

УДК 004.94:621.746.62

DOI:

Люта А. В., Макшанцев В. Г., Афанасьєва М. А.

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ КРИСТАЛІЗАЦІЇ БЕЗПЕРЕРВНОЛИТОГО ЗЛИТКА

Найважливішою проблемою, що стоїть перед вітчизняною металургією, є підвищення ефективності виробництва і докорінне поліпшення якості металопродукції, що випускається. В області безперервного розливання сталі це, перш за все, створення сучасних конкурентоспроможних машин безперервного лиття заготовок (МБЛЗ), розширення типорозмірного і марочного сортаменту безперервнолитої заготовки, за формою і профілем близького до кінцевої продукції та забезпечення гарантованої якості металу при найменших витратах по переділу. Розробка комплексу заходів по реалізації поставленого завдання вимагає вирішення широкого спектра питань, що включають в себе дослідження ролі і регламентацію характеристик процесу у всьому значимому діапазоні зміни конструктивних і технологічних параметрів МБЛЗ.

Системна регламентація конструктивних і технологічних факторів процесу, дослідження їх взаємозв'язку і ранжування допустимих діапазонів зміни дозволить створювати конкурентоспроможні МБЛЗ.

Утворення скоринки злитка в кристалізаторі безпосередньо впливає на якість поверхні відливної заготовки і продуктивність МБЛЗ. Дефекти скоринки заготовки неможливо виправити подальшими умовами охолодження. На виході з кристалізатора скоринка злитка повинна бути рівномірної товщини і утримувати феростатичний тиск рідкої сталі, щоб запобігти прориви металу. Для цього потрібна організація інтенсивного і безперервного відводу тепла від рідкої сталі до охолоджувальної води в кристалізаторі [1, 2].

Розроблена в [3] тривимірна модель допомагає більш детально заглибитися в дану тему і подивитися на розподіл температур не в одному (окремому) перетині, а по всьому зливу. Дана модель заснована на вирішенні нелінійного диференційного рівняння нестационарної теплопровідності, яка дозволяє розрахувати раціональне місце для вкладання зусилля м'якого обтиску. Застосування даної системи дозволяє збільшити якість вихідної заготовки за рахунок зменшення осьової ліквіації і поліпшення внутрішньої макроструктури злитка, а також збільшити швидкість розливання заготовок, що призводить до збільшення продуктивності всієї МБЛЗ.

Метою даної роботи є чисельний розв'язок математичної моделі кристалізації безперервнолитного сляба.

При побудові математичної моделі прийняті наступні припущення:

- початок координат рухається вниз разом зі злитком з постійною швидкістю, яка дорівнює швидкості витягування;
- перенесення тепла уздовж поздовжньої осі (в напрямку витягування) незначний у порівнянні з перенесенням тепла в поперечних напрямках;
- граничні і початкові умови симетричні щодо геометричних осей симетрії прямокутного перетину, тому рішення реалізується для половини перерізу;
- для завдання граничних умов уздовж поздовжньої осі злитка виділяються такі характерні зони: для кристалізатора (зони щільного контакту і зона з газовим зазором), для вторинного охолодження (6 зон форсуночного охолодження з різною інтенсивністю).

Для вирішення багатьох інженерних задач широко використовуються чисельні методи рішення диференціальних рівнянь. Одним з найбільш поширених і ефективних є метод кінцевих різниць або метод сіток.

Можливе застосування з достатньою точністю одновимірної задачі нестационарної теплопроводності для широких слябів з співвідношенням сторін більше 4, тому розрахункова область температур буде знаходитися на теплової (технологічної) осі злитка в поздовжньому його перетині, яка є своєрідною областю симетрії температур. Розрахункова область представлена на рисунку 1.

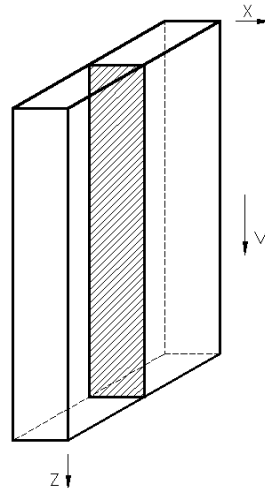


Рис. 1. Розрахункова область

Сутність даного методу сіток полягає в тому, що реальна область дослідження розбивається на частини, а нескінченно малі збільшення замінюються кінцевими різницями. Тоді характеристичне диференціальне рівняння теплопроводності:

$$\rho t \cdot C_{\text{эф}} t \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_{\text{эф}} t \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Замінюємо еквівалентними виразами в кінцевих різницях:

$$\rho t \cdot C_{\text{эф}} t \cdot \frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \lambda_{\text{эф}} t \cdot \frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2}. \quad (2)$$

Поверхня твердого тіла в напрямку осі x (рисунок 1) можна розбити на i різних шарів товщиною Δx , де i - порядковий номер кожного шару. Період часу $\Delta \tau$ також розбивається на рівні інтервали часу з порядковими номерами j ; $j + 1$ і т. д.

Передбачається, що температура кожного шару характеризується її значенням на осі шару, тоді температурна крива, що характеризує розподіл температур в напрямку осі, може бути замінена ламаною лінією x .

За допомогою методу сіток визначається значення температури в кожному шарі, наприклад X_i в наступний момент часу $j + 1$ через відомі значення в попередній момент часу j [4]. Суть методу сіток показана на рисунку 2.

Рішення диференціального рівняння зробимо за схемою Ейлера [5].

Замінімо похідні на їх кінцево-різницеві аналоги:

- першу похідну за часом апроксимуємо різницею:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \approx \frac{T_i^j - T_i^{j-1}}{\Delta \tau}; \quad (3)$$

- другу похідну по координаті апроксимуємо відповідним виразом:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1}^j - 2 \cdot T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2}. \quad (4)$$

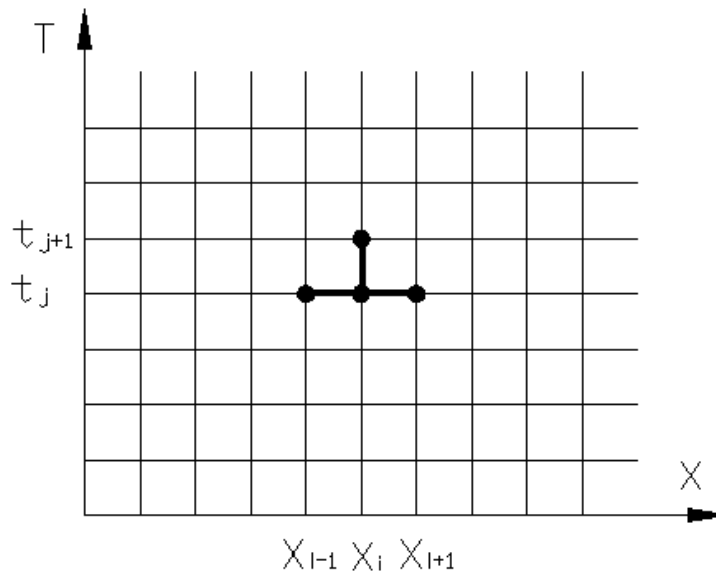


Рис. 2. Суть методу сіток

Для зручності подання диференціального рівняння в різницевій формі і записи критерію стійкості, так як використовується явна схема Ейлера, введемо коефіцієнт температуропровідності $a_{\text{эф}}$:

$$a_{\text{эф}} = \frac{\lambda_{\text{эф}}}{\rho_{\text{эф}} \cdot C_{\text{эф}}}. \quad (5)$$

Для обліку швидкості витягування безперервнолитого злитка введемо відповідну заміну:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta z}{V}, \quad (6)$$

де Δz - крок по технологічній осі злитка, м;

V - швидкість витягування злитка, м / с.

Після цих замін і відповідних перетворень отримаємо рішення диференціального рівняння у вигляді алгебраїчного рівняння:

$$T_{i+1}^j = T_i^j + \frac{a_{\text{эф}} \cdot \Delta z}{V \cdot \Delta x^2} \cdot T_{i+1}^j - 2 \cdot T_i^j + T_{i-1}^j. \quad (7)$$

За отриманим рівнянням (7) можна визначити значення температури у всіх точках розрахункової області, крім першої та останньої. Знайти відсутні точки можливо застосовуючи початкові і граничні умови наведені вище.

В отриманому диференціальному рівнянні (7) дріб, що стоїть перед дужками в правій частині рівняння, по фізичному змісту являє собою критерій Фур'є:

$$Fo = \frac{a_{\text{эф}} \cdot \Delta z}{V \cdot \Delta x^2}. \quad (8)$$

Точність виконання завдання залежить від величини обраних проміжків Δx і Δz . Чим менше ці величини, тим точніше результати чисельних розрахунків. Величини Δx і Δz пов'язані між собою критерієм Фур'є. При вирішенні даного рівняння будемо вибирати довільно величину Δx , а значення розрахункового проміжку по довжині злитка Δz визначимо з умови стійкості рішення, яке визначається як $1/4 \leq Fo \leq 1/2$

Аналіз рівняння (7) показує, що чим менше вибрати величину товщини шару, тим ближче чисельні результати до відповідних точних значень температур, тобто ряд сходиться. Однак при цьому значно зростає обсяг обчислень Δz .

Проблема стійкості різницевого пов'язана з питанням про те, накопичуються або зменшуються з часом числові помилки при округленні чисел. Для отримання більш точних числових результатів необхідно користуватися значенням $Fo = \frac{1}{4} \Delta z$ [16]. Тоді для дотримання стійкості рішення розрахунковий проміжок визначиться з умови:

$$\Delta z = \frac{v \cdot \Delta x^2}{4 \cdot a_{max}}, \quad (9)$$

де a_{max} - максимальне значення температуропровідності в розрахунковій області, з довідкових даних видно, що максимальне значення температуропровідності буде при повністю рідкої фази будь-якої марки розливаемої стали.

Для даної одновимірної задачі розрахункова область представляє половину товщини злитка внаслідок симетричності охолодження. Розбиваємо розрахункову сітку з кроком:

$$\Delta x = \frac{\delta}{M-1}, \quad (10)$$

де δ - половина товщини злитка, м;

M - число точок сітки по товщині сляба.

А розрахунковий проміжок Δz визначаємо з умови стійкості (9).

Рішення завдання починаємо з реалізації початкових умов шляхом присвоєння всім точкам розбиття розрахункової області по товщині злитка на першому шарі заданої початкової температури (температура стали на рівні верху кристалізатора, що надходить в нього з проміжного ковша - температура перегріву).

При завданні граничних умов, наприклад, третього роду їх кінцево-різницевого апроксимацію можна представити у вигляді:

$$\frac{-\lambda \cdot t_1^j - t_2^j}{\Delta x} = \alpha \cdot \frac{t_1^j + t_2^j}{2} - t_B, \quad (11)$$

де точки 1, j - допоміжні точки, віддалені на відстані $\frac{\Delta x}{2}$ від широкої грані;

t_B - температура охолоджуючої води, °С.

Зі співвідношення (11) шляхом відповідних перетворень отримаємо:

$$t_1^j = \frac{2 \cdot \lambda - \Delta x \cdot \alpha \cdot t_2^j + 2 \cdot \Delta x \cdot t_B \cdot \alpha}{\alpha \cdot \Delta x + 2 \cdot \lambda}. \quad (12)$$

Для розрахунку температури в останньому вузлі розрахункової області t_M^{j+1} вводимо ще один умовний шар по осі. В силу симетричності температурного поля злитка $x t_{M+1}^j = t_{M-1}^j$. Знаючи таким чином температуру в додатковій точці $M+1$ в момент часу j , можна визначити значення температури в останній M точці розрахункової області.

Так як охолодження злитка симетрично теплової осі, то досить розглянути розрахункову область, відповідну половині товщини злитка δ . Отже, другим кордоном цієї галузі служить вісь симетрії, на якій повинна дотримуватися умова:

$$-\lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta} = 0. \quad (13)$$

За описаним алгоритмом складаємо програму для розрахунків на ЕОМ.

При використанні чисельних методів можна враховувати зміну основних параметрів від температури, складні граничні умови і т.д. Таким чином, ці методи дозволяють відмовитися від спрощеної трактовки математичної моделі процесу затвердіння безперервного злитка і отримати високу точність рішення.

З огляду на велику складність завдання, трудомісткості обчислень математичне моделювання здійснюється за допомогою ЕОМ.

ВИСНОВКИ

Чисельне рішення моделі кристалізації безперервнолитого злитка дозволяє визначити температурне поле безперервного злитка в будь-який момент часу від початку формування оболонки злитка на рівні металу в кристалізаторі і необхідні параметри двофазної зони необхідні для системи управління м'яким обтисненням, а також вплив зовнішніх умов на тепловий режим формування безперервного злитка.

Метод математичного моделювання дозволяє з достатньою точністю отримати параметри зони м'якого обтиску такі як: стан і довжина зони м'якого обтиску, необхідне для визначення задіяних секцій (включена, вимкнена, включена половина секції); максимальну усадку сталі в зоні м'якого обтиснення, що дозволяє визначити величину ходу штоків гідроциліндрів на роликів секції м'якого обтиску. Дана математична модель може бути також використана для моделювання процесів охолодження злитка, що дає можливість управління режимами охолодження; прогнозування товщини кірки на виході з кристалізатора, щоб попередити можливість проривів кірки; розрахунок довжини повністю закристалізованого злитка, для підбору оптимальних режимів розкрою злитка (розрізання на мірні довжини).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Евтеева Д.П., Самойлович Ю. А. Теплотехнические основы технологии конструирования машин непрерывного литья заготовок : Учеб. помощь. Красноярск : Изд-во Краснояр. ун-т, 2010. 135 с.
2. Емельянов В. А. Тепловая работа машин непрерывного литья заготовок : учебн. пособие для вузов. М. : Металлургия, 2011. 149 с.
3. Люта А. В., Афанасьева М. А., Макшанцев В. Г. Розробка тривимірної моделі процесу затвердіння сталі в кристалізаторі : Вісник ДДМА, 2019. № 1(45). С. 132-136. URL: [http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/ddma/Herald_1\(45\)_2019/article/23.pdf](http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/ddma/Herald_1(45)_2019/article/23.pdf)
4. Самарський А.А., Михайлов А.П. Математичне моделювання: Ідеї. Методи. Приклади : 2-е изд., Испр. М. : Физматлит, 2001. 320 с.
5. Дульнев Г.Н., Парфьонов В.Г., Сигалов А.В. Застосування ЕОМ для вирішення завдань теплообміну: Учбов. посібник для теплофізичних і теплоенергетичних спецвузів : М. : Вища. шк., 1990. 207 с. : іл.

REFERENCES

1. Evteeva D.P., Samoilovich Yu. A. Thermotechnical bases of technology of designing of machines of continuous casting of preparations : Textbook help. Krasnoyarsk : Krasnoyarsk Publishing House. University, 2010. 135 p. (in Russian).
2. Emelyanov V.A. Thermal work of machines of continuous casting of preparations : textbook manual for universities. M. : Metallurgya, 2011. 149 p. (in Russian).
3. Liuta A.V., Afanasieva M.A., Makshantsev V.G. Development of a three-dimensional model of the curing process of steel in the mold: Herald of the DSEA, 2019. № 1 (45). Pp. 132-136. URL: [http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/ddma/Herald_1\(45\)_2019/article/23.pdf](http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/ddma/Herald_1(45)_2019/article/23.pdf) (in Ukrainian).
4. Samara A.A., Mikhailov A.P. Mathematical modeling: Ideas. Methods. Examples: 2nd ed., Corr. M. : Fizmatlit, 2001. 320 p. (in Russian).
5. Dulnev G.N., Parfenov V.G., Sigalov A.V. The use of computers to solve heat transfer problems: Textbook. manual for thermophysical and thermal power special universities: M. : Higher. school, 1990. 207 pp. : ill. (in Russian).

АВТОРИ / АВТОРЫ / AUTORS

Люта А. В. – канд. техн. наук, доцент кафедри АВП;
Лютая А. В. – канд. техн. наук, доцент кафедры АПП;
Liuta A. V. – Candidate of Technical Science, Associate Professor.
E-mail: asyalyutaya@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-9606-875X>

Макшанцев В. Г. – канд. техн. наук, доцент кафедри АВП;
Макшанцев В. Г. – канд. техн. наук, доцент кафедры АПП;
Makshantsev V. G. – Candidate of Technical Science, Associate Professor.
E-mail: kram_don@ukr.net

Афанасьєва М. А. – канд. техн. наук, доцент кафедри АВП;
Афанасьєва М. А. – канд. техн. наук, доцент кафедры АПП;
Afanasyeva M. A. – Candidate of Technical Science, Associate Professor.
E-mail: marharyta.afanasyeva@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-6981-282X>

Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА), м. Краматорськ.
Донбасская государственная машиностроительная академия (ДГМА), г. Краматорск.
Donbass State Engineering Academy (DSEA), Kramatorsk.

АНОТАЦІЯ / АННОТАЦИЯ / ANNOTATION

Люта А. В., Макшанцев В. Г., Афанасьєва М. А. Чисельний розв'язок задачі кристалізації безперервнолитого злитка. Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. 2020. № 1 (48).

Процес створення машин безперервного лиття заготовок та вирішення проблеми якості безперервнолитих заготовок вирішується в роботі з використанням системи м'якого обтиску злитка. Дана система використовує математичну модель кристалізації злитка, засновану на вирішенні нелінійного диференційного рівняння нестационарної теплопровідності, яка дозволяє розрахувати раціональне місце для вкладання зусилля м'якого обтиску. Застосування даної системи дозволяє збільшити якість вихідної заготовки за рахунок зменшення осьової ліквіації і поліпшення внутрішньої макроструктури злитка, а також збільшити швидкість розливання заготовок, що призводить до збільшення продуктивності всієї МБЛЗ. В роботі розроблено математичну модель кристалізації безперервнолитого сляба. Для опису процесу затвердіння за основу приймається диференційне рівняння енергії з внутрішніми джерелами тепла, особливістю якого для зони кристалізації є облік теплоти, що виділяється в кристалізації. Чисельне рішення отриманої системи дозволить визначити температурне поле безперервного злитка в будь-який момент часу від початку формування оболонки злитка на рівні металу в кристалізаторі і необхідні параметри двофазної зони, необхідні для системи управління м'яким обтисненням, а також вплив зовнішніх умов на тепловий режим формування безперервного злитка. Даний метод математичного моделювання дозволяє з достатньою точністю отримати параметри зони м'якого обтиску такі як: стан і довжина зони м'якого обтиску, необхідні для визначення задіяних секцій (включена, вимкнена, включена половина секції); максимальну усадку стали в зоні м'якого обтиснення, що дозволяє визначити величину ходу штоків гідропідциліндрів на роликів секції м'якого обтиску. Дана математична модель може бути також використана для моделювання процесів охолодження злитка, що дає можливість управління режимами охолодження; прогнозування товщини кірки на виході з кристалізатора, щоб попередити можливість проривів кірки; розрахунок довжини повністю закристалізованого злитка для підбору оптимальних режимів розкрою злитка (розрізання на мірні довжини). За допомогою даної моделі можна оптимізувати процес розливання сталі на мінімальні економічні витрати і підвищення продуктивності всієї МБЛЗ, що в свою чергу призведе до поліпшення економічного ефекту, тобто отримання максимального прибутку при мінімальних витратах.

Ключові слова: машина безперервного лиття заготовок, злиток, кристалізатор.

Лютая А. В., Макшанцев В. Г., Афанасьєва М. А. Численное решение задачи кристаллизации непрерывнолитого слитка. Вестник Донбасской государственной машиностроительной академии. 2020. № 1 (48).

Процесс создания машин непрерывного литья заготовок и решения проблемы качества непрерывнолитых заготовок решается в работе с использованием системы мягкого обжима слитка. Данная система использует математическую модель кристаллизации слитка, основанную на решении нелинейного дифференциального уравнения Нестационарной теплопроводности, которая позволяет рассчитать рациональное место приложения

усилия мягкого обтис-ку. Применение данной системы позволяет увеличить качество исходной заготовки за счет уменьшения осевой ликвации и улучшения внутренней макроструктуры слитка, а также увеличить скорость разлива заготовок, что приводит к увеличению производительности всей МНЛЗ. В работе разработана математическая модель кристаллизации безпереволитного сляба. Для описания процесса затвердевания за основу принимается дифференциальное уравнение энергии с внутренними источниками тепла, особенностью которого для зоны кристаллизации является учет теплоты, что выделяется в кристаллизации. Численное решение полученной системы позволит определить температурное поле непрерывного слитка в любой момент времени от начала формирования оболочки слитка на уровне металла в кристаллизаторе и необходимые параметры двухфазной зоны, необходимые для системы менеджмента мягким обжатием, а также влияние внешних условий на тепловой режим формирования непрерывного слитка. Данный метод математического моделирования позволяет с достаточной точностью получить параметры зоны мягкого обжима такие как: состояние и длина зоны мягкого обжима, необходимые для определения задействованных секций (включена, выключена, включена половина секции); максимальную усадку стали в зоне мягкого обжатия, что позволяет определить величину хода штоков гидроцилиндров на роликовой секции мягкого обжима. Данная математическая модель может быть также использована для описания процессов охлаждения слитка дает возможность управления режимами охлаждения; прогнозирования толщины корки на выходе из кристаллизатора, чтобы предупредить возможность прорывов корки; расчет длины полностью закристаллизованного слитка для подбора оптимальных режимов раскроя слитка (разрезания на мерные длины). С помощью данной модели можно оптимизировать процесс разлива стали на минимальные экономические затраты и повышения производительности всей МНЛЗ, что в свою очередь приведет к улучшению экономического эффекта, то есть получение максимальной прибыли при минимальных затратах.

Ключевые слова: машина непрерывного литья заготовок, слиток, кристаллизатор.

Luta A. V., Makshanzhev V. G., Afanasieva M. A. Numerical solution of the crystallization problem of a continuously cast ingot. *Herald of the DSEA*. 2020. № 1 (48).

The process of creating machines for continuous casting of blanks and solving the problem of quality of continuous cast blanks is solved in the work by using a system of soft compression of the ingot. This system uses a mathematical model of ingot crystallization based on the solution of a nonlinear differential equation of non-stationary thermal conductivity, which allows to calculate a rational place for the insertion of the force of soft compression. The application of this system allows to increase the quality of the ingot by reducing the axial elution and improving the internal macrostructure of the ingot, and increase the speed of casting of the workpieces, which leads to an increase in the productivity of the entire caster. The mathematical model of crystallization of a continuous cast slab is developed. To describe the curing process, the differential equation of energy with internal heat sources is taken as a basis. The numerical solution of the obtained system will determine the temperature field of continuous ingot at any time from the beginning of the formation of the ingot shell at the metal level in the mold and the necessary parameters of the two-phase zone required for the soft compression control system, and the influence of external conditions on the thermal mode of molding continuous ingot. This method of mathematical modeling allows to obtain with sufficient accuracy the parameters of the soft compression zone, such as: the state and length of the soft compression zone required to determine the involved sections (included, off, included half of the section); maximum shrinkage of steel in the area of soft compression, which allows you to determine the amount of stroke of the cylinders of cylinders on the roller section of soft compression. This mathematical model can be used to simulate the ingot cooling processes, it enables the control of cooling modes; predicting the thickness of the crust at the outlet of the mold, to prevent the possibility of breakouts of the crust; calculation of length of fully crystallized ingot for selection of optimal modes of cutting ingot (cutting into measured lengths). With this model it is possible to optimize the process of casting steel at the lowest economic cost and increase the productivity of the entire caster, it will lead to an improvement in the economic effect, that is, to obtain the maximum profit at the minimum cost.

Keywords: continuous casting machine, ingot, crystallizer.

Стаття надійшла до редакції 21.01.2020 р.