

УДК 621.834

**Ліщенко Н. В.****ДОСЛІДЖЕННЯ НАСТУПНОСТІ АНАЛІТИЧНИХ РІШЕНЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ШЛІФУВАННЯ**

До числа основних вимог до якості зубчастих коліс відноситься відсутність припиків та мікротріщин. Якість поверхневого шару формується на зубошліфувальній операції. Найбільше застосування в сучасних технологіях зубошліфування одержали два методи: метод профільного шліфування і метод обкату черв'ячним шліфувальним кругом. Перший метод відрізняється більш високою точністю (DIN 3-6) при однаковій продуктивності вказаних методів, а другий – більш високою продуктивністю при однаковій точності.

Оскільки припикі викликані температурним фактором, завдання визначення температури при зубошліфуванні відноситься до числа актуальних завдань у технології машинобудування.

Відомо два підходи до визначення температури шліфування: феноменологічний – на основі рішення диференціального рівняння теплопровідності Фур'є (аналітичний метод визначення температури) [1, 2, 3, 4, 5] і імітаційне моделювання температурного поля – на основі комп'ютерного моделювання методом кінцевих елементів [6, 7, 8].

Як математичне забезпечення підсистем САПР, моніторингу і технологічної діагностики операції профільного зубошліфування, які працюють у режимі реального часу перевагу має перший підхід, тому що вимагає меншого часу для ухвалення рішення. Другий підхід є більш трудомістким і може використовуватися для обґрунтування правомірності першого.

Дослідженню теплонапруженості профільного зубошліфування присвячено декілька робіт [1, 2, 9]. Рішення, які наведено в цих роботах отримано без формулювання задачі, початкових і граничних умов. Рішення, яке наведено в роботі [3] не дозволяє знайти максимальну температуру, що має місце на задній крайці джерела. Також не встановлена область на рухливому прямокутному джерелі, у межах якої температуру можна визначати за формулою для смугового рухливого джерела [3]. Не знайдено умови заміни складних рішень теплофізичної задачі (двовимірної і тривимірної) на більш просте (одновимірне) рішення.

У цій області не проведено аналіз і класифікація наявних аналітичних рішень адекватних тепловим явищам при зубошліфуванні. Ці рішення повинні бути подібні за початковими і граничними умовами. Не проведено дослідження наступності цих рішень, встановлення критеріїв наступності та діапазонів їх зміни для умов профільного зубошліфування.

Тому метою статті є обґрунтування найбільш простого аналітичного рішення, адекватного реальним умовам профільного зубошліфування.

Встановлено [5], що при шліфуванні на етапі нагрівання в інтервалі  $4 \leq H \leq 20$  при розрахунку максимальних температур на поверхні і по глибині поверхневого шару, обмеженого дворазовим спадом температури, двовимірні і одновимірні моделі дають результати, що відрізняються не більш, ніж на 5 %. Але не досліджено наступність рішень тривимірного і двовимірного диференціального рівнянь теплопровідності. Тобто для того, щоб при визначенні температури шліфування адекватно користуватися одновимірним рішенням, необхідно спочатку обґрунтувати двовимірне.

У відповідності зі схемою профільного зубошліфування на сталому етапі обробки теплове джерело має прямокутну форму (фігура 1234 на рис. 1, а) і рухається в напрямку вектора  $V$  осьової подачі. Така теплова схема може бути перетворена в еквівалентну форму (рис. 1, б) у системі координат, прийнятою в роботі [3].

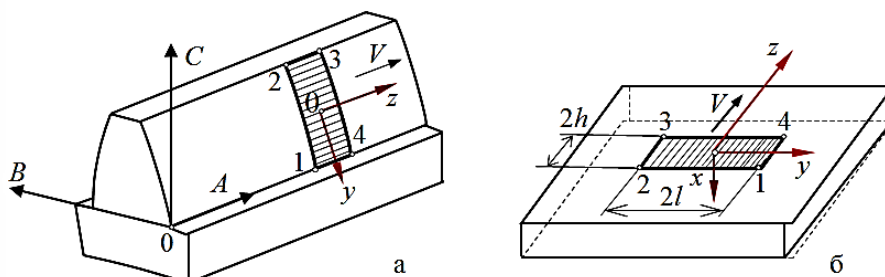


Рис. 1. Реальна (а) і еквівалентна (б) схеми прямокутних теплових джерел

Визначення температури на основі математичної моделі рухливого смугового джерела з урахуванням обмеження цього джерела по осі  $y$  (рис. 1, а) є складним завданням математичної теплофізики [3, 10]. Рішення цієї задачі для визначення сталої температури при постійній щільності теплового потоку на поверхні в зоні контакту має вигляд [10]:

$$T(X, Y, Z, L, H) = \frac{2qa}{4\lambda V \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp\left(\frac{-X^2}{2u}\right) \left( \Phi\left(\frac{Y+L}{\sqrt{2u}}\right) - \Phi\left(\frac{Y-L}{\sqrt{2u}}\right) \right) \times \left( \left( \Phi\left(\frac{Z+H+u}{\sqrt{2u}}\right) - \Phi\left(\frac{Z-H+u}{\sqrt{2u}}\right) \right) \right) \frac{1}{\sqrt{u}} du. \quad (1)$$

де  $q$  – інтенсивність (щільність) теплового потоку, Вт/м<sup>2</sup>;

$a$  – коефіцієнт температуропровідності, м<sup>2</sup>/с;

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·°С);

$V$  – швидкість руху джерела в напрямку осі  $z$  (осьова подача), м/с;

$X, Y, Z$  – безрозмірні (відносні) координати, які відповідають розмірним координатам  $x, y, z$ ;

$H, L$  – безрозмірна напівширина (параметр Пекле) і безрозмірна напівдовжина теплового джерела, які відповідають однойменним розмірним параметрам  $h$  і  $l$ .

Тут позначено:

$\Phi(s) = \text{erf}(s) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s \exp(-\xi^2) d\xi$  – функція помилок Гауса (спеціальна функція);

$\xi = \frac{V(z-z')}{2a}$ ;  $X = \frac{V \cdot x}{2a}$ ;  $Y = \frac{V \cdot y}{2a}$ ;  $Z = \frac{V \cdot z}{2a}$ ;  $L = \frac{V \cdot l}{2a}$ ;  $H = \frac{V \cdot h}{2a}$ .

Причому  $-h < z < h$ ,  $-l < y < l$  (рис. 2, а).

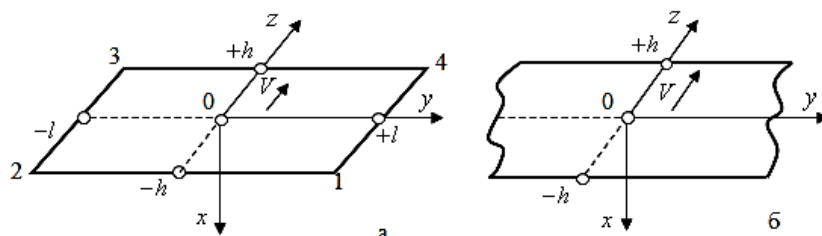


Рис. 2. Прямокутний (а) і смуговий (б) рухливі теплові джерела

Рішення (1) досліджується шляхом порівняння з рішенням для двовимірного температурного поля від рухливого смугового джерела, нескінченного в напрямку осі  $0y$  ( $-\infty < y < \infty$ ) і маючого вигляд (рис. 2, б):

$$T(Z, X, H) = \frac{2qa}{\pi\lambda V} \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) K_0\left(\sqrt{X^2 + \xi^2}\right) d\xi. \quad (2)$$

Розділивши обидві частини рівнянь (1) і (2) на множник  $2qa / \pi\lambda V$ , одержимо ці рівняння в безрозмірному виді, відповідно:

$$\Theta(X, Y, Z, L, H) = \sqrt{\frac{\pi}{32}} \int_0^\infty \exp\left(\frac{-X^2}{2u}\right) \left( \Phi\left(\frac{Y+L}{\sqrt{2u}}\right) - \Phi\left(\frac{Y-L}{\sqrt{2u}}\right) \right) \times \\ \times \left( \left( \Phi\left(\frac{Z+H+u}{\sqrt{2u}}\right) - \Phi\left(\frac{Z-H+u}{\sqrt{2u}}\right) \right) \right) \frac{1}{\sqrt{u}} du, \quad (3)$$

$$\Theta(Z, X, H) = \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) K_0\left(\sqrt{X^2 + \xi^2}\right) d\xi. \quad (4)$$

Як приклад виконаємо розрахунок температури на поверхні за рівнянням (3) при наступних вихідних даних:  $q = 22,7 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>;  $a = 5,683 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $\lambda = 24$  Вт/(м·°С);  $V = 0,2$  м/с (12 м/хв);  $z = 0$ ;  $h = 2,72 \cdot 10^{-3}$  м ( $h = \sqrt{Dt_v} / 2$ ;  $D$  – діаметр шліфувального круга,  $D = 0,4$  м; вертикальна глибина шліфування  $t_v = 0,074 \cdot 10^{-3}$  м);  $l = 3,469 \cdot 10^{-3}$  м;  $Z = -5H \dots 5H$ . При цьому  $X = 0$ ;  $H = 47,869$ ;  $L = 17,597$ . Координата по осі  $y$  складала  $y = 0$  ( $Y = 0$ );  $y = l / 2$  ( $Y = 8,799$ );  $y = 3l / 4$  ( $Y = 13,198$ );  $y = 7l / 8$  ( $Y = 15,397$ );  $y = l$  ( $Y = 17,597$ ). Максимальні температури (табл. 1) знаходяться практично на задній крайці джерела при  $Z = -0,95H$ .

Таблиця 1

Розмірна температура в напрямку руху джерела

$y$	0	$l / 2$	$3l / 4$	$7l / 8$	$l$
$T, ^\circ\text{C}$	410,107	390,444	347,501	303,061	207,418

Зі збільшенням відстані від центра джерела  $y = 0$  до краю джерела  $y = l$  максимальні температури зменшуються. На краю джерела  $y = l$  максимальна температура знижується майже у два рази. Для того щоб показати наступність рівнянь (1) і (2), виконаємо дослідження температурного поля по довжині теплового джерела  $l$  у напрямку осі  $Oy$  за рівнянням (1). Для спільності досліджень вони виконані в безрозмірному виді з використанням рівнянь (3) і (4).

Для прив'язки до схеми зубошліфування залежно від швидкості джерела при фіксованій напівширині джерела  $h = 2,72 \cdot 10^{-3}$  м ( $h = \sqrt{Dt} / 2$ ;  $D = 0,4$  м;  $t_v = 0,074 \cdot 10^{-3}$  м) на задній крайці  $Z = -H$  (рис. 2) на поверхні  $X = 0$ ;  $y / l = 0 \dots 1,5$ ;  $a = 5,683 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с обрали три форми плями контакту: прямокутну, витягнуту уздовж осі  $OY$ ; квадратну; прямокутну, витягнуту уздовж осі  $OZ$ . Для забезпечення вказаних форм обрали довжину джерела  $l$ :  $l = 11 \cdot 10^{-3}$  м ( $H / L = 0,2474$ ; рис. 3, а);  $l = 3,469 \cdot 10^{-3}$  м ( $H / L = 0,7847$ ; рис. 3, б);  $l = 1 \cdot 10^{-3}$  м ( $H / L = 2,7235$ ; рис. 3, в).

Вибір зазначених трьох відношень  $H / L$ , отриманих за рахунок зміни  $l$  при  $h = 2,72$  мм = const, обумовлений необхідністю характерної зміни форми прямокутного джерела:  $H / L = 0,2474 < 1$  (рис. 3, а);  $H / L = 0,7847 \approx 1$  (рис. 3, б) і  $H / L = 2,7235 > 1$  (рис. 3, в).

Безрозмірні параметри  $H$  і  $L$  змінювали за рахунок дискретної зміни швидкості джерела в інтервалі режимів зубошліфування:  $V = 0,2$  м/хв (0,0033 м/с),  $V = 0,5$  м/хв (0,0083 м/с);  $V = 1$  м/хв (0,017 м/с);  $V = 2$  м/хв (0,033 м/с);  $V = 4$  м/хв (0,067 м/с);  $V = 5$  м/хв (0,083 м/с);  $V = 7$  м/хв (0,117 м/с);  $V = 10$  м/хв (0,167 м/с);  $V = 12$  м/хв (0,2 м/с). Далі виконано розрахунки безрозмірних температур за рівняннями (1) і (2) для трьох зазначених характерних конфігурацій прямокутного джерела тепла:  $H/L < 1$  (рис. 4, а),  $H/L \approx 1$  (рис. 4, б) і  $H/L > 1$  (рис. 4, в) на задній крайці джерела, тобто  $Z = -H$ , в інтервалі зміни  $0 \leq Y/L \leq 1,5$ . Наприклад, результати розрахунку безрозмірної температури за рівняннями (3) і (4) для  $l = 3,469 \cdot 10^{-3}$  м і  $H/L = 0,7847$ ,  $Z = -H$ ,  $Y = 0$  зведемо в табл. 2.

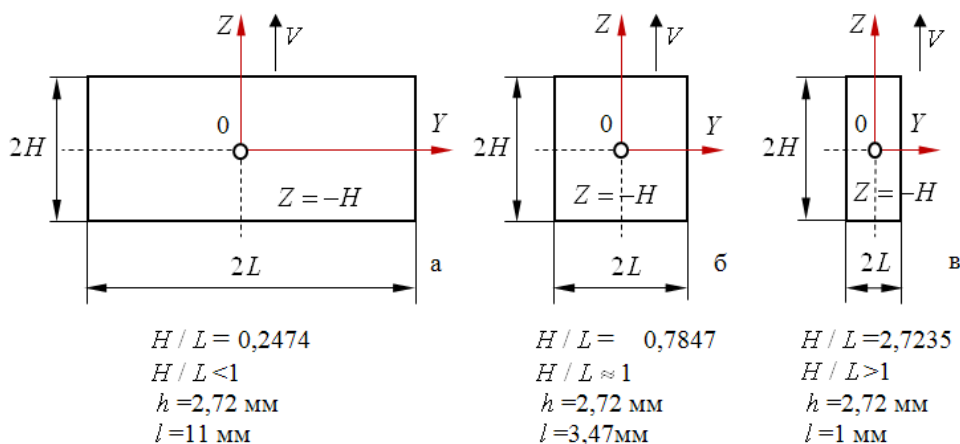


Рис. 3. Три конфігурації прямокутних джерел для дослідження

Таблиця 2

Безрозмірні температури для прямокутного і смугового джерел

$V$ м/хв	0,2	0,5	1	2	4	5	7	10	12
$H$	0,798	1,995	3,989	7,978	15,956	19,946	27,924	39,891	47,869
$L$	1,017	2,544	5,087	10,174	20,348	25,435	35,609	50,87	61,044
$\Theta_{rect}$	1,869	3,835	6,066	9,07	13,213	14,879	17,772	21,421	23,555
$\Theta_{strip}$	2,393	4,157	6,189	9,091	13,216	14,881	17,774	21,424	23,558

Примітка: 1.  $\Theta_{rect}$  і  $\Theta_{strip}$  – температури від прямокутного (rectangular) і смугового (strip) теплових джерел за рівняннями (3) і (4), відповідно. 2.  $l = 3,469 \cdot 10^{-3}$  м,  $H/L = 0,7847$ ,  $Z = -H$  і  $Y = 0$ .

Видно (табл. 2), що по мірі збільшення швидкості  $V$  прямокутного і смугового джерел розходження поверхневих температур на їхніх задніх крайках ( $Z = -H$ ) при  $Y = 0$  зменшується і результати розрахунку температур за рівняннями (3) і (4) практично збігаються при швидкості  $V > 5$  м/хв. Цей висновок відповідає аналогічним дослідженням В. А. Сіпайлова [3]. Отже, при  $V > 4$  м/хв (тобто  $H > 15,956$ ) обмеженість прямокутного джерела по осі  $Y$  практично не впливає на поверхневу температуру при  $Y = 0$ , тобто визначення температури можна виконувати за більш простим рішенням (4) для смугового джерела. Наприклад, для джерела  $H/L = 0,7847$  (рис. 4, б), що рухається зі швидкістю  $V = 0,2$  м/хв (0,0033 м/с) безрозмірна температура за рівняннями (3) і (4) складе, відповідно 1,869 і 2,393 ( $\Theta_{rect}$  і  $\Theta_{strip}$  в табл. 2). Розходження становить 28,04 %. Але при швидкості джерела  $V = 5$  м/хв (0,083 м/с) безрозмірна температура за рівнянням (3) складе 14,879, а за рівнянням (4) – 14,881. Розходження 0,013 %.

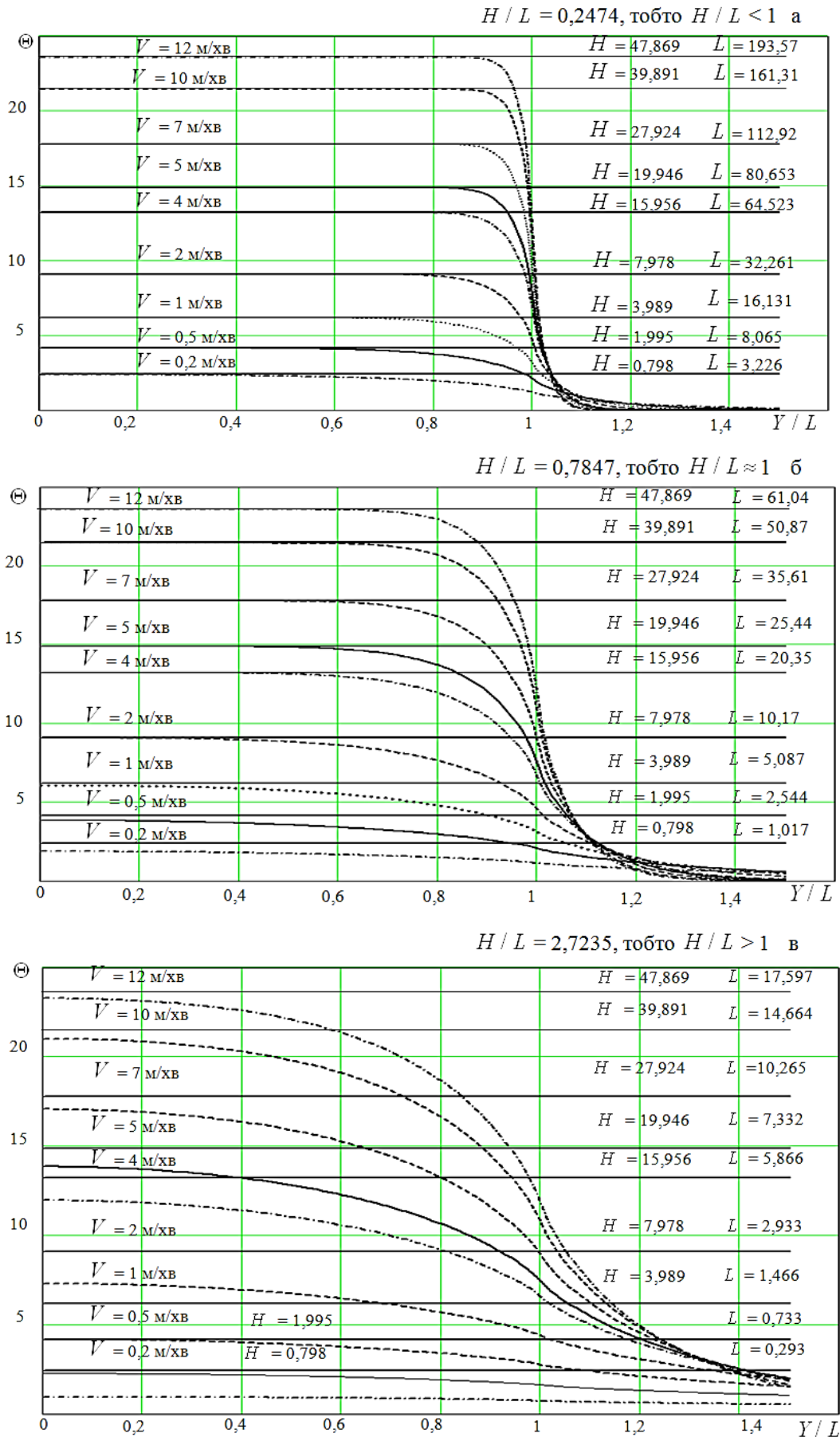


Рис. 4. Безрозмірна температура по осі  $OY$  на задній крайці джерела  $Z = -H$

Існує наступність зазначених рішень, що полягає в збігу результатів розрахунку температури  $\Theta(Y/L, H, L)$  при різних відношеннях  $H/L$ :  $H/L=0,2474$  (рис. 3, а);  $H/L=0,7847$  (рис. 3, б);  $H/L=2,7235$  (рис. 3, в). Критерієм наступності двох рішень є відхилення форми джерела від квадрата ( $H=L$ ). При  $H/L \leq 1$  результати обчислень температури за двома рівняннями наближаються по мірі зменшення  $H/L$ , тобто по мірі наближення відношення  $H/L$  до нуля.

Для визначення похибки між результатами розрахунку за рівняннями (3) і (4) на задній крайці джерела  $Z=-H$ ,  $Y=0$  (центр джерела);  $X=0$  (на поверхні) визначимо відношення безрозмірної температури  $\Theta_{rect} = \Theta(X, Y, Z, L, H)$  за рівнянням (3) для прямокутного джерела до температури  $\Theta_{strip} = \Theta(X, Z, H)$  за рівнянням (4) для смугового джерела, тобто визначимо коефіцієнт (ступінь) зниження температури (рис. 5):

$$k = \frac{\Theta_{rect}}{\Theta_{strip}} = \frac{\Theta(X, Y, Z, L, H)}{\Theta(X, Z, H)}$$

По мірі збільшення відношення  $H/L$  розходження між результатами розрахунку за рівняннями (3) і (4) збільшується для всіх значень  $L$ , що відповідає зміні форми плями контакту на рис. 3. Для фіксованого відношення  $H/L$  зі збільшенням  $L$  це розходження зменшується (рис. 5). Інтервал прийнятних значень коефіцієнта розходження  $0,9 \leq k\left(\frac{H}{L}, L\right) \leq 1$  перебуває в  $D_I$ - області  $L \geq 2$  для всіх  $H/L$ . Щоб перебувати в інтервалі  $0,9 \leq k\left(\frac{H}{L}, L\right) \leq 1$  по мірі збільшення відношення  $H/L$ , повинна також збільшуватися величина  $L$ .

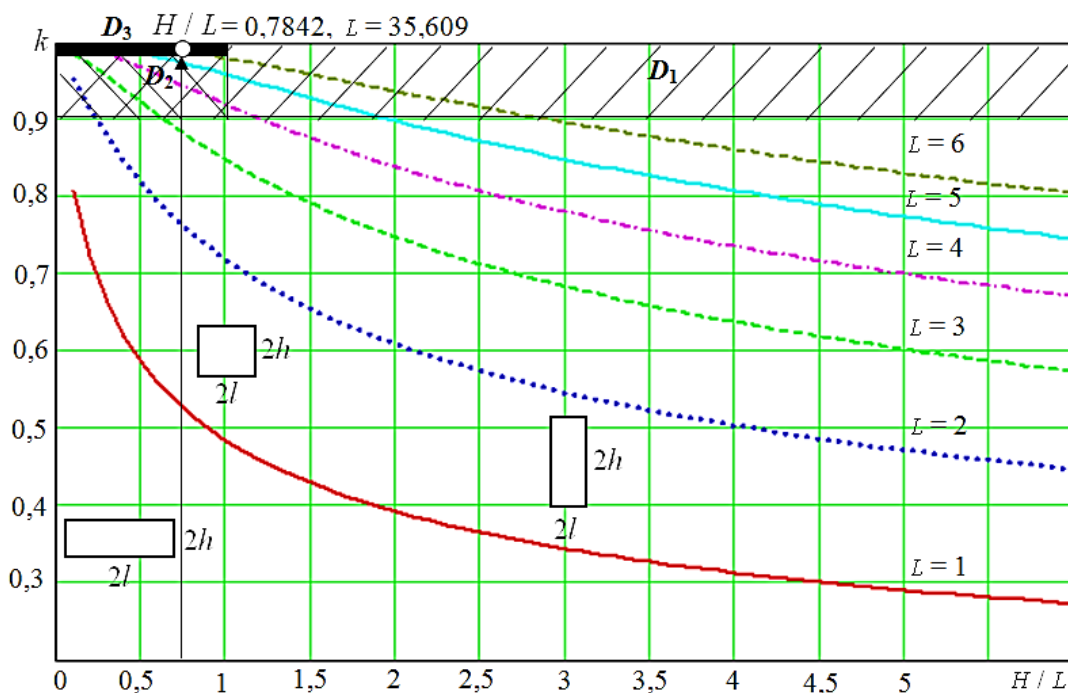


Рис. 5. Вплив обмеженості джерела на ступінь зниження температури

Обчислимо діапазони зміни параметрів  $H$ ,  $L$  і відношення  $H/L$  при наступних даних:  $0,060 \cdot 10^{-3} \leq t_v \leq 0,100 \cdot 10^{-3}$  м;  $5$  м/хв ( $0,083$  м/с)  $\leq V \leq 12$  м/хв ( $0,2$  м/с), висота зуба

$6 \cdot 10^3 \leq 2l \leq 22 \cdot 10^3$  м;  $a = 5,683 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $D = 0,4$  м. Мінімальні та максимальні значення параметра  $H$  визначають при наступних умовах: при постійному значенні  $V_{\min}$  і зміні  $t_v$  в інтервалі  $t_{v\min} \leq t_v \leq t_{v\max}$ :

$$H_{\min} = \frac{V_{\min} \cdot h_{\min}}{2a} = \frac{V_{\min} \cdot \sqrt{Dt_{v\min}}}{4a}; \quad H_{\max} = \frac{V_{\min} \cdot \sqrt{Dt_{v\max}}}{4a}; \quad (5)$$

при постійному значенні  $V_{\max}$  і зміні  $t_v$  в інтервалі  $t_{v\min} \leq t_v \leq t_{v\max}$ :

$$H_{\min} = \frac{V_{\max} \cdot \sqrt{Dt_{v\min}}}{4a}; \quad H_{\max} = \frac{V_{\max} \cdot \sqrt{Dt_{v\max}}}{4a}. \quad (6)$$

Аналогічно мінімальні і максимальні значення параметра  $L$  визначають при наступних умовах:

при постійному значенні  $V_{\min}$  і зміні  $l$  в інтервалі  $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$

$$L_{\min} = \frac{V_{\min} \cdot l_{\min}}{2a}; \quad L_{\max} = \frac{V_{\min} \cdot l_{\max}}{2a}, \quad (7)$$

при постійному значенні  $V_{\max}$  і зміні  $l$  в інтервалі  $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$

$$L_{\min} = \frac{V_{\max} \cdot l_{\min}}{2a}; \quad L_{\max} = \frac{V_{\max} \cdot l_{\max}}{2a}. \quad (8)$$

Наприклад, при осьовій подачі  $V_{\min} = 5$  м/хв за формулами (5) одержують  $H_{\min} = 17,96$ ;  $H_{\max} = 23,186$ , а за формулами (7)  $L_{\min} = 21,996$ ;  $L_{\max} = 80,653$ . Таким чином, найменше відношення  $\left(\frac{H}{L}\right)_{\min} = \frac{H_{\min}}{L_{\max}} = \frac{17,96}{80,653} = 0,223$ .

Наприклад, при осьовій подачі  $V_{\max} = 12$  м/хв за формулами (6) одержують  $H_{\min} = 43,104$ ;  $H_{\max} = 55,647$ , а за формулами (8)  $L_{\min} = 52,791$ ;  $L_{\max} = 193,568$ . Найбільше відношення  $\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} = \frac{H_{\max}}{L_{\min}} = \frac{55,647}{52,791} = 1,055$ .

Таким чином, режимам швидкісного зубошліфування відповідає  $L > 21,996$  і  $0,223 < H/L < 1,055$ . Область  $D_2$ , обмежена  $0,9 \leq k(H/L, L) \leq 1$  і відношенням  $H/L = 1$ , характеризує форму теплового джерела, яке має місце при зубошліфуванні. Відповідно до рис. 5 режими зубошліфування відповідають  $D_3$  – області. Отже, форма плями контакту не переходить у витягнутий у напрямку швидкості прямокутник (рис. 3, в). Для області зубошліфування при визначенні максимальних температур на задній крайці джерела можна користуватися двовимірним рішенням диференціального рівняння теплопровідності для рухливого нескінченного по осі  $Y$  смугового теплового джерела. Виникає можливість визначити температуру за рівнянням (4) не тільки в центрі плями контакту  $y = 0$  ( $Y = 0$ ), але і у межах деякої ділянки прямокутного джерела в напрямку осі  $Y$  (заштрихована ділянка на рис. 6), тобто при  $y_0 < l$  ( $Y_0 < L$ ). Інакше кажучи, можна визначити величину  $y_0$  ( $Y_0$ ) ( $0 < y_0 < l$ ;  $0 < Y_0 < L$ ), при якій у будь-якому перетині смуги, крім ділянок  $(l - y_0; L - Y_0)$ , віддалених від її кінців для визначення температури можна використовувати рівняння (4) для нескінченної смуги. Довжина цієї ділянки визначає область, у якій температура знижується на 5 % у порівнянні з температурою в центрі джерела.

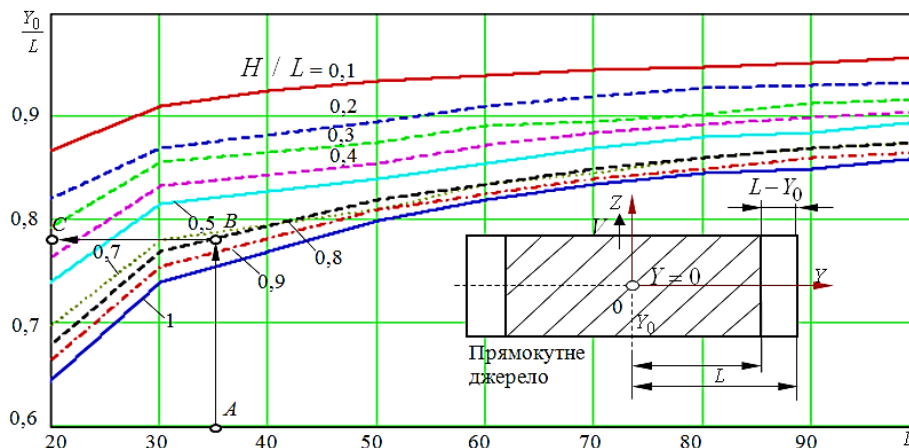


Рис. 6. Залежність параметра  $Y_0 / L$  від  $L$

Встановлено, що при збільшенні відношення  $H / L > 1$  збільшується розходження між результатами розрахунку температури за рівняннями (3) і (4), що означає вплив країв теплового джерела навіть на температуру в центрі плями контакту  $Y = 0$  (рис. 4). Таким чином, стає неможливим визначати температуру по довжині джерела  $L$  ( $2L$ ).

Подальші дослідження з визначення безрозмірної довжини ділянки  $Y_0$  (або відношення  $Y_0 / L$ ) виконано для  $H / L \leq 1$  (рис. 6). Видно, що зі зменшенням відношення  $H / L$  при фіксованій безрозмірній довжині джерела  $L$ , довжина ділянки  $Y_0$  (або  $Y_0 / L$ ) зростає. При збільшенні  $L$  для всіх значень відносини  $H / L$  довжина ділянки  $Y_0$  (або  $Y_0 / L$ ) зростає. При чорновому зубошліфуванні параметри  $L$  і  $H / L$  змінюються в діапазоні  $21,996 < L < 193,568$ ,  $0,223 < H / L < 1,055$ , що відповідає зміні  $Y_0 / L \geq 0,64$  і вище (рис. 6). Отже, можна визначати температуру за рівнянням (4) для нескінченної смуги.

**Приклад.**

Вихідні дані:  $a = 5,683 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $D = 0,4$  м;  $t_v = 0,074 \cdot 10^{-3}$  м;  $V = 0,117$  м/с (7 м/хв);

$h = 2,72 \cdot 10^{-3}$  м ( $h = \frac{\sqrt{Dt}}{2}$ );  $l = 3,469 \cdot 10^{-3}$  м. Визначають безрозмірні параметри  $L$ ,  $H$  і їхнє відношення  $H / L$ :

$$L = \frac{0,117 \cdot 3,469 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5,683} = 35,609 \text{ (т. A на рис. 6); } H = \frac{0,117 \cdot 2,72 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5,683} = 27,924;$$

$H / L = 0,7842$  (т. B на рис. 6). Оцінюють можливість використання рівняння (4) з похибкою (розходженням) 10 % для визначення температури в центрі плями контакту (рис. 4). Відношення  $H / L = 0,7842 < 1$ ; параметр  $L = 35,609 > 2$ , тому для визначення температури в центрі плями контакту можна використовувати рівняння (4). Визначають параметр  $Y_0 / L$ . Для цього використовують знайдені значення  $H / L = 0,7842$  і  $L = 35,609$  і встановлюють величину  $Y_0 / L = 0,78$  (т. C на рис. 6). Визначають безрозмірну відстань  $Y_0$ , використовуючи  $Y_0 / L = 0,78$  (п. 3) і  $L = 35,609$  (п. 1). У цьому випадку  $Y_0 = 0,78 \cdot 35,609 = 27,775$ . Переводять  $Y_0$  в розмірну величину  $y_0$ , тобто  $y_0 = \frac{2a \cdot Y_0}{V} = \frac{2 \cdot 5,683 \cdot 27,775}{0,117} = 2,706 \cdot 10^{-3}$  м. Таким чином, у будь-якому перетині смуги  $2h \times 2l$  (5,44 x 6,938 мм на рис. 7), крім ділянок, віддалених від кінців смуги на 0,763 мм ( $l - y_0 = 3,469 - 2,706 = 0,763$  мм) температуру можна визначати за рівнянням (4) для смугового розхливого джерела.



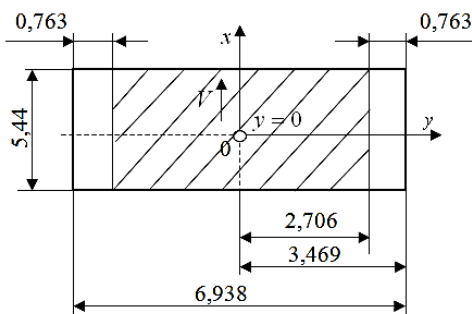


Рис. 7. Прямокутне джерело

## ВИСНОВКИ

Виконано класифікацію подібних аналітичних рішень диференціального рівняння теплопровідності Фур'є за кількістю просторових координат у цьому рівнянні при граничних умовах другого роду: три-, дво- і одновимірне рішення.

Встановлено наступність три-, дво- і одновимірного рішень диференціального рівняння теплопровідності Фур'є, що дозволяє замінити складні аналітичні рішення більш простими, які можна використовувати в підсистемах керування процесом профільного зубошліфування (підсистеми САПР, моніторингу і технологічної діагностики).

Встановлено дві умови наступності. По-перше, для прямокутної форми плями контакту, що має габаритні розміри  $2H \times 2L$ , необхідно виконання умови  $H/L < 1$ . При  $H/L = 1$  і  $H/L > 1$  наступність порушується. По-друге, інтервал зміни критерію Пекле повинен становити  $4 \leq H \leq 20$ , що відповідає тепловому джерелу, яке швидко рухається, і режимам багатопрохідного швидкісного профільного зубошліфування на сучасних верстатах з ЧПК.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Tan Jin Determination of burn thresholds of precision gears in form grinding based on complex thermal modelling and Barkhausen noise measurements / Tan Jin, Jun Yi, Siwei Peng // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2017. – Volume 88, Issue 1–4. – P. 789–800.
2. Tan Jin Temperature distributions in form grinding of involute gears / Tan Jin, Jun Yi, Ping Li // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017. – Volume 88. – P. 2609–2620.
3. Сунайлов В. А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности / В. А. Сунайлов. – М. : Машиностроение, 1978. – 167 с.
4. I. Inasaki Monitoring and Optimization of Internal Grinding Process / I. Inasaki // *Annals of the CIRP*. – 1991. – Vol. 40/1. – P. 359–362.
5. Ларшин В. П. Применение решений теплофизических задач к расчету температуры и глубины дефектного слоя при шлифовании / В. П. Ларшин, Е. Н. Ковальчук, А. В. Якимов // *Межвузовский сборник научных трудов*. – Пермь : Изд. ППИ, 1986. – С. 9–16.
6. Prashant Patil FEM Simulation and Analysis of Temperature Field of Environmental Friendly MQL Grinding / Prashant Patil Chandrakant Patil // *Proceedings of the International Conference on Communication and Signal Processing 2016 (ICCASP 2016)*. – 2017. – P. 182–186.
7. Chahat Sharma Finite Element Analysis of Workpiece Temperature during Surface Grinding of Inconel 718 Alloy / Chahat Sharma, Sudarsan Ghosh, Prabal Talukdar // *5th International & 26th All India Manufacturing Technology, Design and Research Conference (AIMTDR 2014) December 12th–14th, 2014, IIT Guwahati, Assam, India*. – 2014. – P. 420-1–420-6.
8. Xiaozhong Rena Analysis on the Temperature Field of Gear Form Grinding / Xiaozhong Rena, Haifeng Hu // *Applied Mechanics and Materials Vols. 633-634*, 2014. – P. 809–812.
9. Christof Golgels Optimization of the gear profile grinding process utilizing an analogy process / Christof Golgels, Heiko Schlattmeier, Fritz Klocke // *Gear technology (November/December)*. – 2006. – P. 34–40.
10. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М. : Наука, 1964. – 487 с.