimal planning tasks for production, transportation, information, financial, water, energy, and other systems. The article also notes the insufficient degree of development of complex solutions for the formation of inventory management systems that would adequately reflect the existing high dynamics of inventory management. In this regard, we propose a dynamic inventory management model with a specified cost function. It is shown that economic and mathematical modeling of the process of inventory management allows to determine correctly and timely the optimal strategy of inventory management, the normative level of stocks. This allows the release of significant working capital frozen in the form of stocks, which ultimately improves the efficiency of resources used and the appropriate management decisions.

Keywords: stocks, management, enterprise, economic and mathematical modeling, dynamic model, dynamic programming.

Стаття надійшла до редакції 11.09.2019 р.