

**Міністерство освіти і науки України**  
**Донбаська державна машинобудівна академія**

**С.О. Коновалова**  
**А.П. Авдєєнко**

# **Теплотехніка та теплоенергетика**

**Курс лекцій**

**Частина 1**  
**Теплотехніка**

Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів  
металургійних спеціальностей  
вищих навчальних закладів

Краматорськ 2009

**УДК 621.1.016**

**ББК 31.31**

**К 64**

**Рецензенти:**

**Бажин А.І.**, д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри фізики твердого тіла та фізичного матеріалознавства Донецького національного університету;

**Бурмістров К.С.**, д-р хім. наук, професор, завідувач кафедри фізичної хімії Українського державного хіміко-технологічного університету;

**Присяник О.В.**, д-р хім. наук, професор, завідувач кафедри органічної хімії Українського державного хіміко-технологічного університету

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Лист № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.

**Коновалова, С.О.**

К 64 Теплотехніка та теплоенергетика : курс лекцій для студентів металургійних спеціальностей. Ч. 1. Теплотехніка / С.О.Коновалова, А.П.Авдеєнко. – Краматорськ : ДДМА, 2009. – 300 с.

ISBN **XXXXXXXXXXXXX**

Навчальний посібник являє собою курс лекцій з дисциплін „Теплотехніка” та „Теплоенергетика” для студентів напряму підготовки „Металургія”. Перша частина курсу містить основні положення технічної термодинаміки, теорії теплообміну і прикладної теплотехніки. Може бути рекомендованим також для студентів, які вивчають дисципліну „Теоретичні основи теплотехніки”.

**УДК 621.1.016**

**ББК 31.31**

ISBN **XXXXXXXXXXXXX**

© С.О. Коновалова,  
А.П. Авдеєнко, 2009  
© ДДМА, 2009

# ЗМІСТ

ВСТУП .....	6
1 ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ ТЕРМОДИНАМІКИ .....	9
1.1 Властивості робочих тіл .....	9
1.1.1 Робоче тіло та його параметри .....	9
1.1.2 Рівняння стану ідеального газу .....	13
1.1.3 Суміші ідеальних газів .....	15
1.1.4 Теплоємність ідеального газу .....	17
1.1.5 Питання для самоконтролю .....	21
1.2 Перший закон термодинаміки .....	22
1.2.1 Основні види термодинамічних процесів .....	22
1.2.2 Робота розширення газу .....	23
1.2.3 Внутрішня енергія газу .....	25
1.2.4 Аналітичне вираження першого закону термодинаміки .....	27
1.2.5 Ентальпія .....	28
1.2.6 Ентропія .....	29
1.2.7 Термодинамічні процеси ідеальних газів .....	32
1.2.8 Питання для самоконтролю .....	42
1.3 Другий закон термодинаміки .....	43
1.3.1 Основні положення другого закону термодинаміки .....	43
1.3.2 Кругові термодинамічні процеси .....	45
1.3.3 Цикл Карно .....	47
1.3.4 Математичне вираження другого закону термодинаміки .....	51
1.3.5 Питання для самоконтролю .....	53
1.4 Реальні гази .....	54
1.4.1 Властивості реальних газів .....	54
1.4.2 Водяна пара .....	56
1.4.3 Вологе повітря .....	70
1.4.4 Питання для самоконтролю .....	84
1.5 Термодинаміка потоку .....	84
1.5.1 Основні властивості газів і рідин .....	84
1.5.2 Статика газів .....	88
1.5.3 Динаміка газів .....	90
1.5.4 Витікання парів та газів .....	95
1.5.5 Вибір форми сопла .....	101
1.5.6 Розрахунок процесу витікання за допомогою $h,s$ -діаграми ..	104
1.5.7 Дроселювання парів та газів .....	106
1.5.8 Питання для самоконтролю .....	109
1.6 Приклади рішення задач .....	109
1.7 Завдання для самостійного рішення .....	131
2 ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ .....	136
2.1 Теплопровідність .....	138
2.1.1 Основні поняття і визначення .....	138

2.1.2	Диференціальне рівняння теплопровідності.....	143
2.1.3	Умови однозначності для процесів теплопровідності .....	146
2.1.4	Теплопровідність при стаціонарному режимі .....	150
2.1.4.1	Передача теплоти через плоску стінку.....	150
2.1.4.2	Передача теплоти через циліндричну стінку .....	159
2.1.4.3	Критичний діаметр циліндричної стінки .....	165
2.1.5	Нестаціонарна теплопровідність.....	169
2.1.5.1	Загальні положення.....	169
2.1.5.2	Нагрівання і охолодження плоскої стінки .....	173
2.1.5.3	Нагрівання і охолодження циліндру .....	177
2.1.5.4	Залежність процесу поширення теплоти від форми і розмірів тіла .....	178
2.1.6	Питання для самоконтролю .....	179
2.2	Конвективний теплообмін.....	180
2.2.1	Загальні положення .....	180
2.2.2	Теорія подоби .....	185
2.2.3	Тепловіддача при вільній конвекції.....	192
2.2.4	Тепловіддача при вимушеній конвекції .....	194
2.2.4.1	Тепловіддача при русі теплоносія всередині труби .....	195
2.2.4.2	Тепловіддача при поперечному омиванні труби .....	200
2.2.4.3	Тепловіддача при русі теплоносія вздовж пластини .....	204
2.2.5	Питання для самоконтролю .....	205
2.3	Теплообмін випромінюванням .....	206
2.3.1	Загальні положення .....	206
2.3.2	Основні закони теплового випромінювання.....	209
2.3.3	Теплообмін випромінюванням між тілами .....	214
2.3.4	Випромінювання газів.....	219
2.3.5	Складний теплообмін .....	222
2.3.6	Питання для самоконтролю .....	223
2.4	Приклади рішення задач .....	224
2.5	Завдання для самостійного рішення .....	230
3	ПРИКЛАДНА ТЕПЛОТЕХНІКА.....	233
3.1	Теплообмінні апарати.....	233
3.1.1	Класифікація теплообмінних апаратів .....	233
3.1.2	Вимоги до теплоносіїв.....	236
3.1.3	Основні положення теплового розрахунку теплообмінних апаратів.....	237
3.1.4	Питання для самоконтролю .....	241
3.2	Компресори.....	241
3.2.1	Загальні положення .....	241
3.2.2	Об'ємні компресори .....	242
3.2.3	Лопаткові компресори.....	248
3.2.4	Питання для самоконтролю .....	252
3.3	Термодинамічні цикли .....	252
3.3.1	Цикли паротурбінних установок (ПТУ).....	252

3.3.2	Цикли двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ) .....	256
3.3.3	Цикли газотурбінних установок (ГТУ) .....	265
3.3.4	Питання для самоконтролю .....	270
3.4	Приклади рішення задач .....	271
3.5	Завдання для самостійного рішення .....	275
	СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	277
	ДОДАТОК А .....	278
	ДОДАТОК Б .....	279
	ДОДАТОК В .....	285
	ДОДАТОК Г .....	287
	ДОДАТОК Д .....	289
	ДОДАТОК Е .....	290
	ДОДАТОК Ж .....	291
	ДОДАТОК И .....	292
	ДОДАТОК К .....	293
	ДОДАТОК Л .....	296
	ДОДАТОК М .....	297

## ВСТУП

У металургії і машинобудуванні одним з багатьох видів обладнання є печі-агрегати, в яких виконується теплова обробка різноманітних матеріалів. Якість роботи печей визначає якість готової продукції. Печі являють собою достатньо енергоємне обладнання, яке споживає значну кількість твердого, газоподібного та рідкого палива, а також електроенергії. Процеси переносу теплоти в печах займають одне з центральних місць при їх проектуванні та експлуатації.

Сучасний спеціаліст повинен вмти правильно формулювати и розв'язувати різноманітні прикладні завдання з використанням основних законів термодинаміки і тепломасообміну.

Даний курс лекцій складається з двох частин. Перша частина «Теплотехніка» містить 3 розділи:

- 1) основи технічної термодинаміки;
- 2) теорія теплообміну;
- 3) прикладна термодинаміка.

Термодинаміка вивчає закони перетворення енергії в різних фізико-хімічних процесах, що відбуваються в макроскопічних системах і супроводжуються тепловими ефектами. У залежності від задач дослідження зазначають загальну, хімічну, технічну термодинаміку, термодинаміку біологічних систем і т.ін. Технічна термодинаміка розглядає процеси взаємного перетворення теплоти і роботи. Вона встановлює зв'язок між тепловими, механічними і хімічними процесами, що відбуваються в теплових і холодильних машинах, вивчає процеси, що відбуваються в газах і парах, а також властивості цих тіл при різних фізичних умовах.

Теорія теплообміну розглядає процеси поширення теплоти в твердих, рідких і газоподібних тілах.

Технічна термодинаміка і теорія теплообміну є теоретичним фундаментом прикладної теплотехніки. Вона розглядає різноманітні установки, основою роботи яких являються основні закони технічної термодинаміки і теорії теплообміну.

## Умовні позначання

Безрозмірна координата	$\delta/l$	–
Відносна вологість	$\varphi$	%
Внутрішня енергія	$u$	Дж/кг
Вологовміст	$d$	г/кг
Газова постійна	$R$	Дж/(кг·К)
Гradient температури	$grad\ t$	°С/м
Густина	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>
Густина інтегрального потоку випромінювання	$E$	Вт/м <sup>2</sup>
Густина теплового потоку	$q$	Вт/м <sup>2</sup>
Динамічний коефіцієнт в'язкості	$\mu$	Па·с
Динамічний тиск	$P_\delta$	Па
Довжина	$l$	м
Довжина електромагнітної хвилі	$\lambda$	м
Ентальпія	$h$	Дж/кг
Ентропія	$s$	Дж/(кг·К)
Інтегральний потік випромінювання	$Q$	Вт
Інтенсивність випромінювання	$I$	Вт/м <sup>3</sup>
Кількість теплоти за час $\tau$	$Q_\tau$	Дж
Кількість речовини	$\mu$	моль
Кінематична в'язкість	$\nu$	м/с <sup>2</sup>
Коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла	$C_s$	Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Коефіцієнт випромінювання сірого тіла	$C$	Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Коефіцієнт відбивання теплоти	$D$	–
Коефіцієнт лінійного розширення	$\beta$	1/К
Коефіцієнт поглинання теплоти	$A$	–
Коефіцієнт пропускання теплоти	$R$	–
Коефіцієнт тепловіддачі	$\alpha$	Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)
Коефіцієнт теплового розширення газів	$\beta$	1/К
Коефіцієнт теплопередачі	$k$	Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)
Коефіцієнт теплопередачі (лінійний)	$k_l$	Вт/(м·°С)
Коефіцієнт теплопровідності	$\lambda$	Вт/(м·°С)
Ступінь чорноти	$\varepsilon$	–
Критерій Біо	$Bi$	–

Критерій Фур'є	$ Fo $	–
Маса	$ m $	кг
Об'ємний коефіцієнт корисної дії компресору	$ \eta_{об} $	%
Статичний тиск	$ P_{ст} $	Па
Парціальний тиск	$ P_i $	Па
Питомий об'єм	$ \nu $	м <sup>3</sup> /кг
Площа	$ F $	м <sup>2</sup>
Потужність	$ N $	Вт
Прискорення вільного падіння	$ g $	м/с <sup>2</sup>
Товщина	$ \delta $	м
Середня товщина газового шару	$ \delta_{ef} $	м
Сила	$ N $	Н
Ступінь підвищення тиску у ГТУ, ДВЗ	$ \lambda $	-
Ступінь розширення газів у ГТУ, ДВЗ	$ \rho $	-
Ступінь стиснення газів у ДВЗ	$ \varepsilon $	-
Температура (за шкалою Кельвіна)	$ T $	К
Температура (за шкалою Цельсія)	$ t $	°С
Температурний критерій	$ \theta $	–
Температурний напір	$ \Delta t $	°С
Коефіцієнт теплопроводності	$ a $	м/с <sup>2</sup>
Тепловий потік	$ Q $	Вт
Теплоємність	$ C_v, C_p $	Дж/(кг·К)
Термічний ККД циклу	$ \eta_t $	%
Термічний опір (внутрішній)	$ R_\lambda $	(м·°С)/Вт
Термічний опір (зовнішній)	$ R_\alpha $	(м <sup>2</sup> ·°С)/Вт
Робота стиску (розширення)	$ l $	Дж/кг
Тиск	$ P $	Па
Холодильний коефіцієнт циклу	$ \varepsilon $	-
Час	$ \tau $	с
Число Грасгофа	$ Gr $	–
Число Нуссельта	$ Nu $	–
Число Прандтля	$ Pr $	–
Число Рейнольдса	$ Re $	–
Швидкість	$ \omega $	м/с
Шкідливий простір компресору	$ V_{шк} $	м <sup>3</sup>



# 1 ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ ТЕРМОДИНАМІКИ

## 1.1 Властивості робочих тіл

### 1.1.1 Робоче тіло та його параметри

Технічна термодинаміка, застосовуючи основні закони до процесів взаємного перетворення теплоти і роботи, допомагає розробляти теплові двигуни, досліджувати процеси, що протікають у них і т.п.

Об'єктом дослідження технічної термодинаміки є термодинамічна система, якою можуть бути група тіл, тіло чи частина тіла.

**Термодинамічна система** являє собою сукупність матеріальних тіл, що знаходяться в механічній і тепловій взаємодії один з одним і з оточуючими систему зовнішніми тілами. Усе, що не входить до системи, називається навколишнім середовищем. Термодинамічні системи можуть бути:

- відкриті (є обмін з навколишнім середовищем і речовиною, і енергією);
- закриті (є обмін з навколишнім середовищем тільки енергією);
- ізольовані (без будь-якого обміну з навколишнім середовищем).

Предметом технічної термодинаміки є вивчення процесів взаємного перетворення теплоти і роботи в різних теплових машинах. Ці перетворення здійснюються за допомогою робочого тіла. **Робочим тілом** можуть бути тверді тіла, рідини і гази. Найчастіше використовують гази і пари, тому що вони значно змінюють свій об'єм при зміні температури або тиску.

Фізичний стан робочого тіла визначається деякими величинами, які характеризують даний стан і називаються **термодинамічними параметрами**. Основними термодинамічними параметрами для газів є: **абсолютний тиск, абсолютна температура, питомий об'єм**.

**Тиск** із погляду молекулярно-кінетичної теорії є середній результат ударів молекул газу, що знаходяться в безупинному хаотичному русі, по стінках судини, у якій утримується газ. Тиск вимірюється силою, яка рівномірно діє на одиницю поверхні, і являє собою відношення нормальної складової сили до поверхні, на котру сила діє

$$P = N/F, \quad (1.1)$$

де  $N$  – сила, Н;

$F$  – площа поверхні, м<sup>2</sup>.

У Міжнародній системі одиниць СІ тиск вимірюється у паскалях: 1 Па = 1 Н/м<sup>2</sup>. Оскільки тиск в 1 паскаль є величина малою (1 ат = 98066,5 Па), зручніше використовувати більш великі значення тиску:

$$1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}; 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}; 1 \text{ ГПа} = 10^9 \text{ Па}.$$

На практиці часто використовують позасистемні одиниці:

$$1 \text{ кгс/м}^2 = 1 \text{ мм.вод.ст.} = 9,8066 \text{ Па} \approx 10 \text{ Па}; \quad 1 \text{ мм.рт.ст.} = 133,3 \text{ Па};$$

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм.рт.ст.} = 101325 \text{ Па}; \quad 1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па};$$

Розрізняють тиск: **атмосферний**, **надлишковий**, **розрядження** (вакуум). Атмосферний тиск  $P_{атм}$  – це тиск навколишнього середовища, якій вимірюють **барометрами**. Надлишковий тиск  $P_{над}$  – різниця між тиском навколишнього середовища і тиском рідини чи газу за умовою, що він перевищує атмосферний тиск. Вимірюють надлишковий тиск **манометрами**. Вакуум (розрядження)  $P_{вак}$  – різниця між тиском навколишнього середовища і тиском рідини чи газу у даному об'ємі за умовою, що він менше атмосферного тиску. Вимірюють розрядження **вакуумметрами**.

Тиск газу можна також вимірювати за допомогою висоти стовпчика рідини, яка стикається з даним газом, тобто за допомогою U-подібного манометра. Середовище з тиском газу  $P_a$  з'єднується за допомогою металевої чи гумової трубки з одним коліном U-подібного манометра. Друге коліно манометра з'єднується з атмосферою, що має барометричний тиск  $P_b$  (рис. 1.1).

У залежності від того, в якому коліні манометра ми маємо більш високий стовпчик рідини, ми отримуємо надлишковий тиск чи розрядження. Різниця висот рідини  $h$  в обох колінах дорівнює тиску середовища. У випадку надлишкового тиску висота рідини з боку атмосфери буде більше (рис 1.1). При цьому

$$P_{над} = h \rho g, \quad (1.2)$$

де  $\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

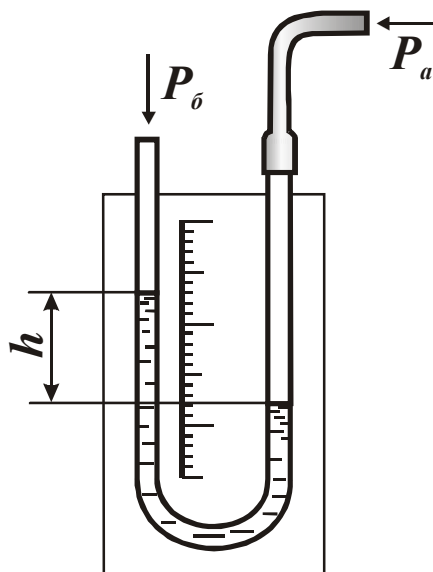


Рисунок 1.1 – Вимірювання тиску U-подібним манометром

Як робочу рідину найчастіше використовують воду чи спирт. З рівняння (1.2) можна побачити, що при використанні води, для якої густина дорівнює  $1000 \text{ кг/м}^3$ , висота стовпчика води  $h$  U-подібного манометра в міліметрах дорівнює тиску  $P_{над}$  в міліметрах водного стовпа. Якщо це значення помножити на  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ , то ми отримаємо значення тиску  $P_{над}$  в паскалях.

Точність виміру тиску U-подібним манометром при правильному відліку рівнів рідини в трубках є досить високою. У зв'язку з тим, що рідина при підвищенні температури розширюється, висота стовпчика рідини, відповідна даному тиску, теж збільшується. Це слід враховувати при переводі в паскалі показань ртутних барометрів. Звичайно показання барометрів зводять до  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  за формулою

$$P_{0^\circ\text{C}} = P_{t^\circ\text{C}} (1 - \beta t), \quad (1.3)$$

де  $P_{0^\circ\text{C}}$  – барометричний тиск при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , мм.рт.ст;

$P_{t^\circ\text{C}}$  – барометричний тиск при температурі  $t \text{ }^\circ\text{C}$ , мм.рт.ст;

$\beta$  – температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини (для ртуті  $\beta = 0,000172$ ).

Термодинамічним параметром стану робочого тіла є тільки **абсолютний тиск**  $P_{абс}$ , тобто тиск, якій вимірюється від абсолютного нуля

тиску. Це пов'язано з тим, що атмосферний тиск постійно змінюється, отже, змінюється величина вакууму чи надлишкового тиску. При визначенні абсолютного тиску у будь-якої судині розрізняють два випадки:

- тиск у судині більше атмосферного:

$$P_{абс} = P_{атм} + P_{над} ; \quad (1.4)$$

- тиск у судині менше атмосферного:

$$P_{абс} = P_{атм} - P_{вак} . \quad (1.5)$$

Дуже наочно можна подати випадки виміру тиску, якщо відкласти значення абсолютного тиску у виді відрізків від лінії, прийнятої за нуль тиску (рис. 1.2).

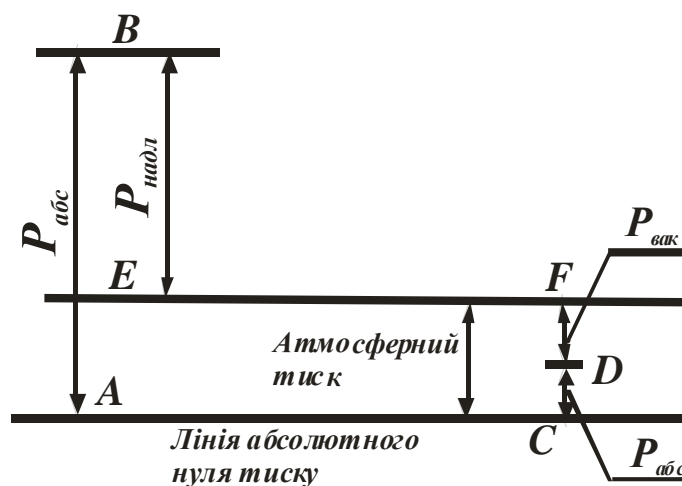


Рисунок 1.2 – Графічне зображення абсолютного тиску та його складових

Відрізки АВ і CD відповідають тиску в судині, який виміряли від нуля тисків, тобто абсолютному тиску: перший – для випадку надлишкового тиску, другий – для випадку вакууму. Відрізок EB відповідає перевищенню тиску газу над тиском атмосфери – це надлишковий тиск; відрізок FD відповідає вакууму, тобто розрідженню.

**Температура** з якісної сторони характеризує ступінь нагріву тіла, з кількісної сторони температура є мірою інтенсивності теплового руху молекул. У термодинаміці найчастіше використовують абсолютну температуру. У системі СІ одиницею виміру абсолютної температури  $T$  є кельвін (К). Абсолютна температура завжди позитивна. При температурі абсолютного нуля припиняється тепловий рух молекул. Це гранична мінімальна температура і є початком для відліку абсолютних температур.

Для виміру температури використовують різні властивості тіл:

розширення тіл від нагрівання (рідинні термометри), зміна об'єму при постійному тиску чи зміна тиску при постійному об'ємі (у газових термометрах), зміна електричного опору провідника при нагріванні (термометри опору), зміна електрорушійної сили в ланцюзі термопар при зміні температури спаю, закони випромінювання твердих тіл (в оптичних пірометрах).

У термодинаміці крім шкали Кельвіна використовується також шкала Цельсія, у якій точкою відліку є потрійна точка води (точка, де рідка, пароподібна і тверда фази води знаходяться в рівновазі). Між температурою в кельвінах ( $T$ ) і температурою у градусах Цельсія ( $t$ ) – існує наступне співвідношення

$$T = t + 273,15. \quad (1.6)$$

Градус абсолютної шкали Кельвіна чисельно дорівнює градусу шкали Цельсія.

**Питомий об'єм** ( $v$ ) – це об'єм одиниці маси речовини,  $\text{м}^3/\text{кг}$ , або величина, зворотна густині речовини:

$$v = V/m = 1/\rho, \quad (1.7)$$

де  $V$  – повний об'єм речовини,  $\text{м}^3$ ;

$m$  – маса речовини,  $\text{кг}$ ;

$\rho$  – густина речовини,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Для порівняння питомих об'ємів різних газів їх приводять до однакових, так званих **нормальних умов**, а саме, до тиску, який дорівнює одній фізичній атмосфері (760 мм.рт.ст) при температурі  $0^\circ\text{C}$ .

### **1.1.2 Рівняння стану ідеального газу**

У технічній термодинаміці широко застосовують поняття про ідеальний газ. Під **ідеальним газом** розуміють газ, в якого відсутні сили взаємодії між молекулами, а молекули не мають об'єму, тобто являють собою матеріальні точки. Реально такого газу не існує, але введення поняття «ідеальний газ» дозволило скласти прості математичні залежності між величинами, що характеризують стан тіла, і на основі законів для ідеальних газів створити струнку теорію термодинамічних процесів.

Усі реальні гази при високих температурах і малих тисках майже цілком підходять під поняття «ідеальний газ» і практично за властивостями не відрізняються від нього. Стан ідеального газу – це граничний стан реального газу, коли тиск наближається до нуля.

Параметри ідеального газу зв'язані між собою **рівнянням Клапейрона**

$$P v = R T. \quad (1.8)$$

Для довільної маси газу  $m$  рівняння має наступний вид

$$P V = m R T, \quad (1.9)$$

де  $V$  – повний об'єм, м<sup>3</sup>;

$R$  – газова стала, Дж/(кг К).

Виразимо газову сталу з рівняння Клапейрона (1.8):

$$R = P v / T \quad (1.10)$$

Таким чином, газову сталу можна розрахувати для кожного газу за параметрами його стану. Слід зазначити, що відношення  $Pv/T$ , а відповідно, й газова стала  $R$  є величиною постійною, вона не залежить від стану або параметрів газу, а тільки від його властивостей, тобто від його хімічного складу і структури. Газова стала чисельно дорівнює роботі, що виконує 1 кг газу, якщо підвищити його температуру на 1 °С. Значення газової сталої  $R$  для різних газів наводяться у довідниках. Газові сталі для деяких газів наведено в додатку А.

Рівняння (1.9) для 1 кмоля газу називається **рівнянням Менделєєва-Клапейрона**

$$P V_{\mu} = \mu R T, \quad (1.11)$$

де  $V_{\mu}$  – об'єм 1 кмоля газу, м<sup>3</sup>/кмоль;

$\mu$  – маса 1 кмоля (мольна маса), виражена в кілограмах, чисельно дорівнює атомній масі, кг/кмоль.

Згідно із **законом Авогадро** при однакових температурі і тиску в рівних об'ємах газу міститься одна й та сама кількість молекул, або 1 моль будь-якого газу при нормальних умовах займає той самий об'єм. Тому мольний об'єм ідеального газу за нормальних умов дорівнює

$$V_{\mu} = 22,4 \text{ л/моль} = 22,4 \text{ м}^3/\text{кмоль}. \quad (1.12)$$

Згідно з рівнянням (1.11) при нормальних умовах

$$\mu R = PV_{\mu}/T = 101325 \cdot 22,4 / 273 = 8314 \text{ Дж/(кмоль К)}.$$

Добуток  $\mu R$  є величина постійна для всіх газів при нормальних фізичних умовах. Її називають **універсальною газовою сталою** [ $R = 8314 \text{ Дж/(кмоль К)}$ ], вона не залежить від хімічного складу газу, але на відміну від газової сталої залежить від параметрів газу. При підстановці отриманої величини в рівняння (1.11) одержимо друге формулювання рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$PV_{\mu} = 8314 T. \quad (1.13)$$

### 1.1.3 Суміші ідеальних газів

На виробництві рідко використовують окремі газу, частіше використовують суміші газів. Суміші ідеальних газів характеризуються тим, що в них кожен газ поводить незалежно від інших газів. Це підтверджується **законом Дальтона** – загальний тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків цих газів

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_i, \quad (1.14)$$

**Парціальний тиск  $P_i$**  окремого газу газової суміші – це такий тиск, який мав би цей газ, знаходячись один у тій же кількості, у тому ж об'ємі і при тій же температурі, що й у суміші.

Для характеристики суміші газів використовують масові й об'ємні частки.

**Масова частка** – відношення маси даного газу  $m_i$  до загальної маси суміші  $m$ :

$$g_i = m_i / m. \quad (1.15)$$

**Об'ємна частка** – відношення об'єму окремо взятого газу  $V_i$ , що входить до складу суміші, до загального об'єму суміші  $V$ :

$$r_i = V_i / V. \quad (1.16)$$

Сума усіх об'ємних або масових часток дорівнює одиниці:

$$\Sigma g_i = 1, \quad \Sigma r_i = 1. \quad (1.17)$$

Залежності між масовими й об'ємними частками, отримані на основі закону Авогадро і рівняння Менделєєва-Клапейрона (1.11), мають наступний вигляд:

$$g_i = r_i R_{\text{сум}} / R_i; \quad g_i = r_i \mu_i / \mu_{\text{сум}}, \quad r_i = g_i R_i / R_{\text{сум}}, \quad (1.18)$$

де  $\mu_{\text{сум}}$  – молярна маса суміші газів, кг/кмоль;

$\mu_i$  – молярна маса окремого газу, кг/кмоль.

**Молярна маса суміші газів** дорівнює алгебраїчній сумі добутків об'ємних часток окремих газів  $r_i$ , що входять до суміші, на їх молекулярні маси  $\mu_i$ :

$$\mu_{\text{сум}} = \Sigma (r_i \mu_i) = 8314 / \Sigma (g_i R_i) = 1 / \Sigma (g_i / \mu_i). \quad (1.19)$$

**Густина суміші газів** визначається за наступним рівнянням

$$\rho_{\text{сум}} = \Sigma (r_i \rho_i) = 1 / \Sigma (g_i / \rho_i), \quad (1.20)$$

де  $\rho_{\text{сум}}$  – густина суміші газів, кг/м<sup>3</sup>;

$\rho_i$  – густина окремого газу, кг/м<sup>3</sup>.

Парціальний тиск кожного газу, що складає суміш, можна визначити, знаючи об'ємну частку газу  $r_i$ :

$$P_i = r_i P. \quad (1.21)$$

Установлено, що суміші ідеальних газів цілком підкоряються законам ідеальних газів. Їх стан характеризується рівнянням Клапейрона (1.9)

$$P V_{\text{сум}} = m R_{\text{сум}} T, \quad (1.22)$$

де  $R_{\text{сум}}$  – газова стала суміші ідеальних газів, Дж/(кг К).

Для визначення значення  $R_{\text{сум}}$  запишемо рівняння Клапейрона для  $i$ -го газу:

$$P_i V_i = m_i R_i T. \quad (1.23)$$



Виразимо масу кожного газу через масову частку газу  $g_i$  і загальну масу  $m$  ( $m_i = m g_i$ ) і підставимо до рівняння (1.23):

$$P_i V_i = m g_i R_i T. \quad (1.24)$$

Після додавання рівняння (1.24) для всіх компонентів суміші одержимо:

$$(\sum P_i) V_{\text{сум}} = m T \sum (g_i R_i) \quad \text{чи} \quad P V_{\text{сум}} = m T \sum (g_i R_i). \quad (1.25)$$

При порівнянні рівнянь (1.22) і (1.25) одержимо рівняння для визначення газової сталої суміші:

$$R_{\text{сум}} = \sum (g_i R_i) = 1 / \sum (r_i / R_i) = 8314 / \sum (r_i \mu_i). \quad (1.26)$$

**Газова стала суміші** дорівнює алгебраїчній сумі добутків масових часток газів, що складають суміш, на їх газові сталі.

Газову сталу суміші можна визначити й через універсальну газову сталу:

$$R_{\text{сум}} = 8314 / \mu_{\text{сум}}; \quad R_{\text{сум}} = 8314 \sum (g_i / \mu_i), \quad (1.27)$$

де  $\mu_{\text{сум}}$  – молярна маса суміші газів, кг/кмоль;

$\mu_i$  – молярна маса окремого газу, кг/кмоль.

#### 1.1.4 Теплоємність ідеального газу

Питома теплоємність – це кількість теплоти, необхідна для нагрівання якої-небудь кількісної одиниці речовини в даному процесі на один градус. У залежності від одиниці виміру, до якої відносять теплоємність, розрізняють:

- **масову теплоємність** –  $C$ , Дж/(кг К);
- **об'ємну теплоємність** –  $C'$ , Дж/(м<sup>3</sup> К);
- **мольну теплоємність** –  $C_\mu$ , Дж/(кмоль К).

Іноді теплоємність вимірюють у ккал/(кг·°С), ккал/(м<sup>3</sup>·°С), ккал/(кмоль·°С). При цьому 1 кал = 4,1868 Дж  $\approx$  4,19 Дж.

Слід відзначити, що так як 1 м<sup>3</sup> в залежності від параметрів стану газу може містити різну кількість речовини, при визначенні об'ємної теплоємності газу 1 м<sup>3</sup> прийнято відносити до нормальних умов.

Між різними видами теплоємностей існує наступна залежність:

$$C' = C_{\mu} / 22.4 ; \quad C = C_{\mu} / \mu ; \quad C = C' / \rho_n, \quad (1.28)$$

де  $\rho_n$  – густина газу за нормальних умов.

Теплоємність газів залежить від умов проведення процесу підводу або відводу теплоти. Найбільший інтерес мають 2 процеси:

- 1) при постійному об'ємі,
- 2) при постійному тиску.

Відповідно, розрізняють теплоємності:

- 1) **теплоємність при постійному об'ємі** –  $C_v, C'_v, C_{\mu v}$ ;
- 2) **теплоємність при постійному тиску** –  $C_p, C'_p, C_{\mu p}$ .

Теплоємності при постійному тиску і постійному об'ємі зв'язані між собою наступними співвідношеннями:

$$C_p = C_v + R ; \quad C_p / C_v = k , \quad (1.29)$$

де  $R$  – газова стала, Дж / (кг К);

$k$  – показник адіабати.

Для реальних газів показник адіабати  $k$  є величиною перемінною і залежить від температури і розраховується за рівнянням (1.29).

Для ідеальних газів можна вважати, що показник адіабати  $k$  залежить лише від кількості атомів у молекулі газу. Якщо прийняти, що теплоємності  $C_p$  та  $C_v$  є постійними і не залежать від температури, то показник адіабати  $k$  ідеального газу дорівнює

- 1) для одноатомних газів  $k = 1,67$ ;
- 2) для двоатомних газів  $k = 1,4$ ;
- 3) для три- і багатоатомних  $k = 1,33$ .

Аналіз рівнянь (1.29) показує, що під час нагрівання газу при  $P=const$  витрачається тепла більше, ніж при  $V=const$ , тому що при постійному тиску частина теплоти використовується на здійснення роботи, яка обумовлена розширенням газу.

Теоретичні розробки та експериментальні дослідження показали, що теплоємність ідеальних газів *не залежить від тиску*, а *залежить лише від температури*. При виконанні точних розрахунків цю залежність необхідно враховувати. Її можна виразити за допомогою рівняння

$$C = a + bt + dt^2 + kt^3 + \dots, \quad (1.30)$$

де  $a, b, d, k \dots$  – сталі для кожного газу величини, які визначаються на основі експериментальних або теоретичних даних.

На рисунку 1.3, а наведено графік залежності теплоємності від температури  $c=f(t)$  в загальному виді.

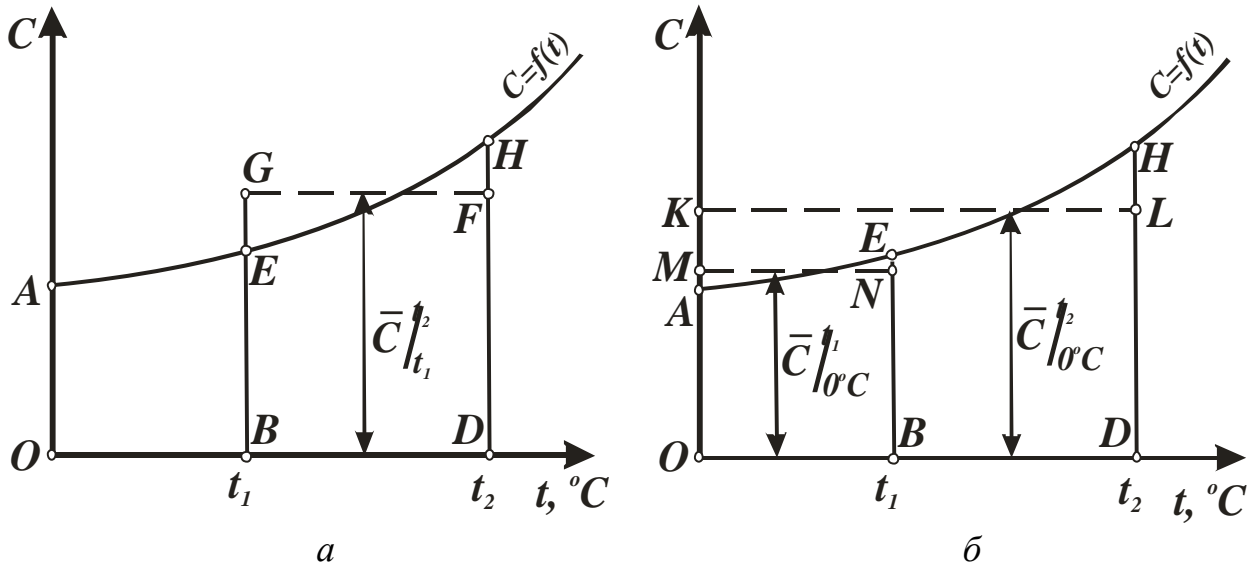


Рисунок 1.3 – Залежність істинної теплоємності від температури

Якщо при температурі  $t$  підвести до 1 кг газу нескінченно малу кількість теплоти  $dq$ , температура газу зміниться також на нескінченно малу величину  $dt$ , тоді відношення  $dq$  до  $dt$  і є **істинна теплоємність** газу при температурі  $t$ . Тобто істинна теплоємність дорівнює

$$C = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta q / \Delta t) = dq / dt = dq / dT. \quad (1.31)$$

Кількість теплоти  $q$ , яка підведена до 1 кг газу при нагріванні його від початкової температури  $t_1$  до кінцевої температури  $t_2$ , визначають як

$$q = \int_{t_1}^{t_2} C dt. \quad (1.32)$$

Цей інтеграл графічно вимірюється площею під кривою функції  $C=f(t)$  (рис. 1.3, а), тобто площею фігури **BEHD**. Якщо площу цієї фігури замінити рівною їй площею прямокутника **BGFD**, який побудовано на тій же основі **BD**, то висота цього прямокутника **BE** буде відповідати **середній**

теплоємності в інтервалі температур від  $t_1$  до  $t_2$ . Таким чином, теплоту процесу нагрівання газу від температури  $t_1$  до температури  $t_2$  можна розрахувати за рівнянням

$$q_{1-2} = (t_2 - t_1) \overline{C} \Big|_{t_1}^{t_2}, \quad (1.33)$$

де  $\overline{C} \Big|_{t_1}^{t_2}$  – середня теплоємність в інтервалі температур від  $t_1$  до  $t_2$ .

Враховуючи рівняння (1.33) та рисунок 1.3, а середню теплоємність можна визначити за рівнянням

$$\overline{C} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1}, \quad (1.34)$$

Величина середньої теплоємності залежить від значень температур  $t_1$  і  $t_2$ . Наводити значення теплоємності для кожного вільного інтервалу температур дуже незручно. Тому на практиці площу  $BEHD$ , яка графічно відповідає кількості теплоти  $q$  при нагріванні газу від температури  $t_1$  до температури  $t_2$ , визначають як різницю площ  $OAND$  і  $OAEB$  (рис.1.3, б). Площа  $OAND$  відповідає кількості теплоти, яка необхідна для нагрівання газу від температури  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  до температури  $t_2$ , а площа  $OAEB$  – кількості теплоти, яка необхідна для нагрівання газу від температури  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  до температури  $t_1$ . Кожна з цих площ у свою чергу може бути подана у вигляді рівних за площею прямокутників  $OKLD$  і  $OMNB$ , висоти яких відповідають середнім значенням теплоємностей в даному інтервалі температур: для площі  $OKLD$  – від  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $t_2$  ( $\overline{C} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{t_2}$ ), для площі  $OMNB$  – від  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $t_1$  ( $\overline{C} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{t_1}$ ). За допомогою цих значень теплоємностей можна знайти значення середньої теплоємності в інтервалі температур від  $t_1$  до  $t_2$  за формулою

$$\overline{C} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{\overline{C} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{t_2} t_2 - \overline{C} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}. \quad (1.35)$$

Значення середніх теплоємностей в інтервалі від  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  до температури  $t$  наводять у таблицях у довідниках (додаток Б). Побудовані

за значеннями середніх теплоємностей криві відображають *нелінійний характер залежності теплоємності від температури*.

Для багатьох теплотехнічних розрахунків можна прийняти, що залежність теплоємності від температури має *лінійний характер*, і її можна розрахувати за рівнянням

$$\bar{C} = a + b t, \quad (1.36)$$

де  $a, b$ , – коефіцієнти, що залежать від природи газу, визначаються експериментально і наводяться в довідкових таблицях (додаток **B**);

$t$  – середня температура процесу,  $t = (t_1+t_2)/2$ .

Після інтегрування рівняння (1.32) можна визначити кількість теплоти, необхідної на нагрівання тіла, через середню теплоємність:

$$Q = m \bar{C} (t_2 - t_1). \quad (1.37)$$

При виконанні приблизних розрахунків, особливо в невеликому інтервалі температур залежність теплоємності від температури не враховують і вважають, що  $C = \text{const}$ . Значення теплоємності при цьому приблизно можна розрахувати за формулами:

$$C_v = R / (k - 1); \quad C_p = k R / (k - 1), \quad (1.38)$$

Масову  $C_{\text{сум}}$  і об'ємну  $C'_{\text{сум}}$  теплоємності газових сумішей визначають за формулами:

$$C_{\text{сум}} = \Sigma (C_i g_i); \quad C'_{\text{сум}} = \Sigma (C'_i r_i), \quad (1.39)$$

де  $C_i$  – масова теплоємність окремого газу, Дж / (кг К);

$g_i$  – масові частки окремих газів, що складають суміш;

$C'_i$  – об'ємна теплоємність окремого газу, Дж / (м<sup>3</sup> К);

$r_i$  – об'ємні частки окремих газів, що складають суміш.

### 1.1.5 Питання для самоконтролю

1 Які величини називають основними термодинамічними параметрами стану ідеального газу, які вони мають розмірності?

2 З якою метою введене поняття «ідеальний газ»?

- 3 Які види тисків ви знаєте і який з них використовується як термодинамічний параметр?
- 4 Яке співвідношення називається рівнянням стану ідеального газу?
- 5 Що називається газовою сталою? Одиниця її виміру в системі СІ. Чим вона відрізняється від універсальної газової сталої?
- 6 Як зв'язані між собою універсальна газова стала і газова стала конкретного газу?
- 7 У чому полягає фізична суть газової сталої?
- 8 Охарактеризуйте особливості сумішей ідеальних газів і їх основні характеристики.
- 9 Що являють собою масова, об'ємна і мольна теплоємності. Які одиниці їх виміру в системі СІ. Який зв'язок між указаними теплоємностями?
- 10 У чому причина різноманіття видів теплоємностей? Які фактори впливають на величину теплоємності?

## 1.2 Перший закон термодинаміки

### 1.2.1 Основні види термодинамічних процесів

Сукупність змін стану термодинамічної системи при переході з одного стану в інший під впливом навколишнього середовища називають **термодинамічним процесом**.

Стан газу, при якому кожен з його параметрів по всій масі має однаково значення, називається **рівноважним станом**.

Термодинамічні процеси можуть бути рівноважними і нерівноважними.

**Рівноважний процес** – це процес, що проходить через рівноважні стани, тобто коли параметри газу (питомий об'єм, тиск і температура) однакові у всіх точках об'єму. Рівноважні процеси протікають нескінченно повільно і складаються з нескінченно великої кількості рівноважних станів, причому в будь-який момент часу між робочим тілом і навколишнім середовищем встановлюється рівновага, тобто між навколишнім середовищем і робочим тілом різниці температури і тиску є нескінченно малими. Рівноважні процеси для будь-якого моменту часу мають фіксовані значення основних параметрів, тому їх можна зображати графічно за допомогою діаграм (*PV*, *TS*-діаграми).

Реальні процеси нерівноважні. Нерівноваженість реальних процесів визначається, насамперед, тим, що під впливом зовнішніх умов вони протікають з кінцевими швидкостями і у робочому тілі не встигає встановлюватися рівноважний стан (параметри стану по всій масі газу є неоднаковими).

Термодинаміка в першу чергу розглядає рівноважні стани і рівноважні процеси зміни стану газу. Рівноважні процеси мають властивість оборотності, яке полягає в тому, що вони можуть бути пройдені у зворотному напрямку через усі стани прямого процесу.

**Оборотні процеси** – це процеси, які протікають як у прямому, так і в зворотному напрямку через одні й тіж самі рівноважні стани. При цьому по їх закінченні ні в самій системі, ні в навколишньому середовищі не залишається ніяких змін.

Основними умовами оборотності процесів є:

- умова зовнішньої оборотності – наявність температурної і механічної рівноваги, тобто рівність температур і тисків робочого тіла і навколишнього середовища;

- умова внутрішньої оборотності – відсутність тертя, дифузії і інших односторонньо спрямованих процесів.

У теплових двигунах і апаратах процеси протікають при кінцевій різниці температур між джерелом і робочим тілом, тому такі процеси є необоротними. Усі реальні процеси в земних умовах є необоротними.

Усі аналітичні залежності у термодинаміці, які характеризують процеси зміни стану, відносяться до оборотних процесів. Перехід від оборотних процесів до реальних, необоротних, здійснюється шляхом введення емпіричних коефіцієнтів, які враховують відхилення реальних процесів від оборотних.

### ***1.2.2 Робота розширення газу***

**Робота** є кількісною мірою передачі енергії одного тіла іншому шляхом механічного (розширення, стиск) чи теплового (охолодження, нагрів) впливу. У технічній термодинаміці велике значення має робота, яку виконує система при зміні об'єму.

Припустимо, що робоче тіло вагою 1 кг і об'ємом  $\nu$  м<sup>3</sup>/кг знаходиться у рівноважному стані під тиском  $P$  з боку зовнішнього середовища (рис.1.4).

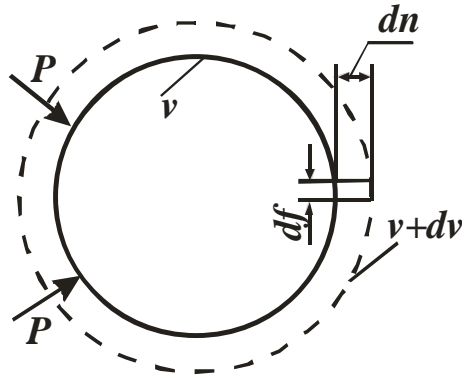


Рисунок 1.4 – Визначення роботи розширення

Надалі припустимо, що цьому тілу надається нескінченно мала кількість теплоти  $dq$ , що призводить до розширення тіла до об'єму  $v=v+dv$ . При цьому елементи поверхні  $df$  переміщуються у нормальних напрямках на величину  $dn$ . Елементарна робота  $dl$ , яку виконує тіло при цьому, буде дорівнювати сумі добутків прикладених сил  $Pdf$  (з рівняння (1.1)  $dN=Pdf$ ) на нормальне переміщення  $dn$  усіх площадок, на які вказані сили діють:

$$dl = \int_f Pdf \cdot dn = P \int_f df \cdot dn. \quad (1.40)$$

Добуток  $df \cdot dn$  визначає малий об'єм, який описує елементарна площадка  $df$ , індекс інтеграла означає інтегрування за всією поверхнею тіла. У такому разі інтеграл  $\int_f df \cdot dn$  дорівнює нескінченно малому прирощенню об'єма тіла  $dv$ , тоді

$$dl = Pdv, \quad (1.41)$$

$$l_{1-2} = \int_1^2 dl = \int_{v_1}^{v_2} Pdv. \quad (1.42)$$

Для довільної маси  $m$  кг газу

$$L_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} PdV = \int_{v_1}^{v_2} Pd(vm) = m \int_{v_1}^{v_2} Pdv = ml. \quad (1.43)$$



Обчислення інтегралу можливо лише тоді, коли визначений функціональний зв'язок між тиском і об'ємом. Тобто **робота газу залежить від усіх проміжних станів системи або від характеру процесу.**

З рівняння (1.42) ми бачимо, що при розширенні газу ( $dv > 0$ ) робота є позитивною, а при стисненні ( $dv < 0$ ) – негативною.

Одиницею виміру роботи  $L$  є джоулі (Дж), питомої роботи  $l$  – джоулі на кілограм (Дж/кг).

На рисунку 1.5 показано зв'язок між тиском  $P$  і питомим об'ємом  $v$  для деякого процесу 1–2.

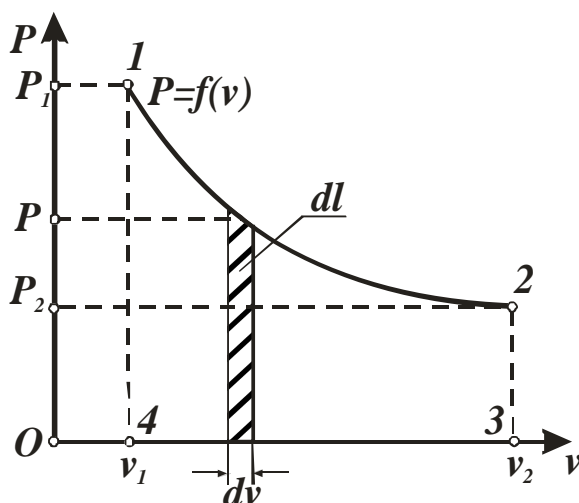


Рисунок 1.5 –  $Pv$ -Діаграма

Елементарна робота  $dl = Pdv$  зображена на діаграмі заштрихованою площадкою, а вся робота  $l_{1-2}$  дорівнює площі 1-2-3-4. На основі усього наведеного вище можна зробити наступні висновки:

- 1) на  $Pv$ -діаграмі робота, яку зробив газ, визначається як площа, що знаходиться нижче лінії процесу (лінія 1–2) і обмежена ординатами питомих об'ємів  $v_1$  і  $v_2$ ;
- 2) робота газу залежить від характеру процесу, який визначається залежністю  $P=f(v)$ .

### 1.2.3 Внутрішня енергія газу

У загальному випадку внутрішньою енергією називається сукупність усіх видів енергій, які входять до тіла чи системи тіл. Цю енергію можна подати як суму окремих видів енергій:

- кінетичної енергії поступального, обертального і коливального руху часток;
- потенційної енергії взаємодії молекул чи атомів;
- енергії взаємодії між ядрами атомів й електронами;
- внутрішньоядерної енергії.

У технічній термодинаміці розглядаються тільки такі процеси, у яких змінюються кінетична і потенційна складові внутрішньої енергії, тобто 2 перших види із перелічених вище. При цьому знання абсолютних значень внутрішньої енергії не потрібно. Дві останні складові внутрішньої енергії у більшості теплоенергетичних процесів залишаються незмінними.

**Внутрішньою енергією ідеальних газів** називають тільки кінетичну енергію руху молекул і енергію коливальних рухів атомів у молекулі, тому що в ідеальних газів взаємодія між його частками відсутня. Тобто **внутрішня енергія ідеального газу не залежить від об'єму газу чи його тиску**, а визначається тільки його **температурою**.

Для реальних газів крім кінетичної енергії руху **внутрішня енергія** додатково включає потенційну енергію взаємодії молекул, значення якої залежить від середньої відстані між молекулами, отже, від займаного газом об'єму. Тому внутрішня енергія реальних газів залежить від температури і об'єму.

Таким чином, **внутрішня енергія залежить тільки від основних параметрів газу**, тому є 4-м параметром стану газу. Тобто внутрішня енергія  $U$  є функцією стану газу, а різниця внутрішніх енергій для двох будь-яких станів робочого тіла чи системи тіл не буде залежить від шляху переходу від першого стану до другого.

Одиницею виміру внутрішньої енергії  $U$  є джоуль (Дж), питомої внутрішньої енергії  $u$  – джоуль на кілограм (Дж/кг).

У термодинаміці визначають не абсолютне значення внутрішньої енергії, а її зміну:

$$\Delta u = u_2 - u_1, \quad (1.44)$$

де  $u_1$  – внутрішня енергія в початковому стані, Дж/кг;

$u_2$  – внутрішня енергія в кінцевому стані, Дж/кг.

Для газів за умовний нуль внутрішньої енергії звичайно приймають  $u_0=0$  при  $0^\circ\text{C}$  і тиску  $P=1$  атм, для парів – стан рідини при тих же умовах.

Залежність внутрішньої енергії ідеальних газів тільки від

температури дозволяє вивести загальне рівняння для розрахунку зміни внутрішньої енергії в термодинамічних процесах.

З курсу фізики відомо, що кількість теплоти визначається добутком теплоємності на різницю температур. Для процесу при постійному об'ємі використовується теплоємність  $C_v$ . Тоді елементарна кількість теплоти у процесі при  $v=\text{const}$  визначається за формулою

$$dq_v = C_v dT. \quad (1.45)$$

Так як об'єм в даному процесі не змінюється, тобто  $dl=0$ , то  $dq_v=du$ . Звідси

$$du = C_v dT. \quad (1.46)$$

Для кінцевого процесу

$$\Delta u = \bar{C}_v (T_2 - T_1). \quad (1.47)$$

Для довільної маси  $m$  кг газу рівняння (1.47) набуває виду

$$\Delta U = m \bar{C}_v (T_2 - T_1). \quad (1.48)$$

Рівняння (1.47), (1.48) є загальними для визначення зміни внутрішньої енергії ідеального газу для всіх термодинамічних процесів.

#### ***1.2.4 Аналітичне вираження першого закону термодинаміки***

Перший закон термодинаміки являє собою окремий випадок загального закону збереження і перетворення енергії. Уперше закон збереження і перетворення енергії в чіткій формі був встановлений М.В. Ломоносовим. Суть цього закону полягає в тому, що енергія не виникає і не зникає, різні форми енергії можуть перетворюватися одна на одну у строго еквівалентних співвідношеннях.

Розглянемо деяке робоче тіло (газ) з об'ємом  $V$  і масою  $m$ , що має температуру  $T$  і тиск  $P$ . До газу ззовні підводиться певна кількість теплоти  $Q$ . У результаті підведення теплоти газ буде нагріватися і розширюватися. З енергетичної точки зору підвищення температури тіла свідчить про збільшення внутрішньої енергії. Оскільки робоче тіло оточене

середовищем, котре робить на нього тиск, то при своєму розширенні воно робить корисну роботу проти його зовнішнього тиску. Так як ніяких інших змін у системі не відбувається, то за законом збереження енергії можна записати, що

$$dQ = dU + dL. \quad (1.49)$$

Якщо маса газу дорівнює 1кг, то отримуємо:

$$dq = du + dl = du + Pdv. \quad (1.50)$$

Таким чином, перший закон термодинаміки можна сформулювати наступним чином: **теплота, що надається системі, йде на збільшення її внутрішньої енергії і на здійснення корисної роботи.**

Рівняння (1.49), (1.50) є математичним вираженням **першого закону термодинаміки.**

Слід зазначити, що  $du$  є повним диференціалом, так як  $u$  – функція стану, але  $dl = Pdv$ , а відповідно, й  $dq$  не є повним диференціалом, тому що робота газу не є функцією стану газу, а залежить від шляху процесу. Тому рівняння (1.50) відноситься тільки до нескінченно малої зміни стану. Для кінцевого процесу воно набуває виду

$$q = \Delta u + l. \quad (1.51)$$

Для довільної маси  $m$

$$Q = \Delta U + L. \quad (1.52)$$

### 1.2.5 Ентальпія

З метою спрощення термодинамічних розрахунків рівняння першого закону термодинаміки може бути виражено через однозначну функцію стану, яку називають **ентальпією** або **тепловмістом**.

До рівняння (1.50) додамо і віднімемо величину  $vdP$ :

$$dq = du + Pdv + vdP - vdP = du + d(Pv) - vdP = d(u + Pv) - vdP. \quad (1.53)$$

Позначимо величину  $u + pv$  буквою  $h$  (ентальпія) і одержимо:

$$dq = dh - v dP, \quad (1.54)$$

або

$$q = (h_2 - h_1) - \int_{P_1}^{P_2} v dP = \Delta h + \int_{P_2}^{P_1} v dP. \quad (1.55)$$

Величину  $Pv$ , що входить до складу ентальпії, називають потенційною енергією тиску. Відповідно до рівняння (1.54) ентальпія є функцією основних параметрів газу ( $u$ ,  $P$ ,  $v$ ) і прийнята за **5-й основний параметр** стану робочого тіла.

Таким чином, **ентальпія являє собою повну енергію термодинамічної системи, яка дорівнює сумі внутрішньої енергії системи і потенціальної енергії тиску, яка обумовлена тим, що газ знаходиться під тиском.**

Одиницею виміру ентальпії  $H$  є джоуль (Дж), питомої ентальпії  $h$  – джоуль на кілограм (Дж/кг).

При  $P = \text{const}$  рівняння (1.55) набуде виду

$$q = h_2 - h_1 = \Delta h. \quad (1.56)$$

Розглянемо елементарну зміну ентальпії:

$$dh = du + d(Pv). \quad (1.57)$$

Підставимо в це рівняння значення  $du = C_v dT$  (див. формулу (1.46)) і  $Pv = RT$  (див. рівняння (1.8)):

$$dh = C_v dT + R dT = (C_v + R) dT = C_p dT. \quad (1.58)$$

Для кінцевого процесу і для довільної масі  $m$  газу отримаємо:

$$\Delta H = m \bar{C}_p (T_2 - T_1). \quad (1.59)$$

**Ентальпія – це теплота, підведена до тіла у процесі його нагрівання при постійному тиску.**

### 1.2.6 Ентропія

Для вивчення процесів перетворення теплоти на роботу в теплових

двигунах крім п'яти параметрів  $P$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $u$  й  $h$  введено ще один, 6-й термодинамічний параметр, – це ентропія  $s$ . Назва ентропія йде від грецького слова *trapos* (перетворення).

Розглянемо оборотний процес, при якому газ переходить із стану  $1$  до стану  $2$ . При підводі теплоти температура газу змінюється. Якщо розбити весь процес на елементарні ділянки з підводом на кожному з них кількості теплоти  $dq$ , то можна прийняти, що температура на кожній з цих ділянок є постійною. Так як процес є оборотним, то ця температура є також температурою джерела теплоти. Для кожної ділянки частку від ділення підведеної до газу теплоти  $dq$  на температуру  $T$ , при котрій воно визначалося, позначимо  $ds$ :

$$ds = \frac{dq}{T}, \text{ або } dq = T ds. \quad (1.60)$$

Тоді загальна кількість теплоти, що підведена до газу між станами  $1$  і  $2$ , дорівнює

$$q = \int_1^2 T ds. \quad (1.61)$$

Ентропію часто називають приведеною теплотою, тому що вона показує відношення теплоти до абсолютної температури газу. Знайдемо значення зміни ентропії ідеального газу. У рівняння (1.60) підставимо значення  $dq$  з рівняння (1.50):

$$ds = \frac{du + Pdv}{T} = \frac{C_v dT + Pdv}{T} = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (1.62)$$

Якщо  $C_v = \text{const}$ , то отримуємо:

$$s_2 - s_1 = C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + R \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}. \quad (1.63)$$

Після інтегрування отримуємо зміну ентропії при зміні стану ідеального газу:

$$s_1 - s_2 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (1.64)$$

Для довільної маси газу  $m$

$$\Delta S = m \Delta s. \quad (1.65)$$

З рівняння (1.64) видно, що зміна величини ентропії  $s$  при переході ідеального газу зі стану  $1$  до стану  $2$  залежить тільки від параметрів початкового і кінцевого станів і не залежить від шляху процесу. Тому **ентропія є шостим параметром стану ідеального газу.**

Одиницею виміру ентропії  $S$  є джоуль, поділений на кельвін (Дж/К), питомої ентропії  $s$  – джоуль, поділений на кілограм-кельвін (Дж/кг К).

Значення величини зміни ентропії для оборотного процесу дозволяє судити про напрямок потоку теплоти між робочим тілом та зовнішнім середовищем, що було неможливе для будь-якого другого раніше виведеного параметру. Тобто підвід теплоти в оборотному процесі ( $dq > 0$ ) завжди є пов'язаним зі збільшенням ентропії ( $ds > 0$ ), а відвід ( $dq < 0$ ) – з її зменшенням ( $ds < 0$ ).

**Для сумішей газів** ентропія дорівнює сумі ентропій її компонентів, які взято при тих же температурі і парціальних тисках.

Поняття ентропії дозволяє ввести зручну для термодинамічних розрахунків  **$Ts$ -діаграму**, на якій стан системи зображується точкою, а рівноважний процес – лінією (рис.1.6).

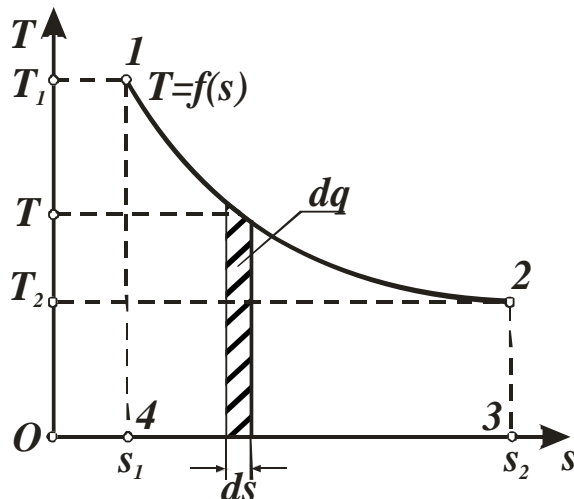


Рисунок 1.6 –  $Ts$  - Діаграма

На лінії процесу  $1-2$  на  $Ts$ -діаграмі виділимо елементарну зміну ентропії  $ds$ , температуру  $T$  при цьому можна вважати постійною. Добуток

$Tds$  характеризує площу прямокутника і згідно з рівнянням (1.60) дорівнює елементарній зміні теплоти  $dq$ . Згідно з рівнянням (1.61) інтегрування добутку  $Tds$  в інтервалі між станами **1** і **2** дорівнює теплоті процесу. Геометричний зміст інтеграла – це сума елементарних площ  $Tds$ , тобто це площа **1234**, обмежена лініями  $s_2=const$ ,  $s_1=const$  і лінією процесу 1-2 (див. рис. 1.6).

Таким чином, на  $Ts$ -діаграмі площа, обмежена лінією процесу, крайніми ординатами і віссю абсцис, еквівалентна теплоті процесу.

### 1.2.7 Термодинамічні процеси ідеальних газів

Перший закон термодинаміки встановлює зв'язок між теплою, зміною внутрішньої енергії і механічною роботою. При цьому кількість теплоти, підведеної до робочого тіла, залежить від способу підводу теплоти чи характеру термодинамічного процесу. Зазначають наступні методи підводу теплоти до робочого тіла:

- ізохорний  $V = const$ ;
- ізобарний  $P = const$ ;
- ізотермічний  $T = const$ ;
- адіабатний  $Q = 0$ ;
- політропний  $C = const$ .

Дослідження термодинамічних процесів проводять за двома напрямками:

- встановлюють закономірності змін стану газу;
- виявляють особливості перетворення енергії.

При вивченні змін стану газу виводять рівняння процесу і встановлюють співвідношення між параметрами стану газу. Крім того, визначають кількість теплоти, підведеної до газу, зміну його внутрішньої енергії і роботи, яку робить газ.

#### Ізохорний процес

Ізохорним називають процес, що протікає при незмінному об'ємі робочого тіла, тобто  $V=const$ . Прикладом ізохорного процесу може служити нагрів чи охолодження газу в закритій судині. Якщо зобразити цей процес на  $Pv$ -діаграмі, то ми отримаємо вертикальну пряму (рис. 1.7, а).



Точка **1** характеризує початковий стан газу. Кінцевий стан у випадку нагрівання характеризується точкою **2**, у випадку охолодження – точкою **2'**.

Зв'язок між кінцевими і початковими параметрами ідеального газу в цьому процесі виражається **законом Шарля**: при постійному об'ємі тиск газу є прямо пропорційним його абсолютній температурі

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (1.66)$$

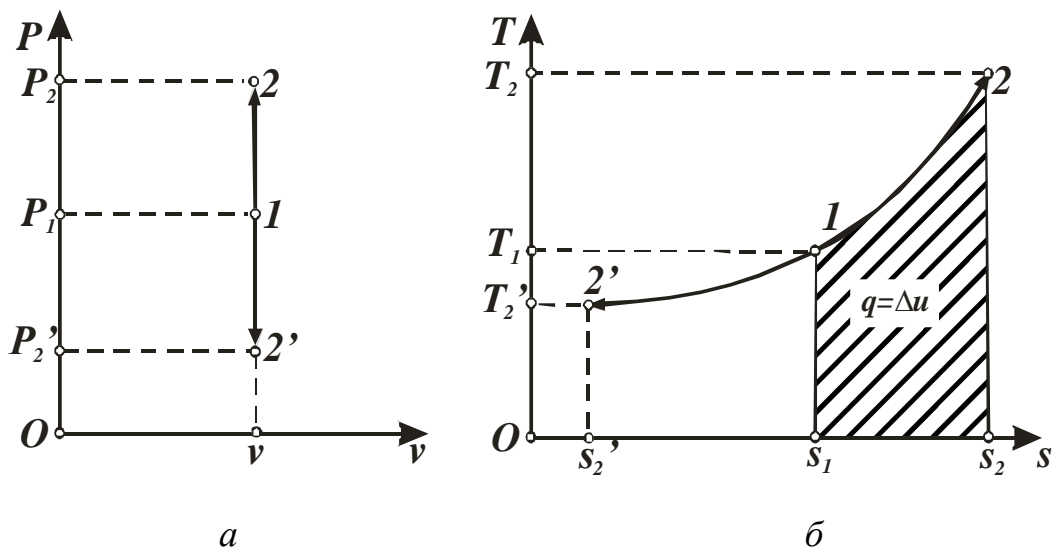


Рисунок 1.7 – Ізохорний процес зміни стану газу в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

**Робота розширення** в ізохорному процесі дорівнює нулю, тому що зміна об'єму дорівнює нулю, тобто  $L=0$ .

Згідно з першим законом термодинаміки (1.50) і рівнянням (1.46) **теплоту ізохорного процесу** можна визначити наступним чином:

$$dq = du + 0 = C_v dT \quad (1.67)$$

Для кінцевої зміни температури і довільної маси  $m$  газу:

$$Q = \Delta U = m C_v (T_2 - T_1). \quad (1.68)$$

Таким чином, в ізохорному процесі вся теплота, що підводиться до газу, витрачається тільки на збільшення внутрішньої енергії газу.

**Зміну ентропії** в ізохорному процесі можна визначити в такий спосіб:

$$S_2 - S_1 = m C_v \ln (P_2/P_1) = m C_v \ln (T_2/T_1). \quad (1.69)$$

На  $Ts$ -діаграмі це рівняння зображується логарифмічною кривою, яка направлена випуклістю до осі абсцис (рис. 1.7, б). У процесі  $1-2$  ентропія зростає, відповідно, теплота надається газу, і він нагрівається, в процесі  $1-2'$  – навпаки. Площа під кривою процесу графічно відображає кількість теплоти  $q$ .

### Ізобарний процес

Ізобарним називають процес, що протікає при постійному тиску,  $P = \text{const}$ . Його графік на  $Pv$ -діаграмі являє собою горизонтальну лінію (рис. 1.8, а). Точка  $1$  характеризує початковий стан газу, процес ізобарного розширення зображено лінією  $1-2$ , ізобарного стиску – лінією  $1-2'$ .

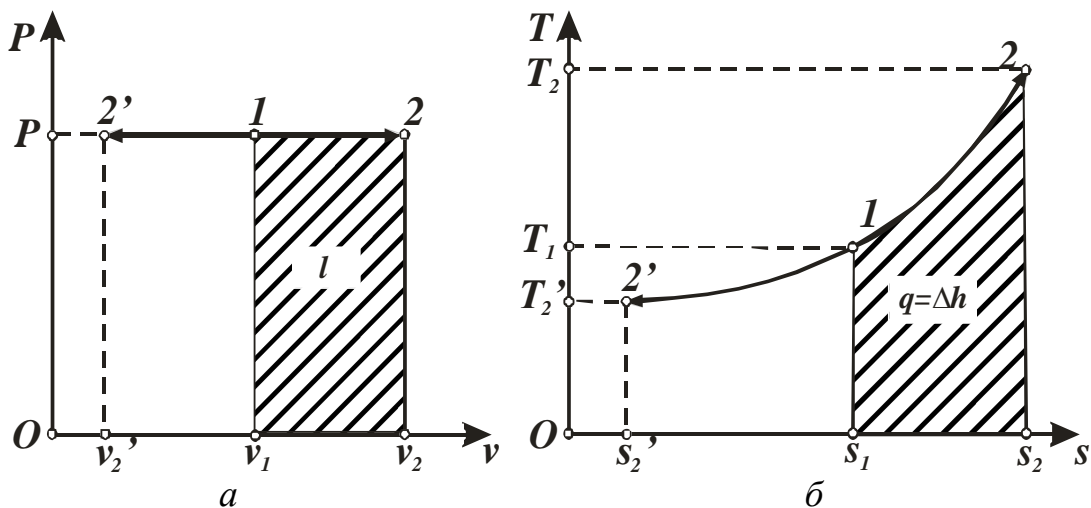


Рисунок 1.8 – Ізобарний процес зміни стану газу в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Зв'язок між кінцевими і початковими параметрами в ізобарному процесі виражається **законом Гей-Люссака**: об'єм газу прямо пропорційний його абсолютній температурі:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (1.70)$$

**Зміна внутрішньої енергії** ідеального газу в ізобарному процесі визначається за рівнянням (1.48)

$$\Delta U = m C_v (T_2 - T_1).$$

**Робота в ізобарному процесі** розраховується за допомогою загального рівняння для роботи розширення газу (1.43):

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1). \quad (1.71)$$

**Теплота**, яка надається газу в ізобарному процесі, дорівнює зміні ентальпії газу і може бути виражена через теплоємність  $C_p$  за рівнянням

$$Q = \Delta H = m C_p (T_2 - T_1). \quad (1.72)$$

**Зміну ентропії** в ізобарному процесі розраховують за рівнянням

$$S_2 - S_1 = m C_p \ln (V_2/V_1) = m C_p \ln (T_2/T_1). \quad (1.73)$$

На  $Ts$ -діаграмі це рівняння зображується логарифмічною кривою, яка направлена випуклістю до вісі абсцис (рис. 1.8, б). У процесі  $1-2$  ентропія зростає, відповідно, теплота надається газу і він нагрівається, у процесі  $1-2'$  – навпаки. Площа під кривою процесу графічно відображає кількість теплоти  $q$ .

Порівняння рівнянь (1.69) та (1.73) показує, що для однакової зміни температур від  $T_1$  до  $T_2$  зміна ентропії в ізобарному процесі буде більше, ніж в ізохорному, так як  $C_p > C_v$ . Це означає, що ізохора завжди крутіше ніж ізобара (рис. 1.9), тобто при нагріванні газу від температури  $T_1$  до  $T_2$  при проведенні процесу при постійному тиску необхідно витратити більше тепла (площа під кривою процесу), ніж при постійному об'ємі.

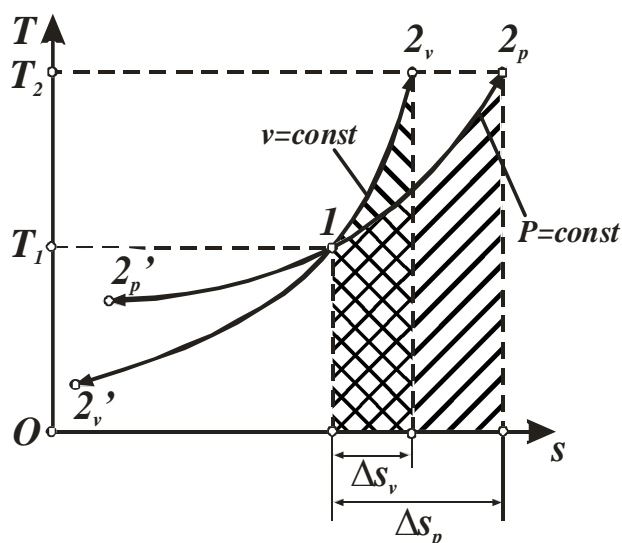


Рисунок 1.9 – Ізохорний та ізобарний процеси в  $Ts$ -діаграмі

## Ізотермічний процес

Ізотермічним називають процес, що протікає при постійній температурі  $T = \text{const}$ .

Зв'язок між початковими і кінцевими параметрами виражається **законом Бойля-Маріотта**: при ізотермічному стисканні тиск газу зростає, а при розширенні – знижується:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{або} \quad PV = \text{const}. \quad (1.74)$$

Графік ізотермічного процесу в  $Pv$ -діаграмі, як показує його рівняння, зображується рівнобокою гіперболою – ізотермою (рис. 1.10, а).

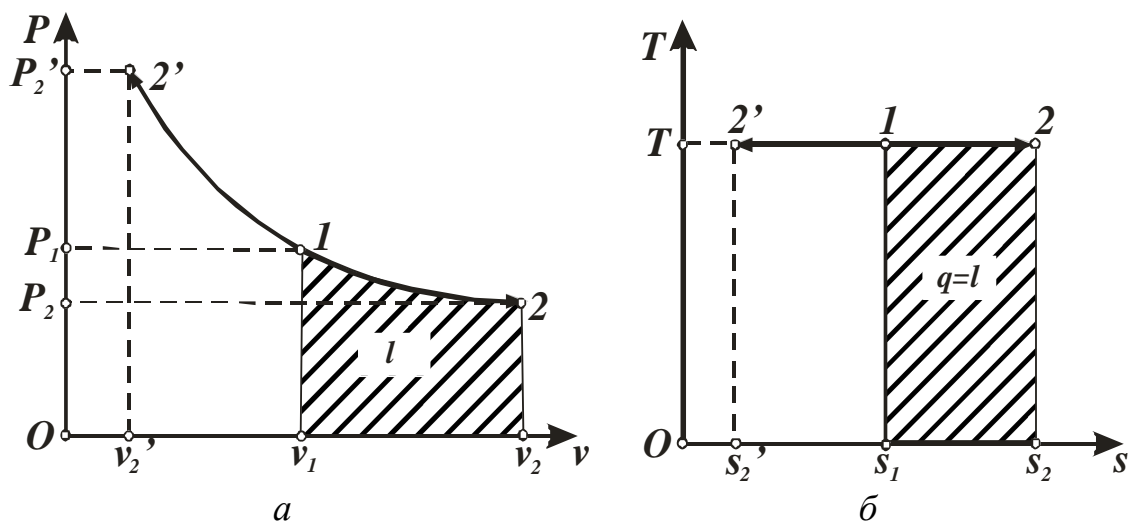


Рисунок 1.10 – Ізотермічний процес зміни стану газу в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

У  $Ts$ -діаграмі ізотерма являє собою пряму лінію, яка паралельна осі абсцис (рис. 1.10, б). Процес розширення 1–2 в  $Ts$ -діаграмі зображується прямою лінією, що направлена вправо, оскільки розширення газу при постійній температурі можливе лише при підводі теплоти до газу.

**Зміна внутрішньої енергії** розраховується за рівнянням (1.48). В ізотермічному процесі вона дорівнює нулю, тому що  $T = \text{const}$  і відповідно  $\Delta T = 0$ .

Робота процесу визначається із загального рівняння для роботи (1.43). Згідно з рівнянням стану ідеального газу  $P = mRT/V$ . Відповідно, **роботу ізотермічного процесу** можна розрахувати за рівнянням

$$L = \int_{V_1}^{V_2} PdV = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (1.75)$$

Згідно з першим законом термодинаміки теплота, що надається системі, йде на збільшення її внутрішньої енергії та на здійснення корисної роботи. Так як в ізотермічному процесі  $\Delta U=0$ , **теплота** дорівнює роботі процесу  $Q=L$ . З іншого боку теплота на  $Ts$ -діаграмі (рис 1.10, б) дорівнює площі прямокутника з висотою  $T$  і основою  $\Delta s$ , тобто  $q=T\Delta s$ , де **зміна ентропії** може бути знайдена з рівнянь

$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2}, \quad \Delta S = mR \ln \frac{V_2}{V_1} = mR \ln \frac{P_1}{P_2}. \quad (1.76)$$

Таким чином, ще одне рівняння для розрахунку **теплоти ізотермічного процесу** можна отримати наступним шляхом:

$$Q = T\Delta S = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = mRT \ln \frac{P_1}{P_2}. \quad (1.77)$$

### Адіабатний процес

Адіабатним називають процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто  $Q=0$ . Але не всякий процес, для якого  $Q=0$ , буде адіабатним. Можливі процеси, на одній стадії яких теплота підводиться, а на другій в такій же кількості відводиться. Тому необхідною і достатньою умовою адіабатного процесу є  $dq=0$ . Це означає, що в такому процесі немає теплообміну. Якщо  $dq=0$ , то з рівняння (1.60) витікає, що для оборотних процесів  $Tds=0$ , тобто  $ds=0$  або  $s=const$ . Таким чином, оборотний адіабатний процес являється також **ізоентронним** процесом і в  $Ts$ -діаграмі він зображується прямою лінією, яка паралельна вісі температур (рис. 1.11, а).

Для здійснення адіабатного процесу, тобто виконання умови  $dq=0$ , потрібно або теплоізулювати газ, або провести процес настільки швидко, щоб зміна температури газу, яка обумовлена теплообміном, була зневажливо малою у порівнянні зі зміною температури, яка обумовлена розширенням чи стисканням газу.

Залежність між  $P$  і  $v$  в адіабатному процесі має наступний вид:

$$PV^k = \text{const} \quad \text{або} \quad P_1 V_1^k = P_2 V_2^k, \quad (1.78)$$

де  $k$  – показник адіабати (див. пункт 1.1.4).

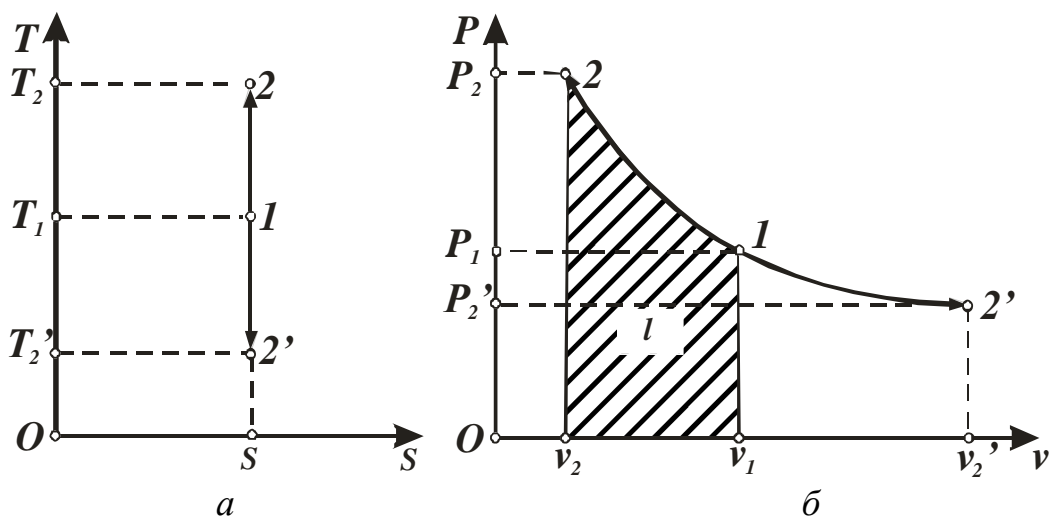


Рисунок 1.11 – Адіабатний процес зміни стану газу в  $Ts$ - (а) і  $Pv$ - (б) діаграмах

Графіком адіабатного процесу в  $Pv$ -діаграмі є логарифмічна крива  $1-2$  або  $1-2'$  в залежності від напрямку процесу (рис. 1.11, б). У процесі  $1-2$  об'єм газу зменшується, а тиск зростає, у процесі  $1-2'$  – навпаки. Площа під кривою процесу графічно відображає роботу процесу  $l$ .

Порівняємо ізотермічний і адіабатний процеси на  $Pv$ -діаграмі. На рисунку 1.12 показано взаємне розташування ізотерми ( $PV=\text{const}$ ) і адіабати ( $PV^k=\text{const}$ ) розширення, які проведені із однієї точки. Показник адіабати  $k$  може набувати значення від 1,33 до 1,67, тобто він завжди більше одиниці, тому адіабата завжди буде крутіше, ніж ізотерма. Відповідно, робота при рівних значеннях початкового тиску в ізотермічному і адіабатному процесах і рівних значеннях кінцевого об'єму буде завжди більше в ізотермічному процесі.

З метою визначення зв'язку між основними параметрами адіабатного процесу вирішимо спільно рівняння Клапейрона (1.8) й рівняння адіабати (1.78) для початкового і кінцевого станів. У результаті одержимо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (1.79)$$

Роботу розширення в адіабатному процесі можна знайти з рівняння першого закону термодинаміки (1.51)

$$q = \Delta u + l = 0, \quad l = -\Delta u = C_v(T_1 - T_2), \quad (1.80)$$

або

$$l = \frac{C_v}{R}(P_1 v_1 - P_2 v_2). \quad (1.81)$$

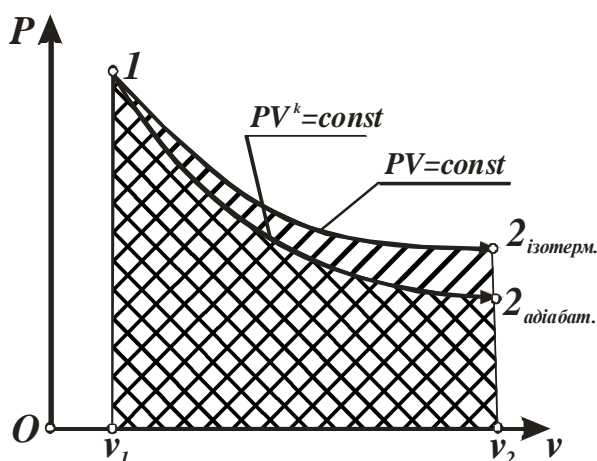


Рисунок 1.12 – Ізотермічний і адіабатний процеси в  $Pv$ -діаграмі

Якщо вважати, що теплоємність не залежить від температури, то, враховуючи рівняння (1.38), ми отримуємо наступне рівняння

$$l = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2) \text{ або } L = \frac{mR}{k-1}(T_1 - T_2) = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{k-1}. \quad (1.82)$$

Якщо добуток  $P_1 V_1$  винести за дужки, то отримуємо:

$$L = \frac{P_1 V_1}{k-1} \left( 1 - \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \right), \text{ але } \frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{-\frac{1}{k}}, \quad (1.83)$$

тоді

$$L = \frac{P_1 V_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (1.84)$$

## Політропні процеси

Політропними називають процеси, в яких теплоємність має будь-яке значення, але воно постійне протягом всього процесу. Рівняння зміни стану газу для політропного процесу має наступний вид

$$PV^n = \text{const}, \quad (1.85)$$

де  $n$  – показник політропи, який може набути будь-якого значення від  $-\infty$  до  $+\infty$  і визначається за рівнянням

$$n = \frac{C_n - C_p}{C_n - C_v}, \quad (1.86)$$

де  $C_n$  – теплоємність у політропному процесі.

Зв'язок між початковими та кінцевими параметрами робочого тіла у політропному процесі визначається за рівнянням

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (1.87)$$

Роботу політропного процесу розраховують за рівнянням

$$l = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) \text{ або } L = \frac{mR}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{n-1}. \quad (1.88)$$

За аналогією з рівнянням (1.84) можна отримати

$$L = \frac{P_1V_1}{n-1} \left[ 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (1.89)$$

Кількість теплоти у політропному процесі зміни стану газу може бути визначена зі співвідношення

$$q = C_n(T_2 - T_1) \text{ або } Q = mC_v \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1), \quad (1.90)$$

де  $C_n$  – теплоємність у політропному процесі, розрахована за допомогою рівняння (1.86).



Зміну ентропії розраховують за рівнянням

$$\Delta s = C_n \ln \frac{T_2}{T_1} \text{ або } \Delta S = m C_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (1.91)$$

Політропний процес є узагальнюючим процесом. Розглянемо всі попередні процеси як окремі випадки політропного процесу  $PV^n = \text{const}$ . Теплоємність у кожному випадку розраховуємо за допомогою рівняння (1.86), тобто

$$C_n = C_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (1.92)$$

Для *ізохорного процесу*  $n = \pm\infty$ ,  $C_n = C_v$ . На  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах цей процес позначено лініями  $n = \pm\infty$  (рис. 1.13).

Для *ізобарного процесу*  $n = 0$ ,  $C_n = kC_v = C_p$ . На  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах цей процес позначено лініями  $n = 0$  (рис. 1.13).

Для *ізотермічного процесу*  $n = 1$ ,  $C_n = \infty$ . На  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах цей процес позначено лініями  $n = 1$  (рис. 1.13).

Для *адіабатного процесу*  $n = k$ ,  $C_n = 0$ . На  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах цей процес позначено лініями  $n = k$  (рис. 1.13).

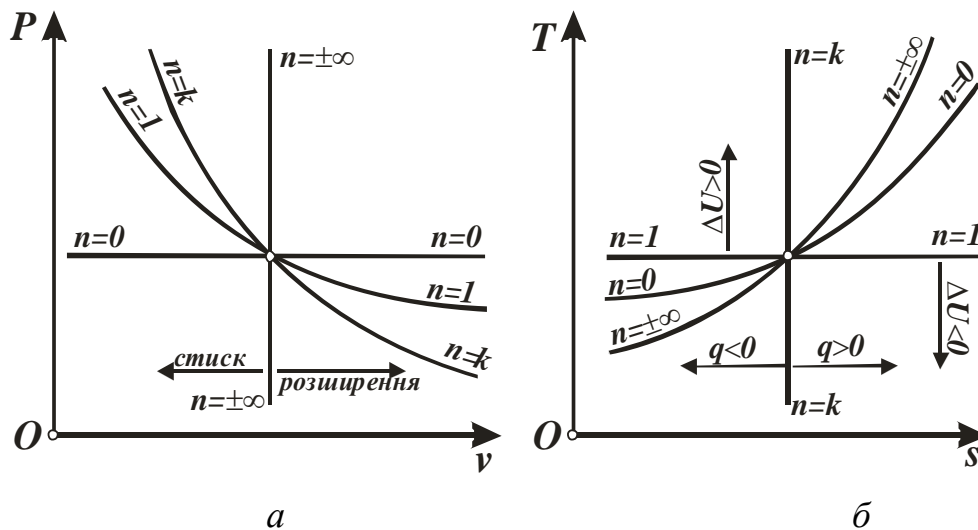


Рисунок 1.13 – Графіки процесів зміни стану газу в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Окремо слід зазначити процеси, в яких  $1 < n < k$ . У цьому випадку знаки чисельника і знаменника в рівнянні (1.92) будуть різними і теплоємність  $C_n$  стане негативною, але так як  $c = dq/dT$ , то це означає, що

$dq$  і  $dT$  мають різні знаки. При цьому можливі два випадки:

1)  $dq > 0$ , тобто газу додається теплота, а  $dT < 0$ , що означає, що температура газу знижується;

2)  $dq < 0$ , тобто теплота відводиться від газу, а  $dT > 0$ , що означає, що температура газу збільшується.

На перший погляд ці обидва випадки є незвичайними, але вони легко пояснюються за допомогою рівняння першого закону термодинаміки (1.51): теплоємність буде негативною для тих процесів, в яких  $l > q$  (за абсолютною величиною).

У першому випадку  $dq > 0$ , відповідно до газу підводиться теплота  $q$ , а зовнішня робота, яку виконує газ, виявляється більша за  $q$ , тоді, вочевидь, частина роботи ( $l - q$ ) буде здійснюватися за рахунок зменшення внутрішньої енергії, відповідно, температура газу буде зменшуватися.

У другому випадку  $dq < 0$ , тобто при стисненні газу, робота  $l$  переходить у еквівалентну їй теплоту, а так як від газу відводиться кількість теплоти  $q < l$ , то залишок роботи ( $l - q$ ) витрачається на збільшення його внутрішньої енергії, а температура, відповідно, збільшується  $dT > 0$ .

### 1.2.8 Питання для самоконтролю

1 Охарактеризуйте рівноважні і нерівноважні, оборотні і необоротні термодинамічні процеси.

2 Яким чином можна визначити роботу розширення?

3 Яким чином можна визначити роботу за допомогою  $PV$ -діаграми процесу?

4 Що характеризує внутрішня енергія робочого тіла і як її можна розрахувати?

5 Від яких параметрів газу залежить його внутрішня енергія?

6 У чому полягає сутність 1-го закону термодинаміки?

7 Що таке ентальпія?

8 У чому полягає фізична сутність ентальпії?

9 Що характеризує ентропія робочого тіла і яким чином її можна визначити?

10 Вкажіть властивості  $Ts$ -діаграми.

11 Що зображує площа під кривою процесу на  $Ts$ -діаграмі?

- 12 Як графічно зображується на  $Pv$ -діаграмі ізохора, ізобара, ізотерма та адіабата?
- 13 Вкажіть основні термодинамічні процеси.
- 14 У чому полягають особливості ізохорного та ізобарного процесів? Порівняйте ці процеси на  $Ts$ -діаграмі.
- 15 Охарактеризуйте ізотермічний процес.
- 16 У чому полягає особливість адіабатного процесу?
- 17 Порівняйте ізотермічний та адіабатний процеси на  $Pv$ -діаграмі.
- 18 Покажіть на  $Pv$ - та  $Ts$ -діаграмах узагальнююче значення політропного процесу.

## 1.3 Другий закон термодинаміки

### 1.3.1 Основні положення другого закону термодинаміки

Перший закон термодинаміки встановлює еквівалентність різних форм енергії, співвідношення між зміною внутрішньої енергії системи, кількістю підведеної теплоти і роботою процесу, але він не дозволяє вирішити питання щодо можливості протікання того чи іншого процесу, направлення його розвитку і глибини протікання.

Спостереження за явищами природи показують, що перетворення роботи на теплоту відбувається цілком і безумовно. Зворотній процес перетворення теплоти на роботу при безупинному її переході можливий тільки за певних умов і вся теплота цілком не може перетворитися на роботу. Теплота сама собою може переходити від більш нагрітих тіл до холодних, але перехід теплоти від холодних тіл до нагрітих сам собою не відбувається. Для цього потрібно затратити додаткову енергію.

Таким чином, для повного аналізу явищ і процесів необхідно мати крім першого закону термодинаміки ще одну додаткову закономірність, якою і є другий закон термодинаміки. Він встановлює, можливий чи неможливий той чи інший процес, у якому напрямку протікає процес, коли досягається термодинамічна рівновага, і при яких умовах можна одержати максимальну роботу.

Вперше сутність другого закону термодинаміки виразив французький інженер і вчений Саді Карно у 1824 році. Його формулювання встановлювали умови, при яких в теплових двигунах

можливе перетворення теплоти на роботу, показували, від чого залежить ефективність цього перетворення.

У 1850 році німецький фізик Р. Клаузіус дав перше загальне формулювання другого закону термодинаміки: **«Теплота не може самовільно переходити від більш холодного тіла до більш нагрітого».**

Глибоке вивчення самовільних процесів (дифузія, розчинення) показує, що всі вони являються необоротними. Це дозволило в найбільш загальному виді сформулювати другий закон термодинаміки: **«Будь-який реальний самовільний процес є необоротним».**

Усі робочі формулювання другого закону термодинаміки являються окремими випадками цього найбільш загального формулювання. наприклад:

1) теплота, яку одержав теплоприймач, не вся може бути перетворена на роботу, а тільки її частина (Р. Клаузіус);

2) неможливо збудувати періодично діючу машину, всі дії якої зводилися до підняття деякого вантажу і охолодження теплового джерела (М. Планк);

3) там, де є різниця температур, можливе здійснення роботи (С. Карно);

4) вічний двигун другого роду неможливий (В. Освальд).

Для існування теплового двигуна необхідні 2 джерела – гаряче джерело і холодне джерело (навколишнє середовище). Якщо тепловий двигун працює тільки від одного джерела, тобто цілком перетворює на роботу всю теплоту, яку отримує від гарячого джерела, то він називається вічним двигуном другого роду. Вічний двигун першого роду – це тепловий двигун, в якого робота більше, ніж підведена теплота ( $L > Q_1$ ).

Перший закон термодинаміки «дає» можливість створити тепловий двигун, який цілком перетворює підведену теплоту на роботу, тобто  $L = Q_1$ . Другий закон накладає більш тверді обмеження і стверджує, що робота повинна бути менше підведеної теплоти ( $L < Q_1$ ) на величину відведеної теплоти –  $Q_2$ , тобто  $L = Q_1 - Q_2$ . Вічний двигун другого роду можна здійснити, якщо теплоту  $Q_2$  передавати від холодного джерела до гарячого. Але для цього теплота самовільно повинна перейти від холодного тіла до гарячого, що неможливо.

Усі формулювання другого закону термодинаміки взаємозалежні, з одного формулювання можна одержати інше.

### 1.3.2 Кругові термодинамічні процеси

Розглянемо роботу теплового поршневого двигуна. У циліндрі з рухливим поршнем знаходиться робоче тіло – газ. Від джерела тепла, що має температуру  $T_1$  вище температури навколишнього середовища (це джерело називають верхнім, гарячим джерелом або нагрівачем), до робочого тіла підводиться тепло, при цьому робоче тіло розширюється і переборює силу, прикладену до поршня; отже, робоче тіло робить роботу для надання руху механізмам, машинам чи електричному генератору, які з'єднані з поршнем. Розглянемо цей процес на  $Pv$ -діаграмі (рис. 1.14).

Зобразимо процес розширення газу у вигляді кривої  $1-3-2$ , тоді площа багатокутника  $1-3-2-5-4$  буде дорівнювати роботі розширення  $l_1$ . З переходом поршня у крайнє положення розширення закінчується. Щоб двигун продовжив роботу, необхідно, щоб поршень повернувся в початкове положення, а газ – у початковий стан. Для цього при зворотному ході поршня газ у циліндрі потрібно стиснути, тобто над ним потрібно зробити роботу  $l_2$ . Для цього крім джерела тепла  $T_1$  потрібно мати ще одне джерело тепла  $T_2$ , якому робоче тіло могло б віддавати тепло. Це друге джерело тепла називають нижчим або холодним джерелом, а також холодильником. Таким чином, після повернення поршня в початкове положення, а газу в початковий стан, відбувається **круговий процес** роботи двигуна; інакше його називають **циклом**.

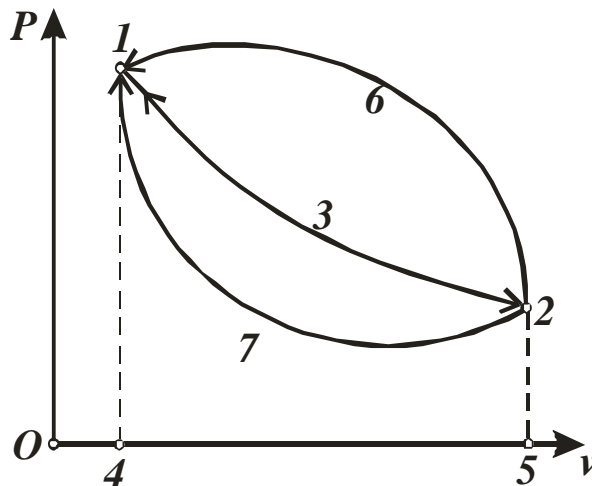


Рисунок 1.14 – Кругові термодинамічні процеси

Круговий процес може повторюватися і продовжуватися настільки довго, наскільки потрібно. Такий двигун, що працює за описаними круговими процесами – періодами, називається періодично діючим.

Характерним у роботі такого двигуна виявляється те, що на деякій частині змін стану робочого тіла (циклу) до нього від гарячого джерела підводиться деяка кількість теплоти  $q_1$ , а на іншій частині деяка кількість теплоти  $q_2$  відводиться до холодного джерела.

Слід зазначити, що загальна робота циклу, яку називають корисною, буде дорівнювати різниці робіт  $l_1$  та  $l_2$  ( $l=l_1 - l_2$ ), а загальна кількість теплоти циклу, яку називають корисною теплотою, – різниці теплоти  $q_1$  та  $q_2$  ( $q=q_1 - q_2$ ).

Повернення робочого тіла у початковий стан можливо трьома шляхами:

1) процес стиску відбувається за лінією  $2-3-1$ . У цьому випадку робота стиску дорівнює роботі розширення ( $l_2=l_1$ ), тобто ми не одержуємо корисної роботи, загальна робота циклу дорівнює нулю;

2) процес стиску відбувається вище лінії  $1-3-2$  через точку **6**. У цьому випадку робота стиску, яка дорівнює площі  $1-6-2-5-4$ , буде більше роботи розширення ( $l_2 > l_1$ ). Для виконання такого циклу ми маємо затратити додаткову енергію, тобто загальна робота циклу буде негативною. Цикли, у яких робота стиску більше роботи розширення, називають **зворотними циклами**; за такою схемою працюють холодильні установки;

3) процес стиску відбувається нижче лінії  $1-3-2$ , через точку **7**. У цьому випадку робота стиску, яка дорівнює площі  $1-7-2-5-4$ , буде менше роботи розширення ( $l_2 < l_1$ ). При виконанні такого циклу ми отримуємо позитивну роботу. Цикли, у яких робота розширення більше роботи стиску, називають **прямими циклами**; за такою схемою працюють теплові двигуни (ДВЗ, ГТУ та ін.).

Розглянемо більш докладно прямий цикл. Згідно з першим законом термодинаміки (1.51)  $q=l+\Delta u$ . Так як робоче тіло повертається в початковий стан, зміна внутрішньої енергії дорівнює нулю. Звідси для термодинамічного циклу  $q=l$ . Таким чином, можна записати

$$l = l_1 - l_2 = q = q_1 - q_2. \quad (1.93)$$

Тобто частина підведеної теплоти ( $q_1 - q_2$ ) перетворюється на корисну роботу. Чим більше ця робота, тим більш ефективним і економічним є тепловий двигун. Критерієм оцінки економічності циклу

перетворення теплової енергії на механічну є відношення, яке називають **термічним коефіцієнтом корисної дії (ККД)** і позначають  $\eta_t$

$$\eta_t = \frac{q}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{l}{q_1} \quad (1.94)$$

Термічний ККД показує відношення роботи, яку виконує двигун за цикл, до кількості теплоти, підведеної за цей цикл від гарячого джерела. Він характеризує ступінь досконалості циклу теплового двигуна. Чим більше ККД, тим більша частина підведеної теплоти перетворюється на роботу.

Термічний ККД прямого оборотного циклу завжди менше одиниці. Це говорить про те, що не всю теплоту можна перетворити на роботу без відводу частини теплоти в навколишнє середовище.

### **1.3.3 Цикл Карно**

З визначення термічного ККД випливає, що поняття про цю величину тісно пов'язане із сутністю другого закону термодинаміки. Питання щодо максимальної частини теплоти, котра може бути перетворена на механічну роботу, можна вирішити за допомогою **циклу Карно**. Французький фізик та інженер Саді Карно показав, яким чином необхідно будувати цикл зміни стану робочого тіла, щоб для заданих умов роботи двигуна термічний ККД мав найбільше значення.

У циклі Карно розширення робочого тіла відбувається за двома послідовними процесами: ізотермічним **1–2** і адіабатним **2–3** (рис. 1.15, а). Протягом першого процесу робоче тіло стикається з гарячим джерелом теплоти, який має температуру  $T_1$ , й одержує від нього кількість теплоти  $q_1$ . У  $Ts$ -діаграмі цей процес зображується прямою **1–2** (рис. 1.15, б). Від точки **2** процес розширення протікає адіабатно, при цьому стикання робочого тіла і джерела тепла виключається. Точка **3** характеризує кінцевий стан робочого тіла.

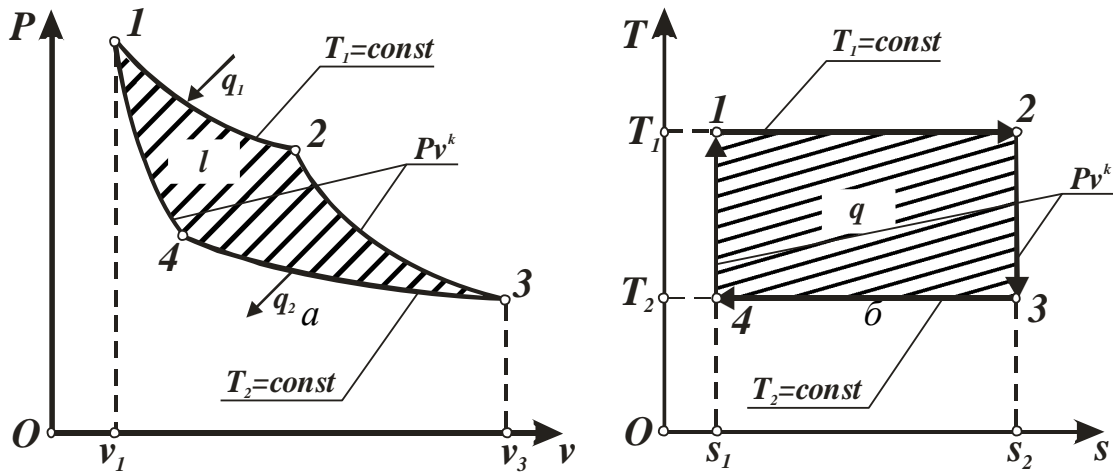


Рисунок 1.15 – Прямий цикл Карно

Для повернення робочого тіла до початкового стану Карно запропонував проводити стискання газу за ізотермою **3–4**, при цьому робоче тіло стикається з холодним джерелом теплоти, який має температуру  $T_2$ , і віддає йому кількість теплоти  $q_2$ . Температура газу в цьому процесі також буде дорівнювати  $T_2$ . У  $Ts$ -діаграмі цей процес зображується ізотермою  $T_2$ , перетинання якої з адіабатою, що виходить з точки **2**, й дає точку **3** (рис. 1.15, б). Кінець ізотермічного стиску (точка **4**) визначають таким чином, щоб газ при подальшому адіабатному стиску повернувся до початкового стану (точка **1**).

Таким чином, весь цикл Карно можна поділити на 4 етапи:

- 1) ізотермічне розширення **1–2**;
- 2) адіабатне розширення **2–3**;
- 3) ізотермічне стискання **3–4**;
- 4) адіабатне стискання **4–1**.

Вочевидь, що робота циклу Карно  $l$  в  $Pv$ -діаграмі дорівнює площі **1–2–3–4**, корисна теплота  $q$  в  $Ts$ -діаграмі дорівнює площі **1–2–3–4**. За допомогою  $Ts$ -діаграми (рис. 1.15, б) можна також розрахувати підведену і відведену теплоту

$$q_1 = T_1(s_2 - s_1), \quad q_2 = T_2(s_2 - s_1). \quad (1.95)$$

Тоді термічний ККД для розглянутого циклу можна виразити наступним чином:



$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1(s_2 - s_1) - T_2(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1.96)$$

або

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (1.97)$$

Розглянутий цикл Карно дозволяє при визначенні термічного ККД перейти від теплоти, що досить важко вимірити, до абсолютної температури, що визначається дуже легко.

Аналіз рівняння (1.97) показує:

1) термічний ККД залежить виключно від температури джерела теплоти і температури холодильника;

2) термічний ККД збільшується при підвищенні температури джерела  $T_1$  і при зменшенні температури холодильника  $T_2$ ;

3) термічний ККД завжди менше 1, й не може дорівнювати їй, так як це може бути тільки при  $T_2 / T_1 = 0$ , тобто при  $T_2 = 0$  або  $T_1 = \infty$ , що в земних умовах неможливо;

4) термічний ККД дорівнює нулю при  $T_2 = T_1$ , тобто при тепловій рівновазі, при якому неможливо перетворити теплоту на роботу;

Характерна особливість циклу Карно полягає в тому, що його ККД не залежить від природи тіла, яке працює, тобто при даних температурах  $T_1$  і  $T_2$  він буде однаковим не тільки для ідеальних, але і для реальних газів.

Якщо здійснити **зворотний цикл Карно**, то це буде ідеальний цикл для холодильної установки (рис. 1.16). Він містить у собі наступні 4 етапи:

- 1) адіабатне розширення  $1-2$ ;
- 2) ізотермічне розширення  $2-3$  з відбором теплоти від холодного джерела;
- 3) адіабатне стиснення  $3-4$ ;
- 4) ізотермічне стиснення  $4-1$  з віддачею теплоти гарячому джерелу, на що потрібна затрата енергії ззовні.

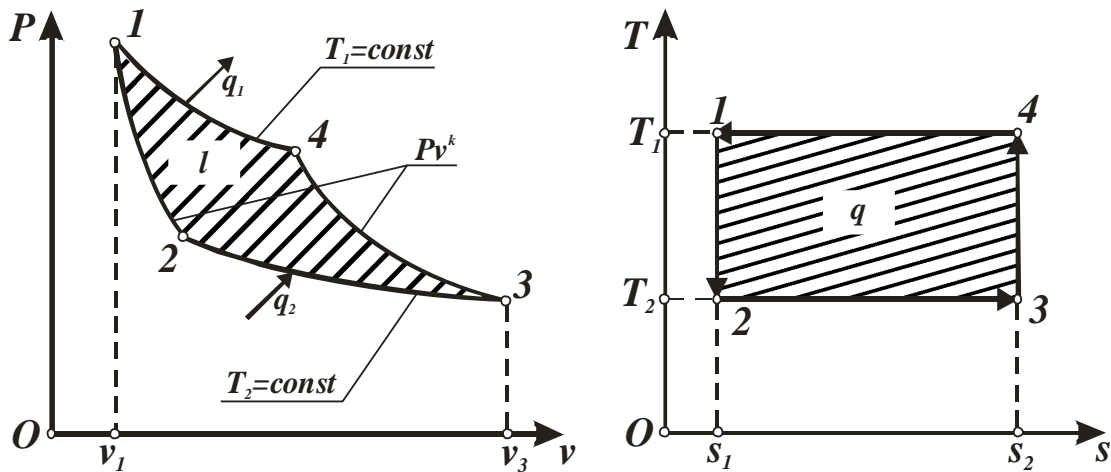


Рисунок 1.16 – Зворотний цикл Карно

Зіставимо кількості тепла  $q_1$  і  $q_2$ , що беруть участь у циклі, і роботу, яку виконує зовнішнє середовище. При протіканні процесу за лінією **2-3** до робочого тіла підводять кількість теплоти  $q_2$ . При проходженні шляхом **4-1**, навпаки, робоче тіло передає вищому джерелу теплоту  $q_1$ . У зворотних циклах завжди  $q_1 > q_2$ . У результаті всього циклу ззовні витрачається механічна енергія  $l$ , що переходить у теплоту  $q$ , причому  $l = q$  і  $q = q_1 - q_2$ .

Таким чином, затративши механічну енергію  $l$ , вдається перевести від нижнього джерела до верхнього кількість теплоти  $q_2$ , при цьому верхнє джерело одержує кількість теплоти  $q_1 = q_2 + l$ .

Описаний процес переходу тепла від нижнього джерела до верхнього не суперечить другому закону термодинаміки (у формулюванні Клаузіуса), тому що він протікає не сам по собі, а в супроводі додаткового процесу перетворення механічної енергії на теплову, тобто з витратами механічної енергії ззовні. На неможливість такого переходу при безпосередньому стиканні, тобто без витрати механічної енергії, вказував ще М. В. Ломоносов. У Ломоносова це положення впливало з розроблених ним молекулярно-кінетичних уявлень про будову тіл і сутність теплової енергії.

Машина, що працює за викладеним принципом, може служити для охолодження тіл. Дійсно, якщо уявити собі, що джерело тепла  $T_2$  – це тіла, в яких необхідно підтримувати низьку температуру, то теплота, яку вони приймають від навколишньої середовища, може бути відведена за допомогою описаної машини. Такі машини називаються холодильними машинами.

Характеристикою зворотного кругового процесу може служити відношення кількості теплоти, віднятої від нижнього джерела, до механічної енергії, яку на це витрачено. Це відношення називають холодильним коефіцієнтом і позначають

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{q_2}{l}. \quad (1.98)$$

Після перетворень, аналогічних для прямого циклу, отримаємо:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1}. \quad (1.99)$$

Аналіз рівняння (1.99) показує, що чим вище  $T_2$ , тим більше  $\varepsilon$ , а при однакових значеннях  $T_2$  процес є більш економічним при більш низькій  $T_1$ .

#### 1.3.4 Математичне вираження другого закону термодинаміки

Порівняємо рівняння для визначення ККД прямого циклу Карно:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad \eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Звідси можна записати, що

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ або } \frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2}. \quad (1.100)$$

Якщо під  $q_2$  розуміти не абсолютне значення кількості теплоти, відданої робочим тілом холодильнику з температурою  $T_2$ , а його алгебраїчне значення, котре за змістом негативне, то перед  $q_2$  має бути знак «мінус», тобто

$$\frac{q_1}{T_1} = -\frac{q_2}{T_2}, \text{ або } \frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0. \quad (1.101)$$

Останнє рівняння у загальному виді можна записати наступним чином:

$$\sum \frac{q}{T} = 0, \quad (1.102)$$

а для елементарного оборотного циклу Карно

$$\sum \frac{\partial q}{T} = 0. \quad (1.103)$$

Відношення кількості теплоти до абсолютної температури, при котрій ця теплота підводиться або відводиться, називають **приведеною теплотою**. Отже для **оборотного циклу Карно алгебраїчна сума приведених теплот дорівнює нулю**. Вираз (1.102) називають **тепловою характеристикою оборотного циклу Карно**.

Отриманий висновок є справедливим не тільки для циклу Карно, а й для будь-якого оборотного циклу. У довільному оборотному циклі можна зазначити елементарні цикли Карно, для кожного із котрих виконується рівняння (1.103). Тоді для будь-якого циклу, який містить у собі нескінченно велику кількість цих елементарних циклів, після інтегрування за замкнутим контуром ми отримаємо

$$\oint \frac{\partial q}{T} = 0. \quad (1.104)$$

Рівняння (1.104) було виведене Клаузіусом у 1854р. Воно являє собою математичне вираження 2-го закону термодинаміки для довільного оборотного циклу і називається **першим інтегралом Клаузіуса**. Тобто **інтегральна сума приведених теплот для будь-якого оборотного циклу дорівнює нулю**.

Для необоротних циклів, що характерно для реальних теплових двигунів, термічний ККД буде менше, ніж для оборотного циклу:

$$\eta_{\text{іаіаіаіа}} < \eta_{\text{іаіаіа}} .$$

Це відбувається внаслідок тертя, дифузії й інших односторонньо спрямованих процесів. У цьому випадку можна записати

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ або } \frac{q_2}{T_2} + \frac{q_1}{T_1} < 0.$$

У загальному виді теплова характеристика необоротного циклу Карно

$$\sum \frac{q}{T} < 0, \quad (1.105)$$

а для елементарного необоротного циклу Карно

$$\sum \frac{\partial q}{T} < 0. \quad (1.106)$$

Якщо взяти будь-який необоротний цикл, то аналогічно аналізу оборотного циклу отримаємо

$$\oint \frac{\partial q}{T} < 0. \quad (1.107)$$

Нерівність (1.107) являє собою математичне вираження 2-го закону термодинаміки для довільного необоротного циклу і називається **другим інтегралом Клаузіуса**.

Поєднуючи обидва рівняння (1.104) і (1.107), можна математичне вираження 2-го закону термодинаміки подати у наступному виді:

$$\oint \frac{\partial q}{T} \leq 0. \quad (1.108)$$

Знак рівності відноситься до оборотних, а знак нерівності – до необоротних циклів. Вираження (1.108) називають **об'єднаним інтегралом Клаузіуса**.

### 1.3.5 Питання для самоконтролю

- 1 Які формулювання другого закону термодинаміки ви знаєте?
- 2 Що називають термічним ККД?
- 3 Що характеризує термічним ККД?
- 4 Опишіть прямий цикл Карно.
- 5 З яких етапів складається прямий оборотний цикл Карно?

- 6 У чому полягає практичне значення циклу Карно?
- 7 Як визначається холодильний коефіцієнт?
- 8 Наведіть формулювання першого інтегралу Клаузіуса.
- 9 Наведіть формулювання другого інтегралу Клаузіуса.
- 10 Наведіть формулювання об'єднаного інтегралу Клаузіуса.

## 1.4 Реальні гази

### 1.4.1 Властивості реальних газів

Реальні гази відрізняються від ідеальних тим, що у молекул цих газів є об'єм і вони зв'язані між собою силами взаємодії, що мають електромагнітну і квантову природу. Відмінність властивостей реальних газів від ідеальних виключило можливість застосування до них у чистому виді законів ідеального газу. При практичних розрахунках властивостей реальних газів широке застосування знаходить відношення

$$c = P v / R T . \quad (1.109)$$

Величину  $c$  називають **коефіцієнтом стискальності**.

Для ідеальних газів при будь-яких умовах  $c=1$ . Для реальних газів значення коефіцієнта стискальності в залежності від тиску і температури може бути більше чи менше 1, і тільки при дуже малих тисках і високих температурах воно практично дорівнює одиниці, тоді реальні гази можна розглядати як ідеальні. Виходячи з цього, коефіцієнт стискальності характеризує відхилення властивостей реального газу від властивостей ідеального.

У зв'язку з відмінністю властивостей реального газу від властивостей ідеального потрібно мати інші рівняння стану, що зв'язували б значення  $P$ ,  $v$ ,  $T$  і давали би можливість розраховувати властивості реальних газів для різних умов. Було запропоновано багато різних рівнянь стану реальних газів, але жодне з них не вирішує проблему для загального випадку.

Розвиток кінетичної теорії газів дозволив встановити точне рівняння стану реальних газів у формі так названого віріального ряду

$$Pv = B_0 + B_1 \frac{1}{v} + B_2 \frac{1}{v^2} + B_3 \frac{1}{v^3} + \dots, \quad (1.110)$$

де  $B_0, B_1, B_2, B_3 \dots$  – віріальні коефіцієнти.

Рівняння подібного виду було розроблено у 1937–1946 роках американським фізиком Дж. Майором і незалежно від нього радянським математиком Н.Н. Боголюбовим. Воно має наступний вид

$$Pv = RT \left[ 1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{n}{n+1} \frac{B_n}{v^n} \right]. \quad (1.111)$$

Віріальні коефіцієнти виражаються через потенційну енергію взаємодії молекул даного газу і температуру  $T$ . Для газів з нулевою густиною (ідеальний газ) рівняння (1.111) перетворюється на рівняння Клапейрона.

Однак рівняння (1.110), (1.111) в загальному виді не можуть бути використані для безпосередніх розрахунків реальних газів. Тому для окремих випадків отримано розрахункові рівняння того чи іншого реального газу. Через складність обчислення віріальних коефіцієнтів звичайно обмежуються розрахунком перших двох коефіцієнтів. Тоді розрахункове рівняння набуде виду

$$Pv = RT \left[ 1 - \frac{A}{v} - \frac{B}{v^2} \right], \quad (1.112)$$

де  $A$  і  $B$  – перший і другий віріальні коефіцієнти, які є функцією тільки температури.

При розрахунках властивостей багатьох реальних газів рівняння такого типу одержали велике поширення. Найбільш простим рівнянням, яке якісно і вірно відображає поведінку реального газу, є рівняння, запропоноване Ван-дер-Ваальсом у 1873 році. Ним було введено дві поправки до рівняння Клапейрона:

$$\left( P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT, \quad (1.113)$$

де  $a$  і  $b$  – сталі для даного газу, які враховують, відповідно, сили взаємодії та розмір молекул.

Відношення  $a/v^2$  у першому множнику характеризує додатковий тиск, під яким знаходиться реальний газ внаслідок сил зціплення між молекулами. У другому множнику  $b$  враховує зменшення об'єму, в якому рухаються молекули реального газу, внаслідок того, що вони самі мають

об'єм. Легко побачити, що стосовно до ідеального газу це рівняння набуває виду рівняння стану Клапейрона.

У 1939 році радянськими вченими М.П. Вукаловичем і М.І. Новіковим було отримано рівняння стану реальних газів з урахуванням впливу асоціації і дисоціації молекул цих газів:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \left(1 - \frac{C}{vT^{\frac{3+2m}{2}}}\right), \quad (1.114)$$

де  $a$ ,  $b$  – сталі рівняння Ван-дер-Ваальса, які наводяться у довідниках;

$c$ ,  $m$  – коефіцієнти, що залежать від природи газу, визначаються експериментально і наводяться в довідкових таблицях.

Для практичних цілей користуватися наведеними рівняннями стану реального газу незручно внаслідок їх складності і необхідності виконання трудомістких розрахунків. На практиці для опису термодинамічних властивостей реальних технічно важливих речовин в широкій області параметрів стану виникає необхідність їх експериментального дослідження. Серед всіх термодинамічних параметрів безпосередньо виміру підлягають тиск  $P$ , температура  $T$  і питомий об'єм  $v$ . Друга частина термодинамічних параметрів визначається математичним шляхом. На основі отриманих даних будують таблиці і діаграми, які безпосередньо й використовують. Наприклад, для водяної пари існують таблиці водяної пари і ентальпійно-ентропійні діаграми водяної пари.

У багатьох галузях народного господарства в якості робочого тіла використовують пари різних речовин (води, аміаку, вуглекислого газу, фреонів й ін.) та атмосферне повітря. Найбільш дешевими і легкодоступними газами, які найчастіше використовуються, є водяна пара та атмосферне повітря.

### **1.4.2 Водяна пара**

Водяна пара широко використовується в різноманітних галузях промисловості основним чином в якості теплоносія в теплообмінних апаратах і як робоче тіло в паросилових установках. Це пояснюється широким розповсюдженням води, її дешевизною і нешкідливістю для



здоров'я людини. Вона також застосовується для розпилу мазуту за допомогою форсунок при його спаленні, у парових сушилах для різноманітних теплоізоляційних матеріалів (торф'яні плити і т.ін.).

При високому тиску і відносно низькій температурі пара, яку використовують у названих агрегатах, близька до стану рідини, тому знехтувати силами зціплення між її молекулами і їх об'ємом, як у ідеальних газах, не можна. Отже, рівняння стану ідеальних газів не підходить для отримання параметрів стану водяної пари. На практиці для цієї цілі широко використовують отримані експериментально таблиці водяної пари і ентальпійно-ентропійну діаграму водяної пари.

Спочатку, перед тим, як ми перейдемо до розгляду цих таблиць і діаграм, необхідно визначити деякі поняття.

Процес перетворення речовини з рідкого стану на газоподібний називають **пароутворенням**. Пароутворення, що відбувається завжди при будь-якій температурі з вільної поверхні рідини чи твердого тіла називають **випаром**. Сутність процесу **випару** полягає в тому, що окремі молекули, які мають великі швидкості, переборюють притягання сусідніх молекул і вилітають у навколишній простір. Інтенсивність випару зростає зі збільшенням температури.

Процес **кипіння** полягає в тому, що якщо до рідини підводити теплоту, то при деякій температурі, яка залежить від фізичних властивостей робочого тіла і тиску, настає процес пароутворення як на вільній поверхні рідини, так і у її середині.

Перехід речовини з газоподібного стану в рідкий, тобто процес, оборотний пароутворенню, називається **конденсацією**. Процес конденсації, так само як і процес пароутворення, протікає при постійній температурі, якщо при цьому тиск не змінюється.

Якщо помістити воду в закриту судину, то молекули, що випаровуються з вільної поверхні, будуть заповнювати простір над рідиною. Одночасно частина молекул буде знову повертатися до рідини. У деякий момент кількість молекул, що вилітають з рідини, буде дорівнювати кількості молекул, що повертаються. У цей момент у просторі над рідиною буде знаходитися максимально можлива кількість молекул. Пара в цьому стані має максимальну густину при даній температурі і називається **насиченою водяною парою**, тобто парою, що стикається з рідиною і знаходиться з нею в термічній рівновазі. Зі зміною температури рідини рівновага порушується, викликаючи відповідну зміну густини і

тиску насиченої пари. Основна властивість насиченої водяної пари полягає в тому, що її температура є функцією її тиску, який є однаковим з тиском середовища, в якому відбувається процес кипіння. Тому температура кипіння називається також **температурою насичення** і позначається  $t_n$  ( $T_n$ ). Тиск, який відповідає  $t_n$ , називається тиском насичення (позначається  $P_n$  або  $P$ ).

При кипінні пара утворюється до тих пір, доки не випариться остання капля рідини. Цьому моменту буде відповідати насичена водяна пара, у якій відсутні високодисперсні частинки рідкої фази у завислому стані, і яка називається **сухою насиченою парою**. Стан сухої насиченої пари можна визначити тільки одним параметром – або тиском, або питомим об'ємом, або температурою.

Водяна пара, яку отримано при неповному випарі води, і у яка містить високодисперсні частинки рідкої фази у завислому стані, рівномірно розподілені по всій масі пари, називається **вологою насиченою парою**.

Для характеристики вологої насиченої пари використовують поняття ступеня сухості  $x$ , який дорівнює відношенню маси сухої насиченої пари до сумарної маси вологої насиченої пари. Слід зазначити, що:

- для киплячої рідини –  $x = 0$ ;
- для сухої насиченої пари –  $x = 1$ ;
- для вологої насиченої пари –  $0 < x < 1$ .

Масова частка киплячої рідини у вологій парі, яка дорівнює  $\varphi = 1 - x$ , називається **ступенем вологості пари**. Ступень сухості і ступень вологості виражаються в долях одиниці, або у відсотках. Наприклад, ступень сухості  $x = 0,85$  показує, що суміш містить 85% сухої пари і 15% киплячої рідини.

Стан вологої пари визначається двома параметрами: температурою (чи тиском) і ступенем сухості пари.

Якщо сухій насиченій парі надати деяку кількість теплоти при постійному тиску, то температура її буде зростати. Тобто якщо температура пари більше температури сухої насиченої пари при тому ж тиску, то таку пару називають **перегрітою**. Різницю між температурою перегрітої пари і температурою сухої насиченої пари при тому ж тиску називають ступенем перегріву.

Оскільки питомий об'єм перегрітої пари більше питомого об'єму сухої насиченої пари (так як  $P = \text{const}$ ,  $t_{nep} > t_n$ ), то густина перегрітої пари буде менше густини сухої насиченої пари. Тому перегріта пара є

ненасиченою. За своїми властивостями перегріта пара наближається до газів і тим більше, чим більше ступінь її перегріву.

У парових котлах пар з води утворюється при постійному тиску, тому розглянемо процес пароутворення при  $P = \text{const}$ . Усі зміни стану рідини і пари будемо відмічати на  $Pv$ -діаграмі (рис. 1.17).

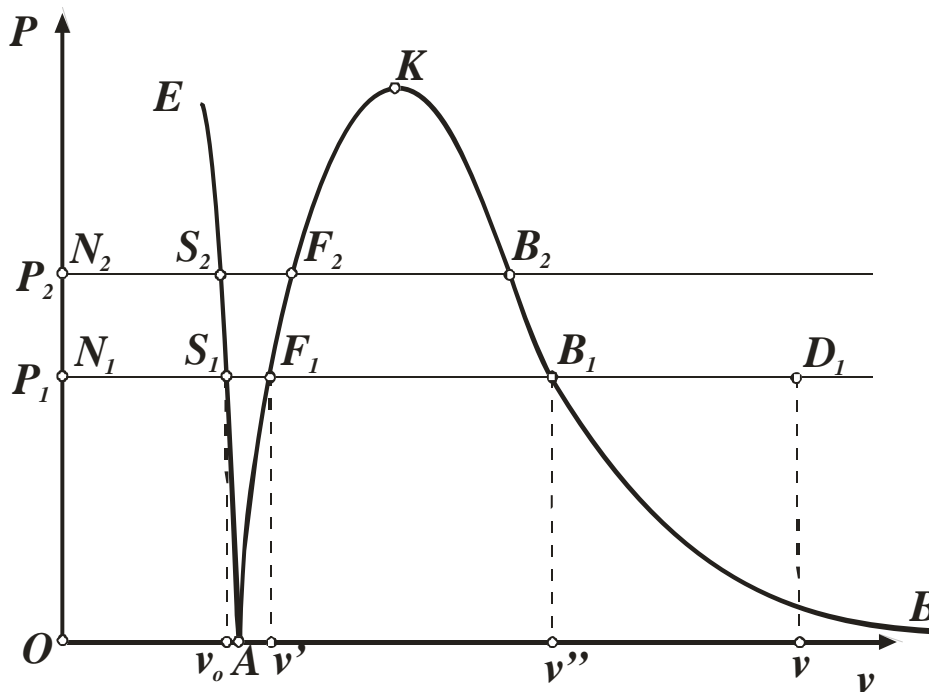


Рисунок 1.17 – Процес пароутворення в  $Pv$ -діаграмі

Увесь процес утворення перегрітої пари при  $P = \text{const}$  складається з трьох послідовних фізичних процесів:

- 1) підігрів рідини до температури насичення  $t_n$ ;
- 2) пароутворення при  $t_n = \text{const}$ ;
- 3) перегрів пари, що супроводжується підвищенням температури.

Нехай циліндр містить 1 кг води при температурі  $0^\circ\text{C}$ , на поверхню якої за допомогою поршня діє постійний тиск  $P_1$ . Об'єм води, що знаходиться під поршнем, дорівнює питомому об'єму  $v_o$  при  $0^\circ\text{C}$ . Будемо вважати для спрощення, що вода є практично **нестисливою** рідиною і має найбільшу густину при  $0^\circ\text{C}$ , а не при  $4^\circ\text{C}$ . На рисунку 1.17 цей стан зображено точкою  $S_1$ . При нагріванні циліндра і передачі теплоти до води температура її буде підвищуватися, об'єм зростати. При досягненні  $t = t_n$  рідина закипить і почнеться процес пароутворення (точка  $F_1$ ). Питомий об'єм води у точці  $F_1$  позначимо як  $v'$ . Він відповідає киплячій воді і досягає при даному тиску максимального значення.

При подальшому нагріванні за рахунок пароутворення кількість води зменшується, а кількість пари зростає. У момент закінчення пароутворення в точці  $B_1$  в циліндрі знаходиться тільки пара, яка є сухою насиченою. Питомий об'єм цієї пари позначається як  $\nu''$ . Так як процес пароутворення протікає при  $P=\text{const}$ , то температура води і пари не змінюються і процес  $F_1-B_1$  є одночасно ізобарним й ізотермічним.

Якщо надалі до сухої насиченої пари підводити теплоту, то її температура й об'єм будуть зростати, а пара із сухої насиченої перейде в перегріту (точка  $D_1$ ).

Для позначення величин, які відносяться до різних станів води і пари, встановлено наступну індексацію:

- величина з індексом « $\rho$ » – відноситься до початкового стану води;
- величина з індексом « $'$ » – відноситься до води, нагрітої до температури кипіння;
- величина з індексом « $''$ » – відноситься до сухої насиченої пари;
- величина з індексом « $x$ » – відноситься до вологої насиченої пари.

Проведемо процес пароутворення при будь-якому іншому тиску  $P_2$ . У результаті ми отримуємо відповідні точки на діаграмі  $S_2$ ,  $F_2$  і  $B_2$  (рис. 1.17). Для будь-якого тиску  $P_n$  ми отримуємо відповідний набір точок  $S_n$ ,  $F_n$  і  $B_n$ . Після з'єднання всі цих точок плавною кривою ми отримуємо криву  $EAKB$ , зображену на рисунку 1.17.

Крива  $EA$  виражає залежність питомого об'єму води від тиску при температурі  $0^\circ\text{C}$ . Крива  $EA$  практично рівнобіжна осі ординат, тому що вода – речовина практично нестислива.

Крива  $AK$  показує залежність питомого об'єму киплячої води від тиску, її називають **граничною кривою рідини (нижня гранична крива)**. Характеристикою кривої  $AK$  є ступінь сухості  $x=0$ .

Крива  $KB$  виражає залежність питомого об'єму сухої насиченої пари від тиску, вона називається **граничною кривою пари (верхня гранична крива)**. Характеристикою кривої  $KB$  є ступінь сухості  $x=1$ .

Точку  $A$  (вода знаходиться одночасно в рідкому, твердому і газоподібному станах) називають **потрійною точкою води**, її параметри:  $P_0 = 0,00611$  бар,  $T_0 = 273,16$  К,  $\nu_0 = 0,001$  м<sup>3</sup>/кг. Ізобара  $AB$  відповідає

станам рівноваги всіх трьох фаз, вона практично співпадає з віссю абсцис ( $P_0=0,00611$  бар).

Точка зустрічі граничних кривих  $K$  називається **критичною точкою**. Критична точка є кінцевою точкою фазового переходу «вода – пара», що починається в потрійній точці води  $A$ . Вище точки  $K$  існування води в двофазному стані неможливе. Параметри критичної точки для води:  $T_K = 647,266$  К;  $v_K = 0,003147$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_K = 22,1145$  МПа. Критична температура є максимальною температурою насиченою пари. При більш високій температурі можуть знаходитися лише перегріті пари та газу.

Розглянуті криві розподіляють координатну площину на окремі зони:

- між віссю ординат і кривою  $EA$  – «лід»;
- між кривою  $EA$  і нижньою граничною кривою  $AK$  – «вода»;
- між нижньою і верхньою граничними кривими  $AK$  і  $KB$  – «вода+пара»;
- вправо і догори від  $KB$  – «перегріта пара».

Тепер розглянемо  $Ts$ -діаграму процесу пароутворення при заданому тиску  $P_1$  (рис 1.18). Цінність цієї діаграми полягає в тому, що площа під кривою процесу відповідає кількості теплоти, яку підведено або відведено від робочого тіла. В  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах кожна точка зображує відповідний стан тіла, тому кожній точці однієї діаграми відповідає точка другій. Перенесемо по точках процес пароутворення із  $Pv$ -діаграми при  $P=\text{const}$  в  $TS$ -діаграму. Оскільки ентропія рідини при  $0^\circ\text{C}$  приймається умовно за нуль, то точка  $S_1$  в  $Ts$ -діаграмі буде знаходитися на осі ординат на  $213,15$  К вище абсолютного нуля. Нагрівання води від  $0^\circ\text{C}$  до температури насичення  $T_n$  протікає за законом логарифмічної кривої  $S_1F_1$ . Процес пароутворення при  $T_n=\text{const}$  зображується горизонтальною прямою  $F_1B_1$ . Перегрів пари характеризується логарифмічною кривою  $B_1D_1$ . При цьому ізобара перегріву пари є більш крутою ніж ізобара нагріву рідини.

Площа під кривою процесу на  $Ts$ -діаграмі відповідає кількості теплоти, яку підведено або відведено від робочого тіла. Тому кількість теплоти, яку необхідно затратити на нагрів води від температури  $0^\circ\text{C}$  до температури насичення  $T_n$  дорівнює площі під кривою  $S_1F_1$ . З деяким допущенням вона дорівнює питомій ентальпії киплячої води  $h'$ .

Точка  $B_1$  на  $Ts$ -діаграмі характеризує кінець пароутворення – стан

сухої насиченої пари. Кількість теплоти, що витрачається на повне перетворення води на пару дорівнює площі прямокутника під прямою  $F_1B_1$  (рис. 1.18), тобто

$$r = T_n(s'' - s'). \quad (1.115)$$

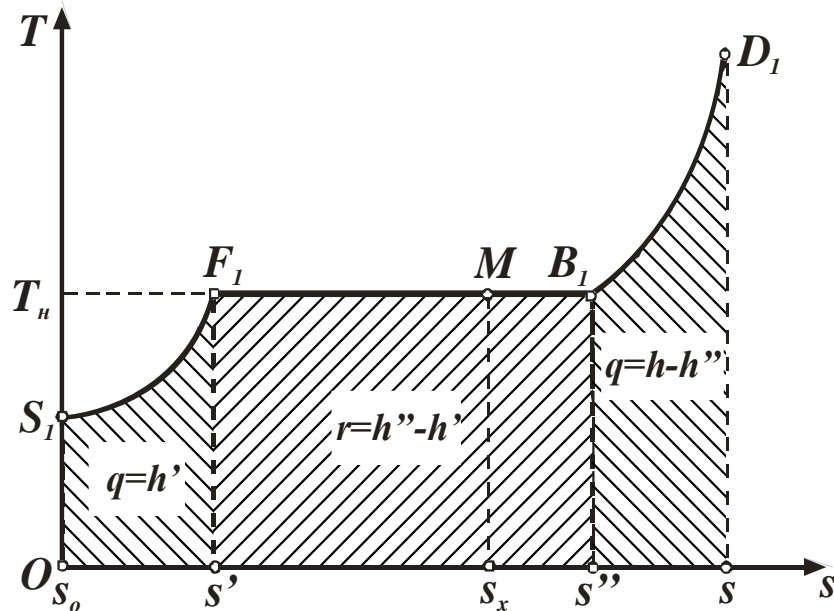


Рисунок 1.18 – Процес пароутворення в  $Ts$ -діаграмі

Кількість теплоти, яку витрачено на пароутворення 1 кг води при температурі кипіння до сухої насиченої пари, називається **питомою теплотою пароутворення** і позначається  $r$ , кДж/кг.

З іншого боку, теплоту пароутворення можна визначити як різницю ентальпій сухої насиченої пари і киплячої рідини (рис. 1.18), тому що при ізобарному процесі теплота процесу дорівнює зміні ентальпії в цьому процесі.

Якщо наприкінці випару ми одержуємо вологу пару (наприклад, точка  $M$ ) зі ступенем сухості  $x$ , то кількість теплоти, яку витрачено на цей процес випару, визначається площею під лінією  $F_1M$ :

$$(s_x - s') T_n = r x. \quad (1.116)$$

Тоді ступінь сухості можна знайти зі співвідношення

$$x = F_1M / MB_1 = (s_x - s') / (s'' - s'). \quad (1.117)$$

Лінія  $B_1D_1$  характеризує нагрівання сухої насиченої пари, тобто одержання перегрітої пари. Теплота, що при цьому витрачається, дорівнює площі під кривою  $B_1D_1$  або  $q_n = h - h''$  (див. рис. 1.18).

Якщо процес пароутворення зобразити на  $Ts$ -діаграмі для різних тисків  $P_n$ , то ми отримуємо діаграму наступного виду (рис. 1.19).

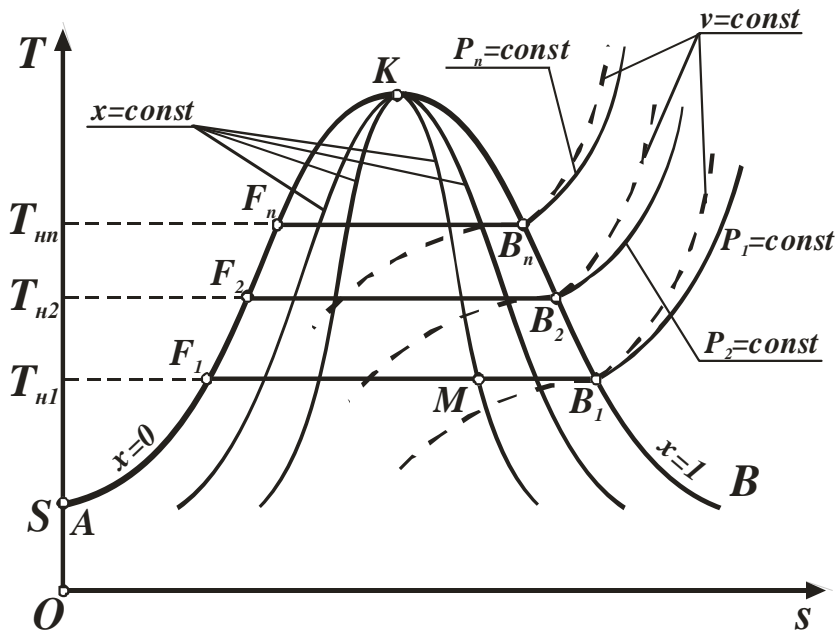


Рисунок 1.19 –  $Ts$ -Діаграма водяної пари

На  $Ts$ -діаграмі (рис. 1.19) водяної пари:

- точка  $A$  відповідає потрійній точці води ( $s_0=0, T_0=273,16 \text{ K}$ );
- лінія  $AK$  є нижньою граничною кривою, вона відповідає киплячій воді;
- лінія  $KB$  – це верхня гранична крива, вона відповідає сухій насиченій парі;
- лівіше лінії  $AK$  знаходиться область води;
- між лініями  $AK$  і  $KB$  – двофазна область вологої насиченої пари;
- вправо і догори від лінії  $KB$  – область перегрітої пари;
- точка  $K$  – критична точка.

В області вологої пари будують криві постійного ступеня сухості  $x = \text{const}$  (див. рис. 1.19). На діаграму наносять також ізохори ( $v = \text{const}$ ), які в області вологої пари являють собою криві, що направлені випуклістю догори, а в області перегрітої пари ізохори мають характер, аналогічний ізобарам, але вони крутіше, ніж останні.

## Таблиці теплофізичних властивостей води і водяної пари

Для практичних розрахунків теплоенергетичних процесів, в яких використовується водяна пара, необхідно знати термодинамічні параметри киплячої води і сухої насиченої пари. Аналітичні залежності між параметрами водяної пари занадто складні; щоб їх можна було використовувати в повсякденних розрахунках. Тому на основі цих розрахунків складено таблиці і діаграми, якими користуються для визначення параметрів стану водяної пари.

Це три основні таблиці ... водяної пари: дві таблиці сухої насиченої пари і вода на кривій насичення (додаток Г) і таблиця ... для води і перегрітої пари. Стан киплячої води і сухої насиченої пари визначається тільки одним параметром, тому за відомим тиском чи температурою за даними таблиці ... можна визначити необхідні термодинамічні параметри. Тому таблицю Г.1 додатка Г побудовано за аргументом температура, значення якої знаходяться в першій вертикальній графі; у подальших вертикальних графах розміщені відповідні цій температурі значення параметрів  $P_n$ ,  $v'$ ,  $v''$ ,  $h'$ ,  $h''$ ,  $r$ . Один штрих при позначенні параметрів відноситься до води, два штрихи – до сухої насиченої пари. Значення  $v'$  і  $h'$  відповідають киплячій воді при зазначеному тиску насичення  $P_n$ , однак якщо воду вважати нестисливою, то ці значення можна віднести і до тисків, більш високих, ніж ті, що є у другій графі (при більш низькому тиску робоче тіло знаходиться у стані перегрітої пари).

Значення ентальпій  $h'$  і  $h''$  характеризують кількості тепла, підведена до робочого тіла для нагріву від 0 °С до даного стану у процесі  $P=\text{const}$ . За нульовий стан, від якого відраховуються величини ентальпії і ентропії, умовно прийняли стан води в потрібній точці.

Ті ж дані, що і в таблиці Г.1 додатка Г, наведено й у таблиці Г.2 додатка Г, але тут в якості аргумент узято тиск, значення якого знаходяться в першій вертикальній графі. Таким чином, якщо стан насиченої водяної пари або води задано температурою, треба звертатися до таблиці Г.1 додатка Г, якщо тиском – до таблиці Г.2 додатка Г.

Питома внутрішня енергія водяної пари визначається із загальної формули для ентальпії (див. пункт 1.2.5):

$$u = h - P v. \quad (1.118)$$

Термодинамічні параметри вологої насиченої пари визначаються за правилом адитивності:



$$v_x = x v'' + (1 - x) v' = v' + x (v'' - v'); \quad (1.119)$$

$$h_x = h' + x (h'' - h') = h' + r x; \quad (1.120)$$

$$s_x = s' + x (s'' - s') = s' + r x / T_H; \quad (1.121)$$

$$u_x = h_x - P v_x. \quad (1.122)$$

Таблиця ... для води і перегрітої пари містить дані про воду (з урахуванням її стискальності) і перегріту пару [2, додаток IV]: ці значення відокремлені один від одного жирною східчастою лінією (ліворуч для води, праворуч – для перегрітої пари). Для кожного стану перегрітої пари, заданого значеннями тиску  $P$  (вертикальна графа), і температури  $t$  (горизонтальна графа), наводяться звичайно три значення параметрів:  $v, h, s$ .

### Ентальпійно-ентропійна діаграма водяної пари

Через складність аналітичних залежностей для реальних газів разом із табличними даними використовують графічні методи розв'язання теплотехнічних задач. Серед діаграм найбільш широке поширення отримала **hs-діаграма** водяної пари (додаток Д). Достоїнством цієї діаграми є те, що технічна робота і кількість теплоти на ній зображуються відрізками ліній, а не площами, як у  $Ts$ -діаграмі. Діаграма будується шляхом переносу числових даних таблиць водяної пари в  $hs$ -координати (рис. 1.20).

За початок координат прийнято стан води в потрібній точці ( $s_0=0; h_0=0$ ). При будові цієї діаграми перш за все на ній за табличними даними... наносять обидві граничні криві, тобто для різних станів киплячої води і сухої насиченої пари наносять значення ентальпії і ентропії для води при температурі кипіння і для сухої насиченої пари. Потім будують ізобари й ізотерми, які в області вологої насиченої пари співпадають. Лінії ізобар-ізотерм в області вологої пари являють собою віяло прямих похилих ліній, тангенс кута нахилу яких дорівнює абсолютній температурі даного стану. Крайня ізобара критичного тиску йде найбільш круто. Звідси випливає, що точка К лежить не на вершині, як у  $Ts$ -діаграмі, а на лівому схилі граничній кривій.

В області перегрітої пари ізобари й ізотерми розходяться, ізобари мають логарифмічну залежність, а ізотерми поступово переходять у

горизонтальні прямі. На діаграму наносять лінії постійного питомого об'єму, що йдуть крутіше ізобар. В області вологої насиченої пари також наносять лінії постійного ступеня сухості.

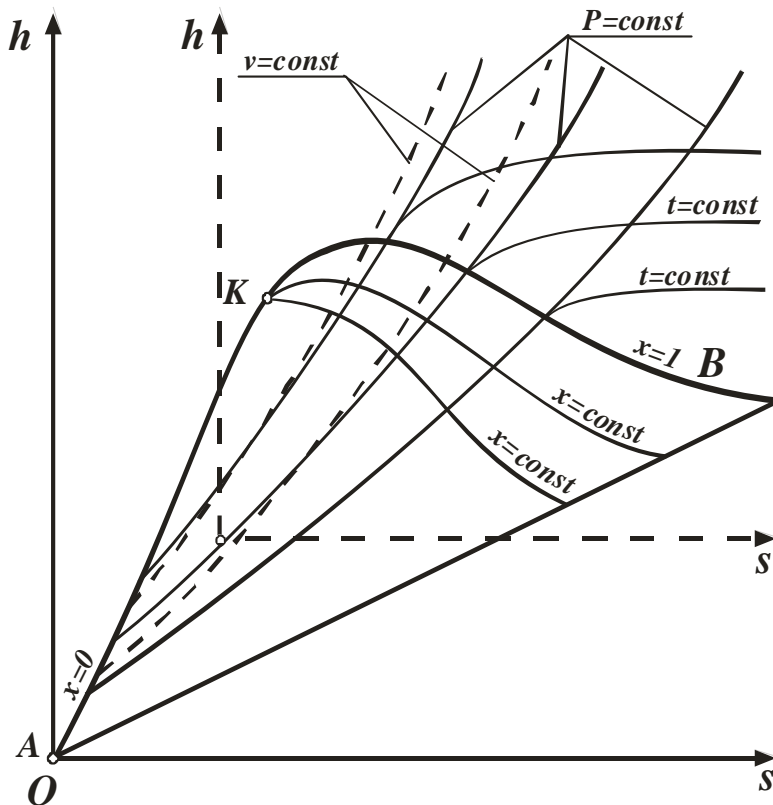


Рисунок 1.20 –  $hs$ -діаграма водяної пари

Як і на  $Ts$ -діаграмі на  $hs$ -діаграмі водяної пари (рис. 1.20)

- точка  $A$  відповідає потрійній точці води;
  - лінія  $AK$  є нижньою граничною кривою і відповідає киплячій воді;
  - лінія  $KB$  – верхня гранична крива, яка відповідає сухій насиченій парі;
- парі;
- лівіше лінії  $AK$  знаходиться область води;
  - між лініями  $AK$  і  $KB$  – двофазна область вологої насиченої пари;
  - вправо і догори від лінії  $KB$  – область перегрітої пари;
  - точка  $K$  – критична точка.

**$hs$ -діаграма** дуже зручна у використанні. Для визначення параметрів водяної пари необхідно просто знайти на діаграмі точку, яка відповідає даному стану. При знаходженні точки на  $hs$ -діаграмі необхідно знати:

- в області вологої пари – 2 параметри:  $x$  і  $P$  ( $T, v$ );
- кипляча вода (лінія  $AK$ ) – 1 параметр:  $P$  ( $T, v$ );
- суха насичена пара (лінія  $KB$ ) – 1 параметр:  $P$  ( $T, v$ );

- перегріта пара – 2 параметри:  $P$  и  $T$ .

Звичайно всю діаграму не виконують, а будують тільки її верхню частину, яка найбільш часто використовується у практиці розрахунків (див. рис. 1.20). Це дає можливість зображувати її в більш великому масштабі.

Для аналізу роботи паросилових установок велике значення мають ізохорний, ізобарний, ізотермічний і адіабатний процеси. Розрахунки цих процесів можна виконати або за допомогою таблиць ... води і водяної пари, або за допомогою  $hs$ -діаграми. Перший спосіб більш точний, але другий більш простий і наочний.

Загальний метод розрахунку за діаграмою полягає в наступному. За відомими параметрами наноситься початковий стан робочого тіла, потім проводиться лінія процесу і визначаються його параметри в кінцевому стані. Далі розраховують зміну внутрішньої енергії, визначають кількість теплоти і роботу в даному процесі. Розглянемо основні термодинамічні процеси на  $hs$ -діаграмі.

**Ізохорний процес** ( $v=\text{const}$ ). На рисунку 1.21, а зображено ізохорний процес на  $hs$ -діаграмі. Так як робота ізохорного процесу дорівнює нулю  $l=0$ , то згідно з першим законом термодинаміки кількість теплоти у даному процесі дорівнює зміні внутрішньої енергії, яку розраховують за рівнянням

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - P_2 v_2) - (h_1 - P_1 v_1). \quad (1.123)$$

Параметри початкового і кінцевого станів водяної пари, що входять до цього рівняння ( $P, h, v$ ), визначають за  $hs$ -діаграмою. Зміну ентропії  $\Delta s$  як і зміну ентальпії  $\Delta h$  визначають за  $hs$ -діаграмою.

**Ізобарний процес** ( $P=\text{const}$ ). На рисунку 1.21,б подано ізобарний процес в  $hs$ -діаграмі. Кількість теплоти, що бере участь у процесі, знаходять через різницю ентальпій  $\Delta h$  – рівняння (1.72). Зміну внутрішньої енергії визначають за рівнянням (1.123). Роботу ізобарного процесу розраховують за рівнянням (1.71) або за допомогою першого закону термодинаміки (1.51), (1.52). Усі параметри початкового і кінцевого станів водяної пари, що входять до розрахункових рівняння, визначають за  $hs$ -діаграмою.

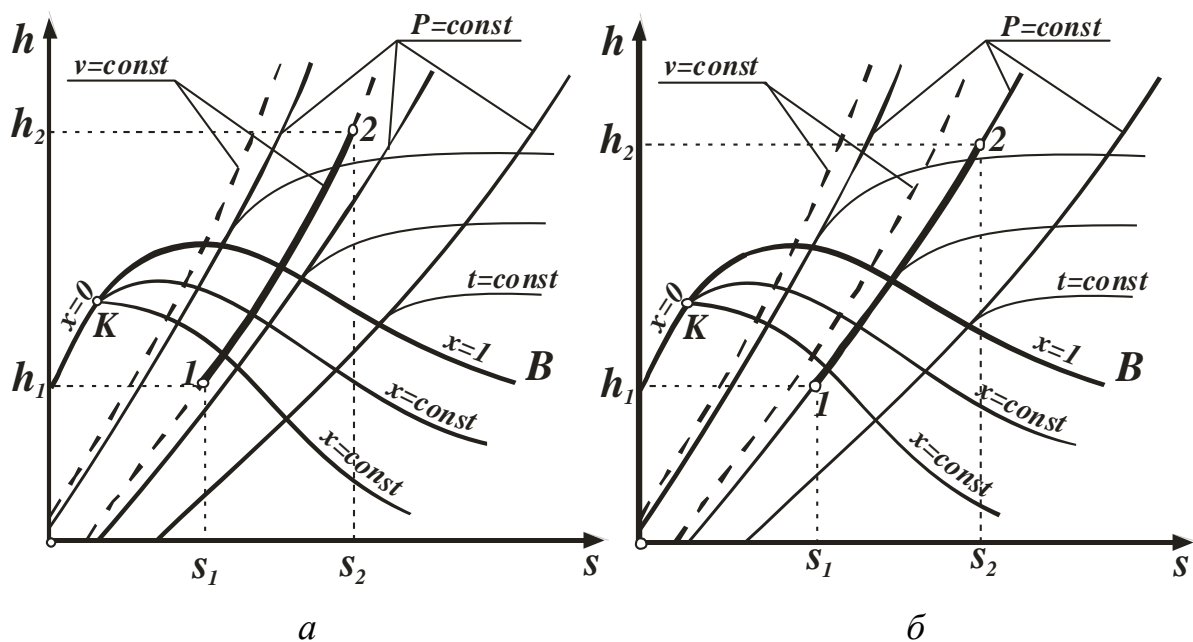


Рисунок 1.21 – Ізохорний (а) й ізобарний (б) процеси в  $hs$ -діаграмі водяної пари

**Ізотермічний процес ( $T=const$ ).** На рисунку 1.22, а зображено ізотермічний процес в  $hs$ -діаграмі. Зміна внутрішньої енергії в ізотермічному процесі водяної пари відбувається за рахунок зміни її потенційної частини, причому при зростанні об'єму пари внутрішня енергія збільшується і навпаки, тому вона не дорівнює нулю  $\Delta u \neq 0$  і розраховується за рівнянням (1.123). Теплота процесу визначається за рівнянням

$$q = T(s_2 - s_1). \quad (1.124)$$

Роботу розраховують за допомогою першого закону термодинаміки (1.51), (1.52). Зміну ентропії  $\Delta s$  і зміну ентальпії  $\Delta h$  визначають за  $hs$ -діаграмою.

**Адіабатний процес ( $q=0$ ).** На рисунку 1.22,б подано адіабатний процес, що протікає без участі тепла, а значить і без зміни ентропії ( $\Delta s=0$ ). Тому на  $hs$ -діаграмі графік процесу являє собою вертикальну пряму. Зміну внутрішньої енергії для адіабатного процесу визначають, як і для інших процесів, за рівнянням (1.123). Згідно з першим законом термодинаміки (1.51) робота процесу чисельно дорівнює зміні внутрішньої енергії  $l = -\Delta u$ .

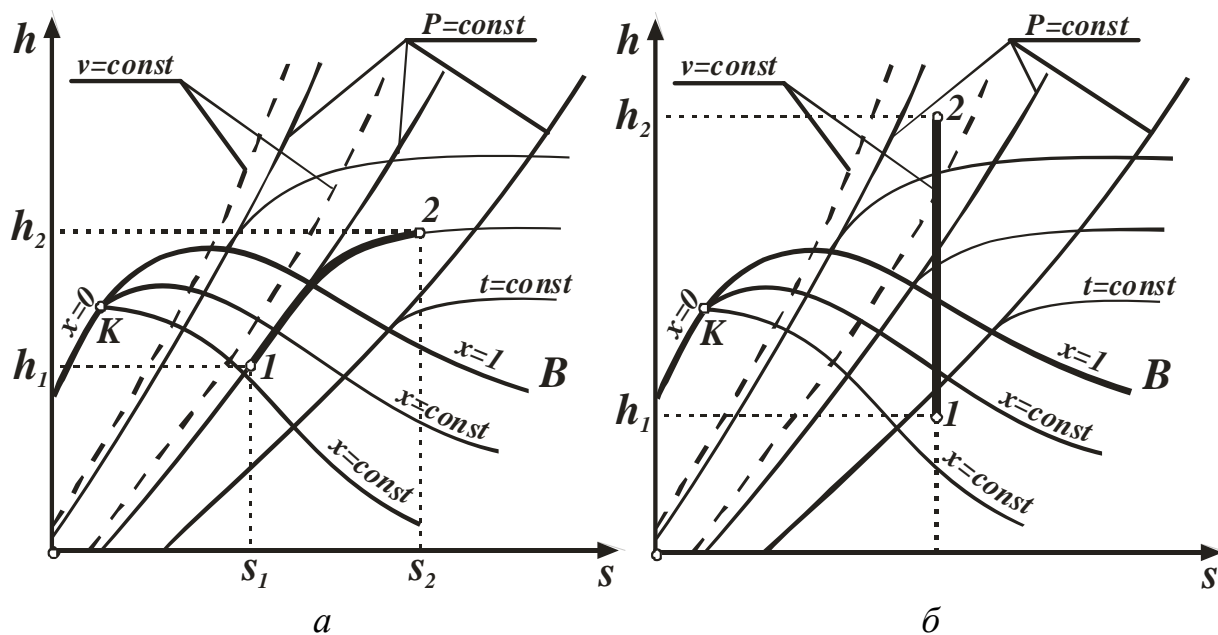


Рисунок 1.22 – Ізотермічний (а) та адіабатний (б) процеси в  $hs$ -діаграмі водяної пари

Процес при постійному ступені сухості ( $x=const$ ) (рис. 1.23).

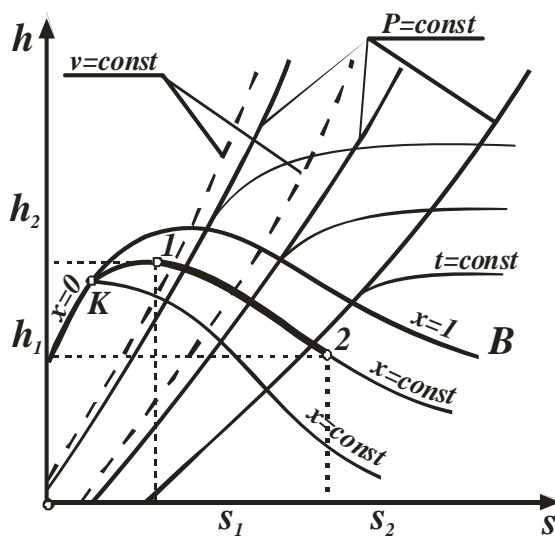


Рисунок 1.23 – Процес при постійному ступені сухості в  $hs$ -діаграмі водяної пари

Кількість теплоти в цьому процесі приблизно можна розрахувати за рівнянням

$$q = \frac{T_1 + T_2}{2} (s_2 - s_1), \quad (1.125)$$

тому що лінії  $x = \text{const}$  в  $Ts$ -діаграмі майже прямі. Зміну внутрішньої енергії визначають, як і для інших процесів, за рівнянням (1.123). Роботу визначають з першого закону термодинаміки (1.51):  $l = q - \Delta u$ .

### 1.4.3 Вологе повітря

Атмосферне повітря, яке в основному складається з кисню, азоту, вуглекислого газу, завжди містить деяку кількість водяної пари. Суміш сухого повітря і водяної пари називається **вологим повітрям**. Принциповою відмінністю вологого повітря від інших газових сумішей є те, що кількість водяної пари в суміші з повітрям не може перевищувати певної величини.

Вологе повітря при даному тиску і температурі може містити різну кількість водяної пари. Водяна пара у вологому повітрі може знаходитися в трьох станах: 1) – перегріта пара, 2) – суха насичена пара, 3 – волога насичена пара (суха насичена пара плюс крапельки рідини у стані насичення).

Якщо вологе повітря містить при даній температурі водяну пару в перегрітому стані, то воно буде називатися **ненасиченим**. Тому що в ньому знаходиться не максимально можлива для даної температури кількість водяної пари, і воно здатне до подальшого зволоження. Тому таке повітря використовують в якості сушильного агента в різних сушильних установках.

Якщо суміш складається із сухого повітря і насиченої водяної пари, то його називають **насиченим вологим повітрям**. У цьому випадку у вологому повітрі знаходиться максимальна можлива для даної температури кількість водяної пари. При охолодженні цього повітря, буде відбуватися конденсація водяної пари. Парціальний тиск водяної пари в цій суміші дорівнює тиску насичення при даній температурі.

Якщо вологе повітря містить при даній температурі водяну пару, яка крім сухої насиченої пари містить крапельки води у стані насичення або лід чи сніг, то таке повітря називають **пересиченим вологим повітрям**.

В якості визначальних параметрів водяної пари у вологому повітрі використовують температуру повітря  $t$  і парціальний тиск водяної пари  $P_{\text{пар}}$ . Вищою межею парціального тиску водяної пари при даній температурі повітря  $t$  є тиск насичення пари  $P_{\text{пар max}} = P_n$ .

**Загальний тиск вологого повітря** за законом Дальтона дорівнює сумі парціальних тисків сухого повітря і водяної пари, що входять до його складу:

$$P = P_{нов} + P_{нар}, \quad (1.126)$$

де  $P_{нов}$  – парціальний тиск сухого повітря;

$P_{нар}$  – парціальний тиск водяної пари.

Для знаходження парціального тиску пари використовують спеціальний прилад – гігрометр. За допомогою цього приладу визначають **точку роси**, тобто температуру ( $t_p$ ), до якої потрібно остудити при постійному тиску повітря, щоб воно стало насиченим. Знаючи точку роси, можна за таблицями ... визначити парціальний тиск пари в повітрі як тиск насичення ( $P_n$ ), що відповідає точці роси  $t_p$ . При охолодженні нижче даної температури  $t_p$  відбувається конденсація водяної пари.

**Абсолютною вологістю повітря** називається кількість водяних пар, що знаходяться в одному кубічному метрі вологого повітря. Абсолютна вологість дорівнює густині пари при його парціальному тиску  $P_{нар}$  і температурі повітря  $t$ . Дійсно, за законом Дальтона водяна пара займає весь об'єм суміші, а її густина відповідає масі водяної пари в одному кубічному метрі вологого повітря. Необхідно відзначити, що абсолютна вологість повітря характеризує зміст у повітрі тільки однієї – парової фази води.

Відношення абсолютної вологості ненасиченого повітря при даній температурі до абсолютної вологості насиченого повітря при тій же температурі називається **відносною вологістю повітря**

$$\varphi = \rho_{нов} / \rho_{нов н} \text{ або } \varphi = \rho_{нов} / \rho_{нов н} \cdot 100\%, \quad (1.127)$$

Для сухого повітря  $\varphi = 0$ , для ненасиченого  $\varphi < 1$ , для насиченого  $\varphi = 1$  (100%). Відносна вологість повітря характеризує потенційну можливість повітря випаровувати вологу і забирати в себе пару з навколишнього середовища при даній температурі.

**Густина вологого повітря** складається з мас, що містяться в одному кубічному метрі сухого повітря, і водяної пари:

$$\rho = \rho_{нов} + \rho_{нар} = P_{нов} / (R_{нов} \cdot T) + \varphi / v'', \quad (1.128)$$

де  $P_{нов}$  – парціальний тиск повітря,  
 $R_{нов}$  – газова стала сухого повітря,  
 $T$  – температура повітря,  
 $v''$  – питомий об'єм сухої насиченої водяної пари при температурі повітря, визначають за даними таблиці Г1 додатка Г при температурі повітря.

**Молекулярну масу вологого повітря** визначають за рівнянням для суміші газів

$$\mu = r_{нов}m_{нов} + r_{нар}\mu_{нар}, \quad (1.129)$$

де  $\mu_{нов}$ ,  $\mu_{нар}$  – молекулярні маси сухого повітря і водяної пари,  $\mu_{нов}=28,96$  кг/кмоль,  $\mu_{нар}=18,016$  кг/кмоль,

$r_{нов}$ ,  $r_{нар}$  – об'ємні частки сухого повітря і водяної пари, які визначаються за рівняннями:

$$r_{нов} = P_{нов}/P = (P - P_{нар})/P, \quad r_{нар} = P_{нар}/P,$$

де  $P$ ,  $P_{нов}$  і  $P_{нар}$  – атмосферний і парціальні тиски сухого повітря і водяної пари.

У результаті підстановки чисельних значень молекулярних мас сухого повітря і водяної пари до рівняння (1.129) одержуємо розрахункове вираження молекулярної маси вологого повітря у виді

$$\mu = 28,95 - 10,944 P_{нар}/P. \quad (1.130)$$

**Газова стала вологого повітря** визначається за рівнянням

$$R = \frac{8314}{\mu} = \frac{8314}{28,96 - 10,944 \frac{P_{\text{в\ddot{a}}\delta}}{P}}, \quad (1.131)$$

вона більше за газову сталу сухого повітря.

**Вологовміст** являє собою відношення маси водяної пари, яка міститься у вологому повітрі, до маси сухого повітря:

$$d = m_{нар} / m_{нов}, \quad (1.132)$$

де  $m_{нар}$ ,  $m_{нов}$  – маси водяної пари і сухого повітря у вологому повітрі.



У загальному випадку поняття «вологівміст» відноситься не тільки до парової фази води, але і до рідкої, і до твердої її фази. Після заміни відношення мас у рівнянні (1.132) на масові частки і вираження останніх через об'ємні частки, що являють собою відношення відповідних парціальних тисків до тиску всієї суміші, ми отримуємо рівняння, яке встановлює зв'язок між вологовмістом і відносною вологістю:

$$d = \frac{g_{i\ddot{a}\delta}}{g_{i\ddot{a}\hat{a}}} 10^3 = \frac{r_{i\ddot{a}\delta} \mu_{i\ddot{a}\delta}}{r_{i\ddot{a}\hat{a}} \mu_{i\ddot{a}\hat{a}}} 10^3 = \frac{D_{i\ddot{a}\delta}}{D_{i\ddot{a}\hat{a}}} \frac{18,016}{28,96} 10^3 = 622 \frac{D_{i\ddot{a}\delta}}{D - D_{i\ddot{a}\delta}}, \quad (1.133)$$

або

$$d = 622 \frac{\varphi D_i}{D - \varphi D_i}. \quad (1.134)$$

де  $g_{nap}$ ,  $g_{nov}$  – масові частки водяної пари і сухого повітря,

$r_{nap}$ ,  $r_{nov}$  – об'ємні частки водяної пари і сухого повітря.

Одиниці вимірювання вологовмісту – кілограм на кілограм чи грам на кілограм. З рівняння (1.133) видно, що зі збільшенням парціального тиску пари вологовміст збільшується. Максимальний вологовміст залежить від температури і тиску вологого повітря.

Якщо парціальний тиск водяної пари  $P_{nap}$  дорівнює тиску насичення  $P_n$  при даній температурі, то максимально можливий вологовміст  $d_{max}$  при даній температурі дорівнює

$$d_{max} = 622 \frac{P_i}{P - P_i}, \quad (1.135)$$

тоді

$$P_i = P \frac{d_{max}}{622 + d_{max}}. \quad (1.136)$$

**Ступенем насичення** називається відношення вологовмісту до максимально можливого вологовмісту вологого повітря при даній температурі і тиску:

$$\psi = \frac{d}{d_{max}}. \quad (1.137)$$

Між  $\psi$  і  $\phi$  існують наступні співвідношення:

$$\psi = \phi \frac{622 + d}{622 + d_{max}} \quad \text{і} \quad \psi = \phi \frac{P - P_t}{P - P_{i\delta}} . \quad (1.138)$$

Для невисоких температур, коли  $P_n$  досить мало в порівнянні з загальним тиском  $P$ , можна вважати, що  $\psi = \phi$ .

**Ентальпія вологого повітря  $h$**  розраховується на 1 кілограм сухого повітря (кДж/кг с.п.) і визначається як сума ентальпій компонентів, що знаходяться в 1 кілограмі сухого повітря:

$$h = h_{i\hat{a}} + d_{i\delta} h_{i\delta} + d_{\delta\hat{a}} h_{\delta\hat{a}} + d_{\delta\hat{a}} h_{\delta\hat{a}} , \quad (1.139)$$

де  $d_{нар}$ ,  $d_{рід}$ ,  $d_{ме}$  – кількість пари, рідини і твердої фази води (лід, сніг) у грамах на кілограм сухого повітря (вологівміст);

$h_{нов}$ ,  $h_{нар}$ ,  $h_{рід}$ ,  $h_{ме}$  – питомі ентальпії сухого повітря, пари, рідини і твердої фази води, кДж/кг.

У вираженні (1.139) ентальпії всіх компонентів вологого повітря необхідно підставляти при однакових тисках і температурах за умови, що початкова точка відліку ентальпії кожного з компонентів має бути однаковою. Якщо вважати, що вологе повітря не містить твердої фази, а ентальпія – води, тобто рідини, при 0°C дорівнює нулю, то рівняння (1.139) набуде виду

$$h = h_{i\hat{a}} + h_{i\delta} d_{i\delta} , \quad (1.140)$$

де  $d_{нар}$  виражено в кілограмах на кілограм, а  $h$ ,  $h_{нов}$ ,  $h_{нар}$  – в кілоджоулях на кілограм.

Тоді ентальпію сухого повітря також треба відряховувати від 0°C, тобто

$$h_{нов} = C_{нов} t = 1,0048 t . \quad (1.141)$$

Ентальпія водяної пари  $h_{нов}$ , яка міститься у вологому повітрі, визначається за рівнянням

$$h_{нар} = C_{р\ води} t_n + r + C_{р\ нар} (t - t_n) , \quad (1.142)$$

де  $C_{р\ води} = 4,19$  кДж/кг К,

$$C_{p \text{ пар}} = 1,96 \text{ кДж/кг К},$$

$r$  – питома теплота пароутворення, для  $t_n$  від 0 до 100°C з достатнім ступенем точності можна прийняти, що  $r = 2500 - 2,23 t_n$ .

Тоді

$$h_{\text{пар}} = 4,19 t_n + 2500 - 2,23 t_n + 1,96 t - 1,96 t_n,$$

або

$$h_{\text{пар}} = 2500 + 1,96 t. \quad (1.143)$$

Після підстановки значень  $h_{\text{нов}}$  (1.141) і  $h_{\text{пар}}$  (1.143) до рівняння (1.140), отримаємо:

$$h = 1,0048 t + (2500 + 1,96 t) d. \quad (1.144)$$

Ряд практичних задач в області кондиціонування, сушіння матеріалів, вентиляції та опалення досить просто вирішуються за допомогою  $hd$ -діаграми, яку було запропоновано Рамзіним у 1918 році.

$hd$ -діаграма будується для певного тиску, на рисунку *E.1* додатка *E* зображено діаграму для тиску 98 кПа, який є середньорічним для центральних районів колишнього СРСР. Практично цю діаграму можна використовувати для всіх випадків сушіння, так як при звичайних коливаннях атмосферного тиску значення  $h$  і  $d$  змінюються мало. Побудова  $h,d$ -діаграми вологого повітря заснована на розрахунковому вираженні ентальпії атмосферного вологого повітря (1.140). Принцип будови  $hd$ -діаграми наведено на рисунку 1.24.

На осі абсцис діаграми відкладають вологовміст повітря  $d$ , а на осі ординат – ентальпію  $h$  (рис. 1.24, а). Ізотерми являють собою прямі лінії, а тангенс їх кута нахилу до осі  $d$  визначається вираженням  $(h/d) = 2500 + 1,96t$ , що відповідає куту, близькому до 90° (рис. 1.24, а). У такій системі координат всі ізотерми в області ненасиченого вологого повітря будуть розташовуватися дуже близько одна від одної і до осі  $h$ . Робота з такою діаграмою практично неможлива, тому побудова  $h,d$ -діаграми у прямокутній системі координат не виконується.

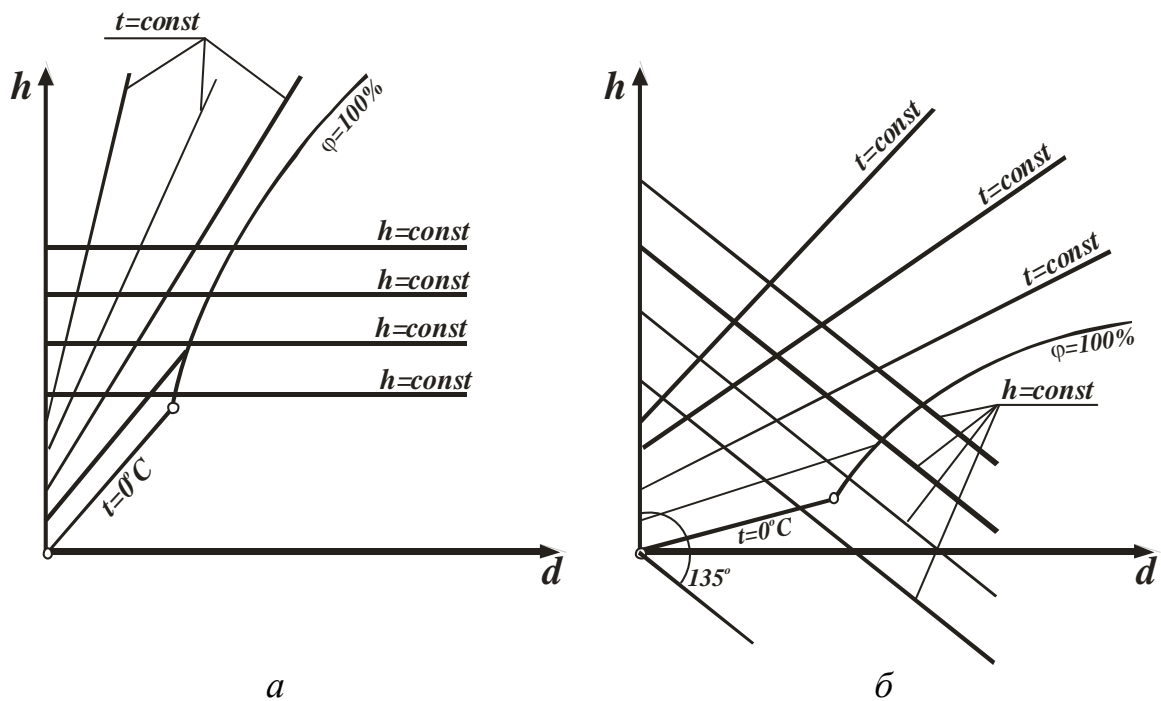


Рисунок 1.24 – Будова **hd**-діаграми вологого повітря

**h,d**-діаграму виконують у косокутній системі координат, як правило, з кутом між осями **h** і **d** у  $135^\circ$  (рис. 1.24, б). При цьому ізотерма  $0^\circ\text{C}$  в ненасиченій області розташовується почті горизонтально. Це дозволяє збільшити в порівнянні з прямокутною системою координат відстань між ізотермами і лініями інших характеристик ненасиченого вологого повітря в **h,d**-діаграмі. Масштаб для відліку вологовмісту **d** для зручності наносять на горизонтальну пряму, яка проходить через початок координат.

Розглянемо принцип побудови ліній, зображених на **h,d**-діаграмі вологого повітря (рис. 1.25). Вісь координат вологовмісту **d** має нульовий початок. Вертикальні лінії в **h,d**-діаграмі являють собою лінії постійних вологовмістів. Лінії постійних ентальпій рівнобіжні осі **d** і йдуть під кутом  $135^\circ$  до осі **h**.

Таким чином, на діаграмі розміщено 4 групи ліній:

- лінії рівного вологовмісту **d=const** – вертикальні лінії;
- лінії рівної ентальпії **h=const** (тепломісткості) йдуть під кутом  $135^\circ$  до осі **h**;

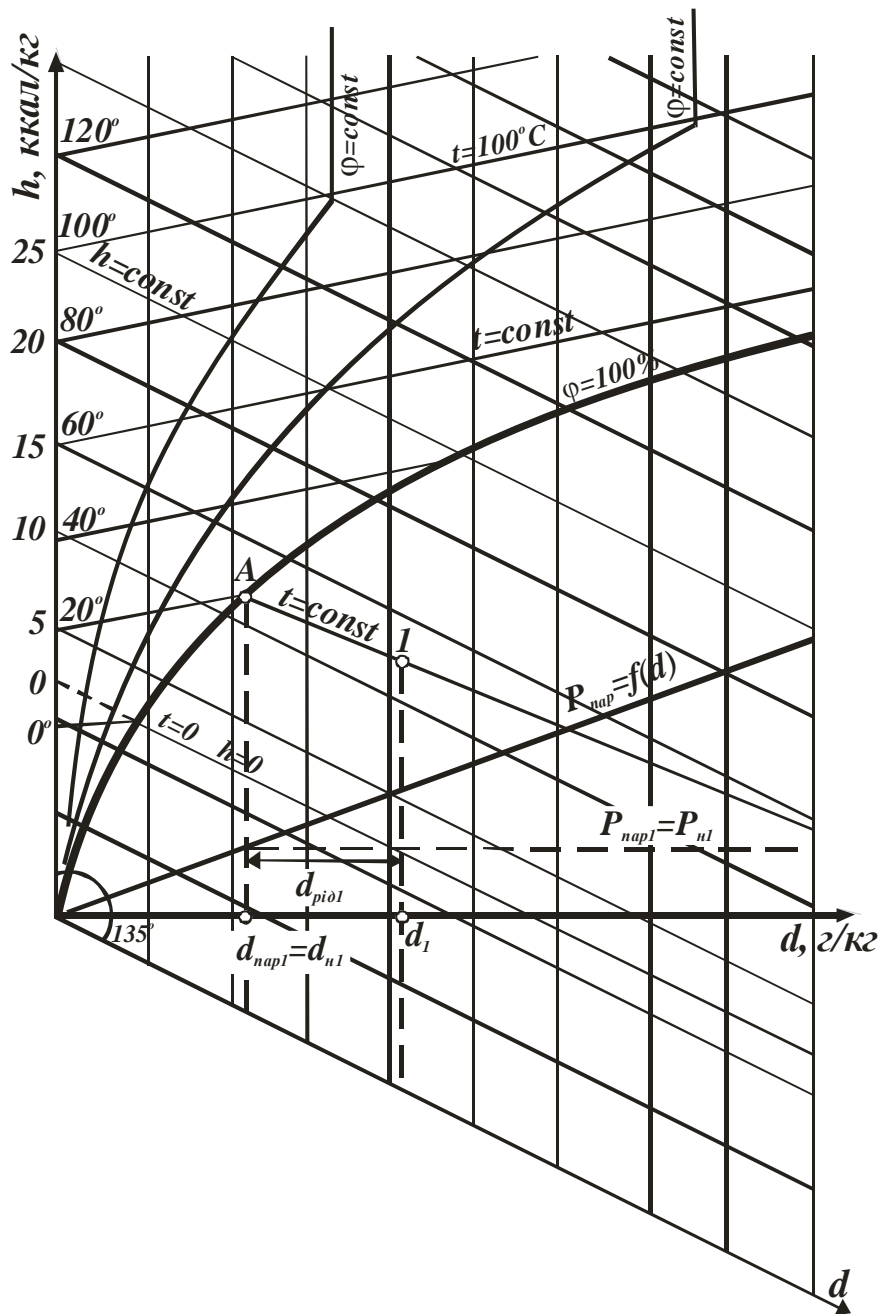


Рисунок 1.25 –  $hd$ -діаграма вологого повітря

- лінії рівних температур (ізотерми) – прямі лінії, під кутом від 3 до 50 у залежності від температури (чим більше температура, тим більше кут нахилу);
- група кривих – лінії рівної відносної вологості, що при  $t=100^{\circ}\text{C}$  перетворюються на вертикальні прямі;
- лінія  $\varphi=100\%$  відповідає стану насиченого вологого повітря.

На  $h,d$ -діаграмі можна виділити також дві області – область ненасиченого вологого повітря і область перенасиченого вологого повітря.

### Область ненасиченого вологого повітря

Для ненасиченого вологого повітря в  $h,d$ -діаграмі (область вище лінії  $\varphi=100\%$ ) ізотерми  $t=\text{const}$  зображаються відповідно до рівняння ентальпії для цієї області (1.144), коли в повітрі може бути присутній тільки парова фаза води.

Ізотерми в цій області являють собою близькі до паралельних прямі лінії з кутовим коефіцієнтом, обумовленим рівнянням  $(dh/dd)_t=2500+1,96t$ . Незначна віяльна розбіжність ізотерм викликана добутком  $1,96t$ . Ізотерма  $0^\circ\text{C}$  у цій області, як правило, являє собою горизонтальну пряму. Вісь ентальпій одночасно виконує і роль осі температур.

Кожній точці ізотерми відповідає певне значення відносної вологості повітря  $\varphi$ . Це пояснюється тим, що при постійному тиску і постійній температурі парціальний тиск насичення водяної пари  $P_n$  є постійним  $P_n=f(t)=\text{const}$ . Отже, на ізотермі  $h,d$ -діаграми вологовміст пари розраховується за рівнянням (1.134) і однозначно визначає відносну вологість, яку можна розрахувати за рівнянням

$$\varphi = \frac{d_{\text{iäð}} \mathcal{D}}{(d_{\text{iäð}} + 622)P_i} . \quad (1.145)$$

З'єднавши на ізотермах точки з однаковими  $\varphi$ , одержують лінії постійних відносних вологостей повітря  $\varphi=\text{const}$ . При цьому  $\varphi=0$  відповідає  $d=0$ , тобто лінія  $\varphi=0$  збігається з віссю ентальпій  $h$ . Таким чином, вісь ентальпій  $h$  у  $h,d$ -діаграмі виконує три функції: є віссю ентальпій, віссю температур, лінією постійної відносної вологості повітря  $\varphi=0$ . Лінія постійної максимальної відносної вологості  $\varphi=100\%$ , що відповідає вологому насиченому повітрю, у  $h,d$ -діаграмі при  $d=\infty$  прагне до ізотерми  $100^\circ\text{C}$ , тому що в цьому випадку  $P_n$  прагне до атмосферного тиску  $P$ , а при  $d=\infty$   $\varphi=100\%$ .

При  $\varphi<100\%$  лінії  $\varphi=\text{const}$ , досягаючи ізотерми  $100^\circ\text{C}$ , перетворюються на вертикальні прямі. У цьому випадку тиск насичення водяної пари дорівнює атмосферному тиску (близько 1 бар) і при подальшому збільшенні температури більше змінюватися не може ( $P_n=P=\text{const}$ ). Відповідно, не змінюється при  $\varphi=\text{const}$  у цій області і вологовміст повітря  $d=\text{const}$  (див. рівняння (1.134)), тобто лінії  $\varphi=\text{const}$ ,

що йдуть вище ізотерми  $t=100^{\circ}\text{C}$ , у  $h,d$ -діаграмі являють собою вертикальні прямі.

Оскільки тиск насичення водяної пари зі зменшенням температури зменшується, то і вологовміст пари для ненасиченого вологого повітря (див. рівняння (1.135)) на лінії  $\varphi=\text{const}$  в області низьких температур буде менше, ніж вологовміст пари на цих же лініях в області високих температур. Тому лінії  $\varphi=\text{const}$  зі зменшенням вологовмісту повітря переміщуються в область більш низьких температур і наближаються до осі  $h$ . В області негативних температур лінії  $\varphi=\text{const}$  у  $h,d$ -діаграмі розташовані дуже близько одна до одної і наближаються до осі  $h$  майже впритул.

Для повноти інформації про вологе повітря на  $h,d$ -діаграму накладається прямокутна діаграма  $P_{\text{пар}}=f(d)$ , що відображає залежність парціального тиску водяної пари від вологовмісту водяної пари в повітрі (див. рівняння (1.133)). Оскільки повний тиск повітря  $P$  набагато більше парціального тиску пари  $P_{\text{пар}}$ , залежність  $P_{\text{пар}}=f(d)$  являє собою практично пряму лінію. Праворуч за віссю ординат відкладені значення  $P_{\text{пар}}$  у міліметрах ртутного стовпа.

### Область перенасиченого вологого повітря

В області перенасиченого вологого повітря (її називають областю тумана, вона розташована в  $h,d$ -діаграмі нижче лінії  $\varphi=100\%$ ) крім парової фази в повітрі може бути присутньою рідка чи тверда фаза води. При атмосферному тиску повітря і температурі вище  $0^{\circ}\text{C}$  можуть одночасно існувати тільки парова і рідка фази води, а при температурах нижче  $0^{\circ}\text{C}$  – тільки парова і тверда (лід, сніг) фази води, і тільки при  $0^{\circ}\text{C}$  можуть одночасно існувати всі три фази води. Така поведінка води в атмосферному повітрі пояснюється тим, що рідка фаза води при негативних температурах може існувати тільки при тисках вище тиску потрійної крапки води  $P_o$ , а максимальний парціальний тиск водяної пари в атмосферному повітрі при цих температурах не може бути більше цього тиску.

Розглянемо спочатку характер ізотерм в області перенасиченого вологого повітря (область тумана)  $h,d$ -діаграми при температурах більше  $0^{\circ}\text{C}$ . Цієї області відповідає рівняння ентальпії вологого повітря у виді

$$h = 1,0048t + d_{\text{в}}(2500 + 1,96t) + d_{\text{в}}4,19t. \quad (1.146)$$

Кількість водяної пари в області тумана вологого повітря при постійній температурі не змінюється. Вона відповідає максимально можливому вологовмісту пари в повітрі при даній температурі і визначається в  $h,d$ -діаграмі на лінії  $\phi=100\%$ , як вологовміст насиченого повітря  $d_{напI}=d_{нI}$  (рис. 1,25, точка А). Збільшення вологовмісту повітря на ізотермі в області тумана обумовлено збільшенням рідкої фази води в повітрі. Парціальний тиск водяних пар на ізотермі в області тумана при цьому залишається постійним і рівним тиску насичення  $P_{напI}=P_{нI}$ . Таким чином, у вираженні ентальпії перенасиченого вологого повітря при  $t=const$  змінною буде тільки третій доданок, що визначає кут нахилу ізотерми в області тумана  $h,d$ -діаграми, який дорівнює  $(dh/dd)_{t=4,19t}$ . Це значення набагато менше відповідного вираження для ізотерми ненасиченого вологого повітря, який дорівнює  $(dh/dd)_{t=2500+1,96t}$ , тобто на лінії  $\phi=100\%$  пряма ізотерми перетерплює злам, зменшуючи кут нахилу до осі  $d$  в області тумана.

Менший кут нахилу ізотерм в області тумана буде відповідати меншому значенню температури, а ізотерма  $0^{\circ}C$  у цій області при наявності в повітрі тільки парової і рідкої фази води збігається з лінією постійних ентальпій – рівнобіжна осі  $d$  (див. рис. 1.25). Збіг ізотерми  $0^{\circ}C$  з  $h=const$  у цьому випадку пояснює її кутовий коефіцієнт  $(dh/dd)_{t=0} = 0$ .

Визначення вологовмісту рідкої фази води в повітрі в області тумана виконується знаходженням різниці загального вологовмісту і вологовмісту парової фази води  $d_{рідI}=d_I-d_{нI}$ .

Оскільки на практиці для визначення параметрів вологого повітря використовують психрометр, то ізотерми перенасиченого вологого повітря в  $h,d$ -діаграмі продовжують з області тумана в область ненасиченого вологого повітря (вище лінії  $\phi=100\%$ ) у виді прямих пунктирних (умовних) ліній. Показання мокрого термометра психрометра відповідають температурам насиченого (перенасиченого) вологого повітря, що дозволяє за  $h,d$ -діаграмою за показниками сухого і мокрого термометрів визначити всі інші характеристики ненасиченого вологого повітря. На рисунку 1.26 всі параметри, які можна визначити за допомогою  $h,d$ -діаграми за даними психрометра для точки  $I$  позначені індексом «1». Спочатку за показниками сухого і мокрого термометрів на перетинанні ізотерм  $t_{Iсух}$  і  $t_{Iмокр}$  знаходиться точка  $I$ . А вже потім визначаються  $h_I$ ,  $t_{Iроси}$ ,  $P_{пар}$ .



Для знаходження місця розташування точки в області тумана в  $h,d$ -діаграмі показань психрометра недостатньо, тому що температури сухого і мокрого термометрів однакові. У цьому випадку необхідно досвідченим шляхом визначити повний вологовміст повітря (див. рис. 1.26, точка А), а при температурі  $0^{\circ}\text{C}$  іноді потрібно додатково визначити вологовміст рідкої чи твердої фаз води.

Крім того, що  $h,d$ -діаграма дозволяє просто і зручно визначати параметри вологого повітря, за її допомогою можна легко і наочно зображувати процеси зміни стану повітря. Найбільш характерні з цих процесів – нагрівання і охолодження повітря в теплообмінниках, випар у повітрі вологи, змішування повітря різних станів.

**Нагрівання і охолодження повітря** в теплообмінних пристроях, яке здійснюється зіткненням повітря з гарячою чи холодною сухою поверхнею, характеризується постійним вологовмістом.

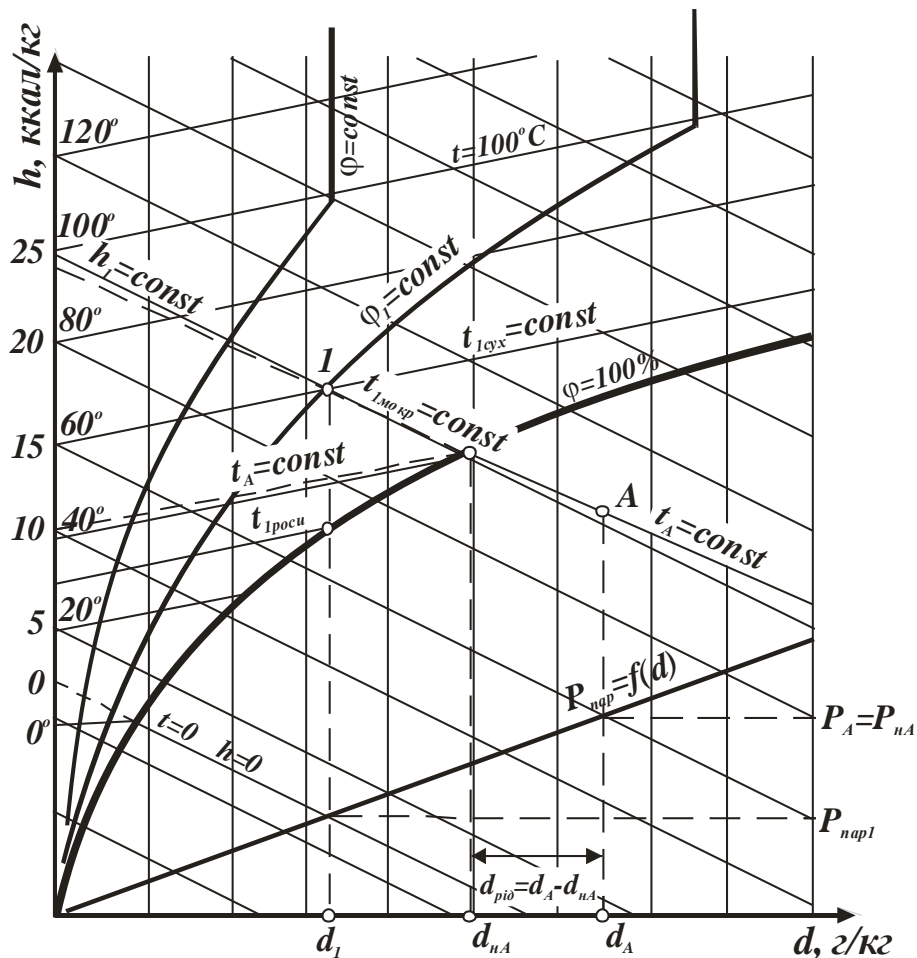


Рисунок 1.26 – Визначення параметрів вологого повітря за допомогою  $hd$ -діаграми

Зміна стану повітря з початковими параметрами  $A$  при його **нагріванні** зображується на  $hd$ -діаграмі вертикальною прямою  $AB$ , яка є рівнобіжною лінії  $d=\text{const}$  (рис. 1.27). При цьому температура і теплоємність повітря зростають, а ступінь насичення зменшується. Кількість тепла, яка буде потрібна для нагрівання повітря, визначається як різниця ентальпій кінцевого і початкового станів  $h=h_B-h_A$ .

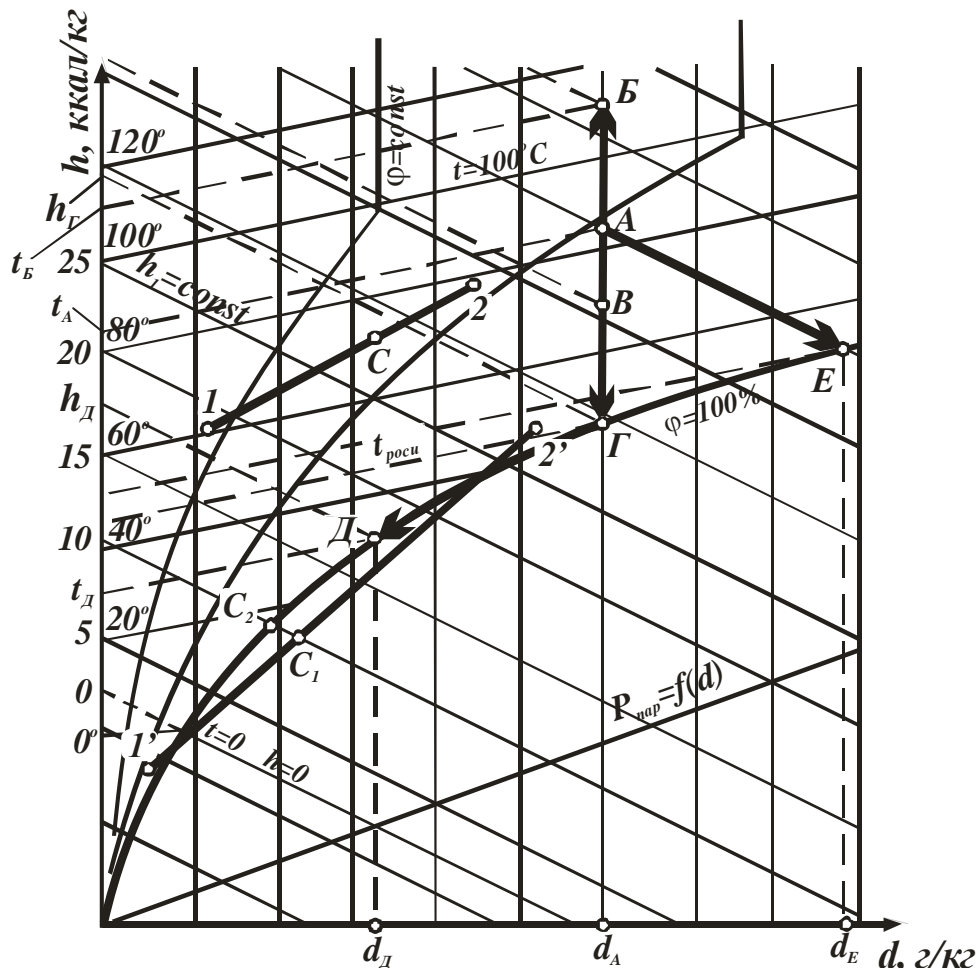


Рисунок 1.27 – Процеси нагрівання, охолодження, випару і змішування вологого повітря в  $hd$ -діаграмі

Процес **охолодження** повітря (пряма  $AB$ ), навпаки, зв'язаний зі знизенням його температури і підвищенням ступеня насичення. Відносна вологість повітря в цьому процесі зростає. При досить великому охолодженні повітря може досягти стану насичення (точка  $G$ ). Подальше охолодження його в цьому стані (відрізок  $GD$ ) буде супроводжуватися конденсацією пари і зменшенням вологовмісту. Температура, при якій повітря, що охолоджується від зіткнення із сухою поверхнею, досягає стану насичення, є температурою точки роси. У випадку охолодження

повітря нижче температури точки роси за  $h,d$ -діаграмою можна визначити кількість вологи, що випала у виді крапельок рідини з повітря  $d_{pid}=d_A-d_D$ . Наприкінці такого процесу ступінь сухості водяної пари зі зниженням температури буде зменшуватися.

**Випар вологи** до повітря відбувається тоді, коли воно не насичено паром і стикається з поверхнею води чи вологого тіла. При випарі тепломісткість  $h$  повітря буде постійною, тому що тепло, яке витрачено на випар, залишається у повітрі у виді схованої теплоти пароутворення. Зміна стану повітря при цьому зображується на  $hd$ -діаграмі прямою  $AE$ , рівнобіжною лінії  $h=\text{const}$ .

Температура повітря у процесі випару вологи знижується, а вологовміст і ступінь насичення збільшуються. При достатній тривалості процесу повітря може стати насиченим паром (точка  $E$ ), тоді випар припиниться. Температуру, при якій повітря, випаровуючи вологу, досягає стану насичення, називають **температурою межі охолодження** при випарі чи **температурою мокрого термометра**.

**Процеси змішування** повітря різних станів дуже важливі для сушильної техніки. Припустимо, що змішується  $m_1$  кг повітря у стані  $h_1$ ,  $d_1$  і  $m_2$  кг повітря у стані  $h_2$ ,  $d_2$ . Стан суміші залежить від стану її компонентів і від відношення мас частин, що змішуються, що прийнято називати **коефіцієнтом пропорції** суміші  $G=m_1/m_2$ . З'ясуємо, як зображується процес змішування на  $hd$ -діаграмі.

Точка  $C$ , що визначає стан суміші, незалежно від коефіцієнта пропорції суміші лежить на прямій, що з'єднує на  $hd$ -діаграмі точки, які показують стани компонентів суміші (рис. 1.27). Причому, ця точка поділяє пряму на частини, відношення яких дорівнює коефіцієнту пропорції суміші. Вона лежить ближче до точки, яка характеризує стан переважного в суміші компонента. Розглянута пряма може перетнути криву  $\varphi=100\%$ , і тоді точка стану суміші може бути нижче цієї кривої (точка  $C_1$ ). Це служить ознакою конденсації частини водяної пари в процесі змішування. Дійсний стан суміші (після осадження конденсату) визначиться точкою  $C_2$ , розташованою на перетинанні кривої  $\varphi=100\%$  і прямої  $h=\text{const}$ , що проходить через точку  $C$ .

#### 1.4.4 Питання для самоконтролю

- 1 Що характеризує коефіцієнт стискальності газів?
- 2 Які рівняння описують властивості реальних газів?
- 3 Охарактеризувати процеси пароутворення, випару і кипіння. Чим вони відрізняються?
- 4 Що таке насичена водяна пара?
- 5 Що характеризує ступінь сухості водяної пари?
- 6 Перелічте методи розрахунку властивостей водяної пари.
- 7 Охарактеризуйте основні лінії і області на ***Pv***- і ***Ts***-діаграмах водяної пари.
- 8 У чому полягає основна перевага ***hs***-діаграми водяної пари?
- 9 Перелічте основні характеристики вологого повітря.
- 10 Які особливості має ***hd***-діаграма вологого повітря? Наведіть приклади її практичного застосування.

### 1.5 Термодинаміка потоку

#### 1.5.1 Основні властивості газів і рідин

У різних теплових машинах, пристроях, металургійних печах зустрічаються випадки, коли газ заповнює весь об'єм, що йому надається, при цьому він знаходиться в покої. До цих випадків можна застосовувати закономірності **статички газів** і загальні рівняння для визначення параметрів газів (див підрозділи 1.2...1.4). Однак, у процесах, які досліджуються в теплотехніці, досить часто робоче тіло (газ або рідина) переміщується з великими швидкостями, і його рух супроводжується зміною стану. Ці процеси розглядає **динаміка газів**.

У робочому просторі печей і димових каналів газ звичайно рухається при відносно невисоких швидкостях (до 70...80 м/с) і невеликих перепадах тиску (до 100 Па). Зміна тиску такого порядку практично не впливає на густину газу, тому в цих випадках усі розрахунки ведуться при постійній густині. Середовища з постійною густиною називаються **нестисливими**.

В окремих елементах печей (у форсунках, пальниках) зустрічається рух газів з високою швидкістю, причому можлива величина швидкості може змінюватися в дуже широких межах: від 150...200 м/с до швидкості звуку і вище. При таких швидкостях, зв'язаних з великими перепадами

тиску, приймати густину газу постійною неприпустимо. Середовища, для яких  $\rho \neq \text{const}$ , називаються **стисливими**.

Тому необхідно розглянути закономірності руху газів як з низькою ( $\rho = \text{const}$ , нестисливі гази), так і з високою швидкістю ( $\rho \neq \text{const}$ , стисливі гази). Але спочатку треба приділити увагу розгляду основних властивостей газів і рідин.

У залежності від температури і тиску гази можуть знаходитися в різних термодинамічних станах. Основні параметри, які описують ці стани, наведено у підрозділі 1.1.

При вивченні процесів руху середовищ, таких як рідини і гази, їх розглядають як континуум, суцільне середовище, тобто їх дискретною, молекулярною будовою зневажають. Тому при розгляді процесів руху рідин і газів враховують параметри, які характеризують саме середовище, тобто стискальність, в'язкість, модуль пружності й ін.

### **Стисливість**

Усі реальні рідини в тому чи іншому ступені стисливі, тобто під дією зовнішнього тиску вони зменшують свій об'єм. Стисливість рідини визначається рівнянням стану і, як правило, мала за своєю величиною. Мала стискальність рідини обумовлена тим, що рідина піддається сильній молекулярній взаємодії, а зміни величин тиску в технічних процесах порівняно невеликі. Краплинні рідини стисливі лише в невеликому ступені. Усі гази і пари є сильно стисливими. Але якщо параметри стану газу не змінюються, його поведінка при русі не відрізняється від поведінки краплинної рідини. У цих умовах газ, як і рідину, може розглядати як нестисливе середовище, тобто вважати, що його густина є постійною.

Стисливість прийнято оцінювати величиною, яка називається **коефіцієнт об'ємного стиску**, який дорівнює відношенню зміни початкового об'єму при збільшенні тиску на  $\Delta P$ :

$$\beta_v = -\frac{\Delta V}{V \Delta P}, \quad (1.147)$$

де  $V$  – початковий об'єм,

$\Delta V$  – зміна об'єму,

$\Delta P$  – зміна тиску.

Знак « $-$ » свідчить про зменшення об'єму при збільшенні тиску. Вимірюється **коефіцієнт об'ємного стиску** у квадратних метрах на ньютон

– м<sup>2</sup>/Н=Па<sup>-1</sup>.

Величина, зворотна коефіцієнта об'ємного стиску, називається **модулем пружності  $E_v$** :

$$E_v = \frac{1}{\beta_v}. \quad (1.148)$$

Фактично він показує, як рідина чи газ протистоять стиску, тобто який тиск вони можуть витримати. Вимірюється модуль пружності у паскалях.

Для краплинних рідин величина  $\beta_v$  являється досить незначною, що дозволяє знехтувати нею в ряді інженерних розрахунків. По-іншому ведуть себе гази. Їх стисливість залежить від характеру процесу зміни стану. Для звичайних газів, як наприклад, кисень, при ізотермічному процесі  $E_v = P_{абс}$ , а при адіабатному  $E_v = kP_{абс}$ .

Нагрів краплинних рідин призводить до їх розширення, яке характеризується **коефіцієнтом об'ємного розширення  $\beta_t$** . Він дорівнює відносному збільшенню об'єму газу при збільшенні температури на 1°C:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \Delta T} \quad (1.149)$$

Для газів, які знаходяться під постійним тиском, коефіцієнт об'ємного розширення не залежить від складу газу і має значення в десятки і сотні разів більше, ніж для рідин.

### **Тиск**

Деякі види тисків газів ми вже розглянули у підрозділі 1.1.1. При русі газів зазначають ще три види тисків. Це геометричний, статичний і динамічний тиск.

**Геометричний тиск** обумовлено тим, що горячі гази прагнуть піднятися вгору. Якщо в результаті різниці густин навколишнього повітря і газу останній переміститься на висоту  $h$ , то геометричний тиск дорівнює

$$P = h g (\rho_{нов} - \rho_2), \quad (1.150)$$

де  $\rho_{нов}$   $\rho_2$  – густина повітря і газу, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

**Статичний тиск** – це різниця тисків газу в судині і навколишнього середовища. Він може бути як позитивним, так і негативним. Його величина визначається безпосередньо з досліду за допомогою U-подібного манометра. При цьому один кінець манометра стикається з атмосферою, а вихідний отвір іншого кінця розташовується перпендикулярно напрямку потоку газу в каналі (рис. 1.28, а).

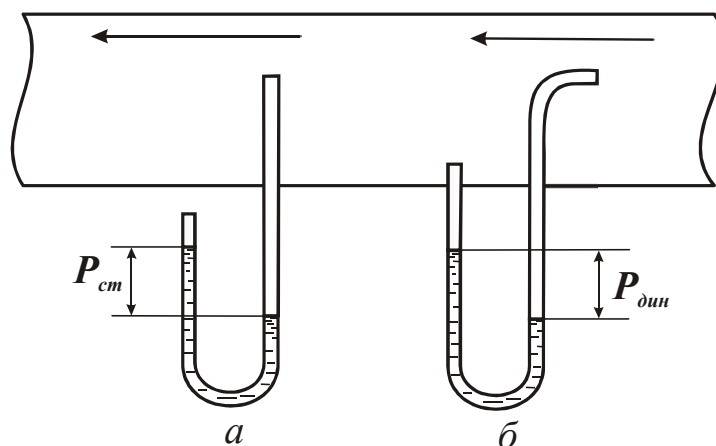


Рисунок 1.28 – Схема виміру статичного (а) і динамічного (б) тисків

**Динамічний тиск** спостерігається тільки при русі газу і залежить від його швидкості і густини:

$$P_{\text{дин}} = \rho \frac{\omega^2}{2}, \quad (1.151)$$

де  $\rho$  – густина газу, кг/м<sup>3</sup>;

$\omega$  – швидкість газу, м/с.

Динамічний тиск також може бути визначеним безпосередньо з досліду. Для цього один кінець манометра приєднують перпендикулярно, а інший – назустріч напрямку потоку (див. рис 1.28, б).

Сума статичного і динамічного тисків складає **повний тиск**.

Статичний тиск характеризує той запас потенційної енергії, який має один кубічний метр газової системи. Динамічний тиск – це кінетична енергія потоку. У процесі руху газу на подолання всіляких опорів витрачається частина кінетичної енергії, втрати якої відновлюється за рахунок запасу потенційної енергії. Ці процеси протікають одночасно, у результаті чого приладами фіксується лише кінцевий результат, тобто зміна енергії газу (зміна статичного тиску).

### Плинність і в'язкість

У залежності від температури і тиску речовина може знаходитися у трьох агрегатних станах: твердому, рідкому і газоподібному. У твердих

тілах молекули знаходяться в сильному взаємозв'язку, розташовані у визначеному порядку і роблять тільки тепловий коливальний рух. Імовірність залишити зайняте молекулою (атомом) місце є дуже малою. Тому тверді тіла зберігають задану форму й об'єм.

У рідинах тепловий рух істотно вище, частина молекул одержують достатню енергію і залишають свої місця. Тому в рідині частина молекул переміщується по всьому об'єму, але їх кінетична енергія залишається недостатньою для виходу за межі рідини. Тому рідини зберігають свій об'єм. У газах тепловий рух ще більше, а молекули віддалені настільки, що взаємодія між ними стає недостатньою для утримання на визначеному віддаленні, газ одержує можливість безмежно розширюватися. Вільне перемішування молекул у рідинах і газах призводить до того, що вони змінюють свою форму при додаванні будь-якої малої силової дії. Це явище називають **плинністю**. Рідини і гази набувають форми тієї судини, у якій вони містяться.

У результаті хаотичного руху молекул у газі вони перетерплюють зіткнення. Процес зіткнення молекул характеризується ефективним діаметром молекул, під яким розуміється мінімальна відстань між центрами молекул при їх зближенні. Відстань, що молекула проходить між зіткненнями, називається **вільним пробігом молекули**.

У результаті переносу молекулами кількості руху при переході їх із шару в шар, що рухаються з різними швидкостями, виникає дотична сила між шарами. Властивість рідини і газу протидіяти рушійним зусиллям називають **в'язкістю**.

Для характеристики в'язкості використовують **коефіцієнт динамічної в'язкості  $\eta$** , який має розмірність – Па·с, і **коефіцієнт кінематичної в'язкості  $\nu$** , розмірність якого включає лише кінематичні одиниці, тобто м<sup>2</sup>/с. Ці два коефіцієнти пов'язані між собою:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (1.152)$$

### 1.5.2 Статика газів

Статика газів вивчає рівновагу (стан спокою) рідин і газів. Теоретичною базою цього розділу механіки суцільних середовищ є рівняння Ейлера, отримані при складанні балансу сил, що діють на кожен



елементарний об'єм рідини чи газу, які знаходяться у спокої. Усі сили, що діють на об'єм газу (рідини), можна поділити на об'ємні і поверхневі. До об'ємних відносяться сили, що діють на кожен частку об'єму: сили ваги і сили інерції. Поверхневі сили діють на одиницю поверхні якогось об'єму. Такими силами є сили тиску і тертя. На будь-який об'єм рідини чи газу, які знаходяться у спокої, діють тільки сили ваги і тиску. Сили інерції і тертя виявляються лише при русі середовища. Тому рівняння Ейлера для статички справедливі для ідеальної і реальної рідини (газу), тому що властивість в'язкості, характерна для реального середовища, виявляється тільки при її русі. У нерухомому об'ємі газу об'ємні сили (сили ваги) діють за вертикаллю, тобто у напрямку координатної осі  $Z$ , і викликають відповідну зміну тиску.

Рівняння Ейлера для статички рідин і газів, отримане на основі балансу зміни енергії  $1\text{ м}^3$  газу за напрямком координатної осі  $Z$ , має вид

$$\rho g = \frac{dP}{dZ}, \quad (1.153)$$

де  $\rho$  – густина рідини чи газу,  $\text{кг/м}^3$ ;

$g$  – прискорення сили ваги,  $\text{м/с}^2$ ;

$dP$  – зміна (приріст) тиску при зміні висоти стовпа рідини чи газу на величину  $dZ$ ;

$dP/dZ$  – градієнт тиску.

Як впливає з наведеного вище, рівняння (1.153) являє собою баланс енергії, при якому зміна потенційної енергії  $1\text{ м}^3$  газу на відрізку  $dZ$  (ліва частина рівняння) призводить до відповідної зміни тиску (права частина рівняння).

Якщо рівняння Ейлера (1.153) розв'язувати для будь-яких двох перерізів  $Z_1$  і  $Z_2$  (рис. 1.29), розташованих на відстані  $h$  один від одного, за умови  $\rho = \text{const}$  (газ як нестислива рідина), то можна отримати основне рівняння статички рідин (газів)

$$P_2 = P_1 + \rho g(Z_1 - Z_2) = P_1 + \rho gh, \quad (1.154)$$

де  $P_1, P_2$  – абсолютні тиски у перерізах  $I$  і  $II$ , Па;

$\rho gh$  – геометричний тиск, обумовлений силою ваги, і залежний від густини  $\rho$  і висоти стовпа  $h$  газу, Па;

$g$  – прискорення сили ваги,  $\text{м/с}^2$ ;

$Z_1$  і  $Z_2$  – відстані від довільно прийнятого рівня відліку 0–0 до відповідного перерізу  $I$  і  $II$ , м.

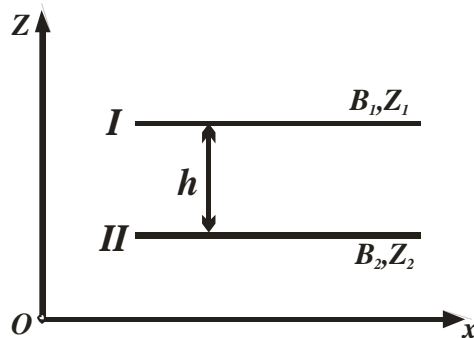


Рисунок 1.29 – Зміна тиску по висоті стовпа газу

### 1.5.3 Динаміка газів

При русі газу на кожен його об'єм будуть діяти не тільки ті сили, що характерні для статички, але й інші, що сильно ускладнюють як явище руху в цілому, так і його математичний опис. Для руху ідеального газу цими додатковими силами будуть сили інерції, а для реального газу – сили інерції і тертя (в'язкості). У механіці суцільних середовищ велика увага приділяється виводу і використанню відповідних математичних рівнянь, що описують рух ідеальних (рівняння Ейлера) і реальних середовищ (рівняння Нав'є-Стокса). Рівняння Нав'є-Стокса настільки складні, що до теперішнього часу розв'язані лише для вкрай обмеженої кількості випадків. Ця складність викликана сильним впливом в'язкості середовища на різні аспекти процесу руху. Через це в деяких випадках удаються до розв'язання рівнянь Ейлера для руху ідеальних середовищ з уведенням необхідних поправок і уточнень. Таким чином, отримано одне з найважливіших рівнянь гідро- і аеродинаміки – рівняння (закон) Бернуллі.

#### Рівняння Бернуллі

У практичних умовах вкрай розповсюдженим є рух у трубах і каналах, коли газ через бічні стінки не витрачається. У таких випадках для розрахунків застосовується рівняння Бернуллі, отримане для потоку течії (трубка течії), характерної тим, що витрати газу в будь-якому її перерізі залишаються незмінними (обмін газом між усім потоком і потоком течії через її бічні межі відсутній).

Розглянемо переміщення рідини (краплинній чи пружній) трубопроводом з перерізом, що змінюється, при відсутності теплообміну з навколишнім середовищем (рис. 1.30). При цьому:

- рух газу по каналу є незмінним і нерозривним;
- швидкості по перерізу, перпендикулярному осі каналу, є постійними;
- зневажається тертя часток газу одна об одну й об стінки каналу;
- зміна параметрів за перерізом каналу є малою в порівнянні з їх абсолютними значеннями.

Рідина, так як вона рухається, має кінетичну енергію, що залежить від її маси і квадрата швидкості і визначається вираженням  $m\omega^2/2$ , де  $\omega$  – швидкість руху. Звичайно кінетичну енергію відносять до маси 1 кг чи до об'єму 1 м<sup>3</sup>. У першому випадку вона дорівнює  $\omega^2/2$ , у другому –  $(\omega^2/2)\rho$ , де  $\rho$  – маса рідини в 1 м<sup>3</sup>, тобто її густина. На шляху між двома перерізами **A** і **B** зміну кінетичної енергії  $h_1$  для 1 кг рідини визначають як

$$h_1 = \frac{\omega_2^2}{2} - \frac{\omega_1^2}{2}, \quad (1.155)$$

де  $\omega_2$  – швидкість у перерізі **B**,  
 $\omega_1$  – швидкість у перерізі **A**.

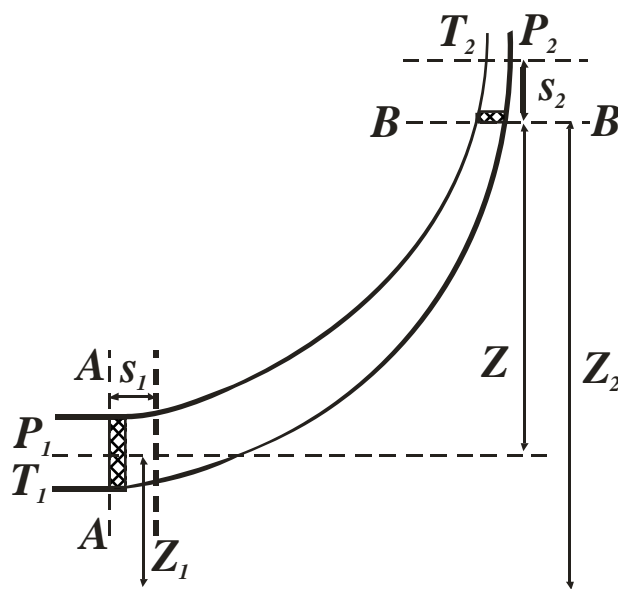


Рисунок 1.30 – Адиабатна течія рідини у трубі довільного перерізу

Як і всяке тіло, розглянута рідина має внутрішню (теплову) енергію, яка обумовлена енергією її молекул. Якщо позначити внутрішню енергію рідини в перерізах **B** і **A** відповідно  $u_2$  і  $u_1$ , то зміна внутрішньої енергії на

шляху  $AB$  для 1 кг складе:

$$h_2 = u_2 - u_1. \quad (1.156)$$

Рідина знаходиться під тиском і має так названу енергію тиску, що витрачається на подолання тиску в тому середовищі, куди надходить рідина. Робота, що при цьому виконується, називається роботою проти зовнішніх сил. Визначимо цю роботу на ділянці між перерізами  $A$  і  $B$ . Нехай  $P_1$  – тиск рідини в перерізі  $A$ , а  $P_2$  – у перерізі  $B$ . Припустимо, що в перерізах  $A$  і  $B$  знаходяться невагомні поршні, до яких прикладемо сили, що створюють тиски  $P_1$  і  $P_2$ ; нехай поршень, розташований у перерізі  $A$ , пройде шлях  $s_1$  за той час, протягом якого поршень у перерізі  $B$  пройде шлях  $s_2$ . Якщо площі поршнів у перерізах  $A$  і  $B$  рівні відповідно до  $f_1$  і  $f_2$ , то робота на пройденому ними шляху складе  $P_1 f_1 s_1$  і  $P_2 f_2 s_2$ ; якщо при цьому перемістився 1 кг рідини, то  $f_1 s_1 = v_1$ , а  $f_2 s_2 = v_2$ , і кінцева робота буде дорівнювати

$$h_3 = P_2 v_2 - P_1 v_1. \quad (1.157)$$

Ця робота виконана за рахунок енергії тиску на розглянутому шляху.

На шляху  $AB$  відбувається робота і проти сил ваги. Енергія, що витрачена на подолання цих сил, називається енергією положення і вимірюється відносно якого-небудь фіксованого рівня. Нехай відстань від перерізу  $AA$  до цього рівня складає  $Z_1$ , а до перерізу  $BB$  –  $Z_2$ . Тоді енергія положення 1 кг (або його потенційна енергія) у перерізі  $AA$  складає  $Z_1 g$ , а в перерізі  $BB$  –  $Z_2 g$ , де  $g$  – місцеве прискорення сили ваги. Таким чином, енергія положення, яку витрачено на подолання сил ваги, складає:

$$h_4 = (Z_2 - Z_1)g. \quad (1.158)$$

Отже, зміна внутрішньої енергії і робота на шляху між перерізами  $A$  і  $B$  складають суму  $h_1 + h_2 + h_3 + h_4$ . Згідно першого закону термодинаміки (1.51) ця сума дорівнює кількості тепла  $q$ , підведеної ззовні, яка у даному випадку дорівнює нулю, тому що розглядається випадок, коли немає теплообміну з навколишнім середовищем. Таким чином

$$0 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} + (u_2 - u_1) + (P_2 v_2 - P_1 v_1) + (Z_2 - Z_1)g. \quad (1.159)$$

Звідки

$$\frac{\omega_1^2}{2} + u_1 + P_1 v_1 + Z_1 g = \frac{\omega_2^2}{2} + u_2 + P_2 v_2 + Z_2 g, \quad (1.160)$$

а для будь-якого довільного перерізу можна написати (для 1 кг рідини)

$$\frac{\omega^2}{2} + u + Pv + Zg = H = \text{const}. \quad (1.161)$$

Рівняння (1.161) називається узагальненим **рівнянням Бернуллі**, чи рівнянням енергії, а  $H$  – напором 1 кг рідини. Воно показує, що енергія потоку в будь-якому перерізі – величина постійна. Як видно, рівняння Бернуллі являє собою математичне вираження першого закону термодинаміки для потоку рідини.

При виводі рівняння (1.161) рух рідини розглядався без урахування тертя. Але прийняття в розрахунок тертя не змінює загального положення про постійність енергії в будь-якому перерізі.

#### **Рівняння нерозривності**

На практиці найбільш розповсюдженими є такі процеси, при яких маса газу, що протікає по якомусь об'єму, залишається незмінною. При цьому, природно, маса газу, що втікає в об'єм за одиницю часу, повинна бути дорівнювати масі газу, що витікає.

Отже, можна написати, що  $m_1 = m_2$  чи, з огляду на те, що маса є добуток швидкості, перерізу потоку і густини

$$\omega_1 f_1 \rho_1 = \omega_2 f_2 \rho_2. \quad (1.162)$$

За **умови постійності густини** (для нестисливих середовищ, для яких  $\rho_1 = \rho_2$ ) останнє рівняння набуде виду

$$\omega_1 f_1 = \omega_2 f_2, \text{ або } \omega_1 / \omega_2 = f_2 / f_1. \quad (1.163)$$

Тобто швидкість потоку обернено пропорційна площі перерізу каналу. Якщо канал звужується, то швидкість буде збільшуватися; якщо канал розширюється, то швидкість буде зменшуватися.

Розглянемо тепер витікання газоподібного тіла, у якого зі зміною тиску змінюється питомий об'єм, тобто **змінюється густина**, і газ являється стисливим, що відрізняє його від краплинної рідини, у якої зі зміною тиску питомий об'єм практично не змінюється. Об'єм  $V$  газу, що

витікає за 1 секунду у середовище з постійним тиском  $P_2$  являє собою циліндр з основою, рівною перерізу  $f$  в усті насадки, і висотою, рівною швидкості  $\omega$ , так що об'єм  $V$  газу, який витікає за одиницю часу, складає

$$V = f\omega. \quad (1.164)$$

Якщо масова витрата газу дорівнює  $M$ , то  $V = Mv_2$  і

$$Mv_2 = f\omega, \quad (1.165)$$

де  $v_2$  – питомий об'єм газу на виході із сопла.

Якщо в якості швидкості прийняти середню швидкість потоку  $\omega$ , то рівняння (1.164) можна застосовувати для практичних розрахунків при течії в трубах і каналах, причому середня швидкість потоку визначається як відношення секундної об'ємної витрати середовища  $V$ , що проходить через даний переріз, до величини площі перерізу, тобто

$$\omega = V/f. \quad (1.166)$$

Рівняння (1.166) називають **рівнянням нерозривності**. Воно справедливе для будь-якого поперечного переріза каналу. З нього одержуємо рівняння для розрахунку площі перерізу

$$f = \frac{V}{\omega} = \frac{Mv_2}{\omega}. \quad (1.167)$$

Як видно, розмір перерізу у протилежних напрямках впливає на питомий об'єм і швидкість, значення яких під час руху газу змінюються.

Розглянемо **залежність статичного тиску газу від швидкості**. Рівняння (1.159) можна записати в наступному виді

$$0 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} + (h_2 - h_1) + (Z_2 - Z_1)g, \quad (1.168)$$

де  $h = u + Pv$ .

Якщо вважати, що газ рухається в горизонтальному напрямку, або рівні  $Z_1$  і  $Z_2$  майже не змінюються, то можна вважати, що  $Z_1 = Z_2$ . Тоді ми отримуємо рівняння першого закону термодинаміки для адіабатної течії потоку газу наступного виду

$$0 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} + (h_2 - h_1), \quad (1.169)$$

або в диференціальному виді

$$0 = dh + \omega d\omega. \quad (1.170)$$

Рівняння першого закону термодинаміки в диференціальному виді для загального випадку адіабатного процесу

$$0 = dh - v dP. \quad (1.171)$$

Прирівняємо праві частини рівнянь (1.168) і (1.169). Тоді отримуємо наступне рівняння

$$-v dP = \omega d\omega. \quad (1.172)$$

З рівняння (1.172) видно, що швидкість і статичний тиск мають різні знаки, тобто зі зростанням швидкості газу тиск буде зменшуватися. Цей принцип використовується в ежекторах, інжекторах, ерліфтах, тобто установках, що переміщують газ чи рідину за допомогою потоку стиснутого газу.

#### **1.5.4 Витікання парів та газів**

Відомо, що газоподібне тіло при тиску і температурі більш високих, чим ті ж параметри навколишнього середовища, має потенційну енергію. Найбільш часте використання цієї енергії в теплових двигунах полягає в тому, що її перетворюють на кінетичну в особливих пристроях – насадках (соплах) і в каналах, які утворюються вигнутими пластинами (лопатками). Процес руху через такі насадки називається витіканням. У техніці часто доводиться мати справу з процесами витікання, що характеризуються великою кінетичною енергією робочого тіла. Основні положення теорії витікання використовуються при розрахунках різних каналів теплоенергетичних установок: соплових і робочих лопаток турбін, регулювальних клапанів, витратомірних сопел, ежекторів, реактивних двигунів, ракет й ін.

За принципом роботи насадки поділяються на:

- такі, що призначені для збільшення швидкості потоку – конфузори чи сопла (рівномірно звужуються до виходу);
- такі, що призначені для зменшення швидкості потоку – дифузори (рівномірно розширюються до виходу);
- насадки конфузорно-дифузорного типу, що складаються з 2 частин: перша рівномірно звужується, а друга рівномірно розширюється; перехід з однієї частини в іншу здійснюється через мінімальний діаметр ( $d_{min}$ ); такий канал одержав назву реактивне сопло Лавалю.

Розглянемо рух потоку газу масою 1 кг через насадку змінного перерізу (рис. 1.31). Будемо вважати, що ми маємо сталий, стаціонарний режим витікання. У такому режимі всі термічні параметри і швидкість витікання залишаються незмінними з часом в будь-якій точці каналу. Закономірності витікання в елементарному струмку потоку переносяться на весь переріз каналу. При цьому для кожного поперечного перерізу каналу приймаємо середні за перерізом значення термічних параметрів і швидкості, тобто потік розглядаємо як одномірний. Крім того, різниця тисків газу і зовнішнього середовища є невеликою, а швидкість течії робочого тіла досить велика, довжина каналу невелика, і процес теплообміну між стінкою і газом незначний, тому процес витікання газу вважаємо адіабатним.

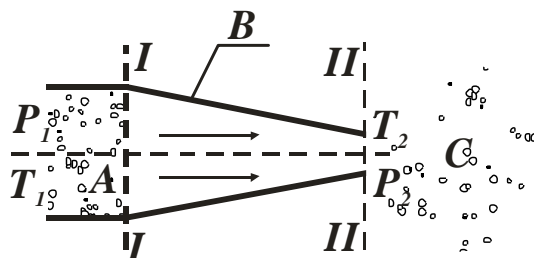


Рисунок 1.31 – Витікання газу через сопло

Газ витікає через насадку **B** із середовища **A**, у якому підтримуються параметри  $P_1$ ,  $T_1$ , у середовище **C** з параметрами  $P_2$ ,  $T_2$ . Початкова швидкість –  $\omega_1$ , кінцева –  $\omega_2$ . Складемо рівняння Бернуллі для перерізів **I-I** і **II-II**. Згідно (1.160) для 1 кг газу, що витікає, одержимо:

$$\frac{\omega_1^2}{2} + u_1 + P_1 v_1 + Z_1 g = \frac{\omega_2^2}{2} + u_2 + P_2 v_2 + Z_2 g, \quad (1.173)$$

Для випадку витікання газу з насадок швидкість  $\omega_2$  значно більше



швидкості  $\omega_1$ , тому можна прийняти, що  $\omega_1 = 0$ . Тоді швидкість витікання можна позначити  $\omega_2 = \omega$ . Крім того, приймаємо  $Z_2 = Z_1$  тому що рівні змінюються незначно. Після цих спрощень одержуємо:

$$\frac{\omega^2}{2} = (u_1 + P_1 v_1) - (u_2 + P_2 v_2). \quad (1.174)$$

Якщо прийняти, що  $u + Pv = h$  (див. підрозділ 1.2.5), то ми отримаємо:

$$\frac{\omega^2}{2} = h_1 - h_2. \quad (1.175)$$

Звідки

$$\omega = \sqrt{2(h_1 - h_2)} = 1,41\sqrt{h_1 - h_2}. \quad (1.176)$$

Якщо швидкість виразити з рівняння (1.174), то отримаємо:

$$\omega = \sqrt{2((u_1 + P_1 v_1) - (u_2 + P_2 v_2))} = \sqrt{2((u_1 - u_2) + (P_1 v_1 - P_2 v_2))}. \quad (1.177)$$

В адіабатному процесі  $u_1 - u_2 = l$ , а робота в адіабатному процесі розраховується за рівнянням (1.82). Тоді

$$\omega = \sqrt{2\left(\frac{l}{k-1}(P_1 v_1 - P_2 v_2) + (P_1 v_1 - P_2 v_2)\right)} = \sqrt{2\frac{k}{k-1}(P_1 v_1 - P_2 v_2)}, \quad (1.178)$$

або

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1 v_1 \left(1 - \frac{P_2 v_2}{P_1 v_1}\right)}. \quad (1.179)$$

Відповідно (1.79)

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{k}}, \quad (1.180)$$

тоді

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}. \quad (1.181)$$

Масові витрати газу  $M$  через сопло звичайно виражаються у кілограмах за секунду і визначаються за допомогою рівняння (1.165)

$$M = f\omega / v_2. \quad (1.182)$$

Використав рівняння (1.182) і (1.181), отримаємо

$$M = f \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_1}{v_1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \quad (1.183)$$

Згідно з рівнянням (1.183) масова секундна витрата газу при витіканні залежить від площі вихідного перерізу сопла, властивостей газу, початкових параметрів газу  $k$ ,  $P_1$ ,  $v_1$  і ступеня його розширення, тобто тиску  $P_2$  газу на виході. Рівнянню (1.183) відповідає крива, яку побудовано на рисунку 1.32.

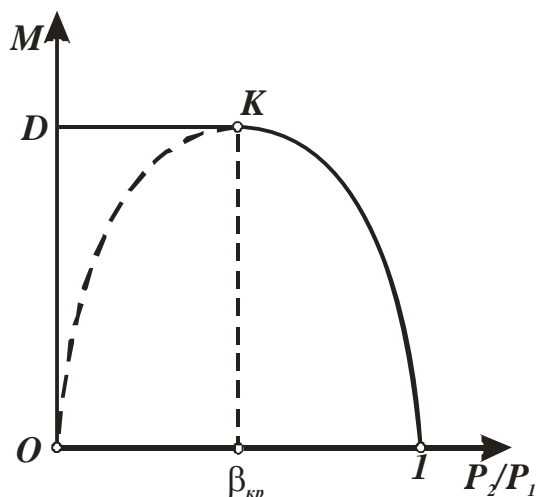


Рисунок 1.32 – Залежність масової витрати газу через сопло від відношення  $P_2/P_1$

Прийmemo, що відношення тисків дорівнює  $\beta$ , тобто  $\beta = P_2/P$ . При  $P_2 = P$  витрата, природно, дорівнює нулю. Зі зменшенням тиску середовища  $P_2$  витрата газу збільшується і досягає максимального значення при  $P_2/P = \beta_{кр}$ . При подальшому зменшенні відношення  $P_2/P$  значення  $M$ , яке розраховується за рівнянням (1.183), зменшується і при  $P_2/P = 0$  дорівнює нулю.

Порівняння описаної залежності з експериментальними даними показало, що для  $\beta_{кр} < P_2/P < 1$  результати цілком співпадають, а для

$0 < P_2/P_1 < \beta_{кр}$  вони розходяться – дійсна масова витрата на цій ділянці залишається постійною (пряма  $KD$ ).

Аналогічна залежність спостерігається для зміни питомого об'єму  $v$  (рис. 1.33, а) і швидкості витікання  $\omega$  (рис. 1.33, б).

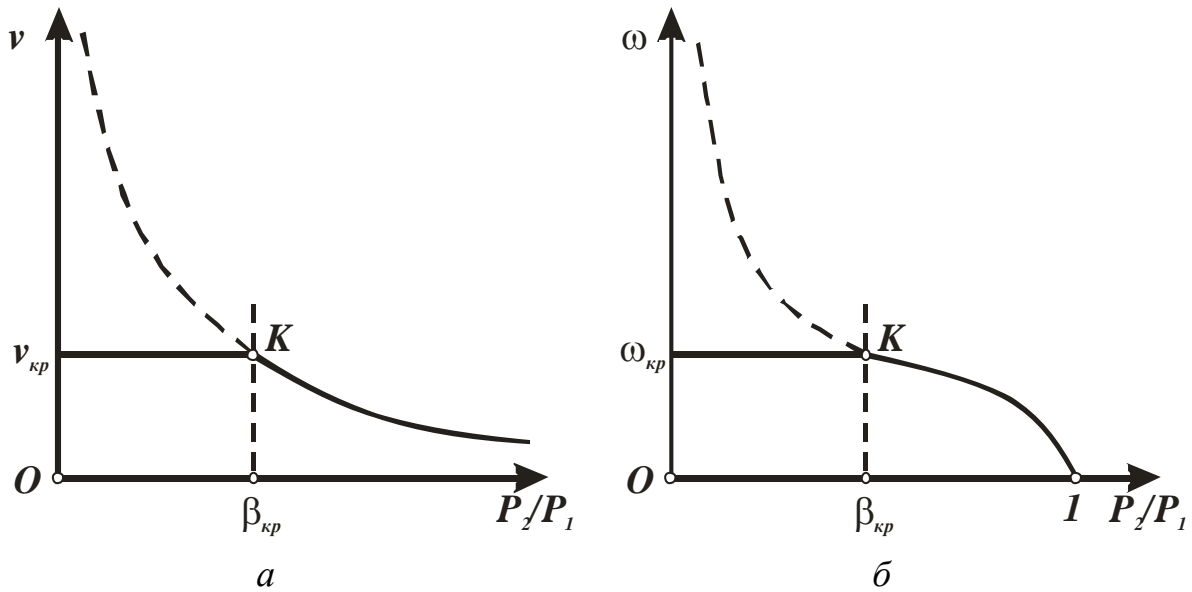


Рисунок 1.33 – Залежність питомого об'єму (а) і швидкості (б) витікання газу через сопло від відношення  $P_2/P_1$

З метою пояснення цієї розбіжності теорії з експериментом, А. Сен-Венан у 1839 році висунув гіпотезу про те, що в соплі, яке звужується, неможливо одержати тиск газу нижче деякого критичного значення  $P_{кр}$ , що відповідає максимальній витраті газу через сопло  $\omega_{макс}$ . Як би ми не знижували тиск  $P_2$  середовища, в якому відбувається витікання, тиск на виході із сопла залишається постійним і рівним  $P_{кр}$ .

З метою пошуку максимуму функції  $M=f(P_2/P_1)=f(\beta)$  (1/183) при  $P_1=const$ , що відповідає значенню  $\beta_{кр}$ , візьмемо першу похідну від вираження в квадратних дужках і дорівняємо її до нуля:

$$\frac{d}{dP_2} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] = \frac{2}{k} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}-1} = 0. \quad (1.184)$$

Тоді отримаємо

$$\beta_{кр} = \frac{D_{\hat{e}\delta}}{D_1} = \left( \frac{2}{\hat{e}+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (1.185)$$

Таким чином, відношення критичного тиску на виході  $P_{кр}$  до тиску перед соплом  $P_1$  є величина постійна, яка залежить тільки від показника адіабати  $k$ , тобто від природи робочого тіла.

Для одноатомних газів  $k=1,66$ ,  $\beta_{кр}=0,49$ ;

для двоатомних газів –  $k=1,4$ ,  $\beta_{кр}=0,528$

для 3- і багатоатомних газів і перегрітої пари –  $k=1,33$ ,  $\beta_{кр}=0,546$ .

**Критична швидкість** встановлюється в усті сопла при витіканні в навколишнє середовище з тиском, рівним чи нижче критичного. Її можна визначити з рівняння (1.181), якщо підставити в нього замість відношення  $P_2/P_1$  значення  $P_{кр}$ :

$$\omega_{\hat{e}\hat{o}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} P_1 v_1} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_1}. \quad (1.186)$$

Величина критичної швидкості визначається фізичними властивостями і початковими параметрами газу. З рівняння адіабати (1.180) випливає, що

$$v_1 = v_{\hat{e}\hat{o}} \left( \frac{P_{\hat{e}\hat{o}}}{P_1} \right)^{\frac{1}{k}}, \quad (1.187)$$

Відповідно до рівняння (1.185) замінімо відношення  $P_{кр}/P_1$  на  $\beta_{кр}$ . Тоді одержуємо

$$v_1 = v_{\hat{e}\hat{o}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (1.188)$$

Якщо до рівняння (1.186) підставити значення  $v_1$  з (1.188), а значення  $P_1$  з рівняння (1.185), то отримаємо наступне вираження

$$\omega_{\hat{e}\hat{o}} = \sqrt{k P_{\hat{e}\hat{o}} v_{\hat{e}\hat{o}}} = a. \quad (1.189)$$

З курсу фізики відомо, що це і є швидкість поширення звуку  $a$  в середовище з параметрами  $P=P_{кр}$  і  $v=v_{кр}$ .

Таким чином, критична швидкість газу при витіканні дорівнює місцевій швидкості звуку у вихідному перерізі сопла. Саме це пояснює,

чому в соплі, що звужується, газ не може розширюватися до тиску менше критичного, а швидкість не може перевищувати критичну. Фізичне пояснення цього явища може бути наступним. Зниження тиску будь-якого газу поширюється в усі сторони зі швидкістю, рівною швидкості звуку  $a$ . У циліндричному каналі доки швидкість течії менше  $a$ , зниження тиску уздовж потоку газу передається зі швидкістю  $a - \omega$ . При  $\omega = a$  зниження тиску потоком вже передатися не може, і тиск в усті залишається рівним  $P_{кр}$ , незалежно від того, що тиск середовища, куди витікає із сопла газ, стане значно менше  $P_{кр}$ . Подальше зниження тиску газу уздовж каналу і відповідне збільшення його швидкості могло б відбутися в тому випадку, якщо газ зміг розширитися, наприклад, від збільшення перерізу каналу.

Максимальну секундну витрату газу при критичному значенні  $\beta_{кр}$  можна визначити з рівняння (1.183)

$$M_{\text{макс}} = f_{\text{кр}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{P_1}{\rho_1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}}. \quad (1.190)$$

Таким чином, максимальна секундна витрата газу залежить від стану газу на вході до сопла, величини вихідного перерізу сопла  $f_{\text{мін}}$  і показника адіабати газу, тобто його природи.

Значення всіх інших параметрів газу при критичному тиску, які також називаються критичними, можна визначити з рівняння адіабати (1.79).

### 1.5.5 Вибір форми сопла

Дослідження показали, що форма поперечного перерізу каналу практично не впливає на швидкість витікання. Основну роль грає профіль каналу, тобто **зміна перерізу уздовж потоку**. Тому для одержання визначеної швидкості витікання потрібно вибрати відповідний профіль каналу.

Залежність між зміною площі поперечного перерізу сопла, швидкістю течії і зміною параметрів газу в загальному виді визначається рівняннями (1.191) і (1.192), які називають **рівняннями профілю каналу**

$$\frac{df}{f} = \frac{a^2 - \omega^2}{k\omega^2} \cdot \frac{dP}{P}, \quad (1.191)$$

$$\frac{df}{f} = (M^2 - 1) \cdot \frac{d\omega}{\omega}, \quad (1.192)$$

де  $M$  – число Маха, яке дорівнює відношенню дійсної швидкості течії газу до швидкості звуку в даних умовах,

$$M = \frac{\omega}{a}. \quad (1.193)$$

Рівняння (1.191) і (1.192) показують, що при дозвукових швидкостях оборотної течії ( $M < 1$ ,  $\beta_{кр} < P_2/P < 1$ ) ідеальний газ поводить себе подібно рідині: при збільшенні швидкості течії ( $d\omega > 0$ ) переріз каналу повинен зменшуватися ( $df < 0$ ). При швидкостях течії більше критичних ( $M > 1$ ,  $0 < P_2/P < \beta_{кр}$ ) переріз каналу при зростанні швидкості повинен збільшуватися ( $df > 0$ ). У тому місці каналу, де досягається критична швидкість ( $M = 1$ ), повинне бути  $df = 0$ .

На рисунку 1.34 подані три можливих співвідношення між швидкістю витікання  $\omega$  і швидкістю звуку  $a$  на виході із сопла.

1) При відношенні тисків  $0 < P_2/P_1 < \beta_{кр}$ . (рис. 1.34, а) швидкість витікання менше швидкості звуку в середовищі, що витікає –  $\omega < \omega_{кр}$ . У середині сопла швидкість потоку також всюди менше швидкості звуку. Отже, сопло повинне звужуватися на всій довжині.

2) При більш низькому тиску за соплом  $P_2$  можна одержати режим, зображений на рисунку 1.34, б. У цьому випадку швидкість на виході із сопла  $\omega$  дорівнює швидкості звуку в середовищі, що витікає, тобто ми одержимо критичну швидкість витікання  $\omega = \omega_{кр}$ . У середині сопла як і раніше повинне звужуватися ( $df < 0$ ), а потім мати ділянку рівного перерізу, у якому  $df = 0$ .

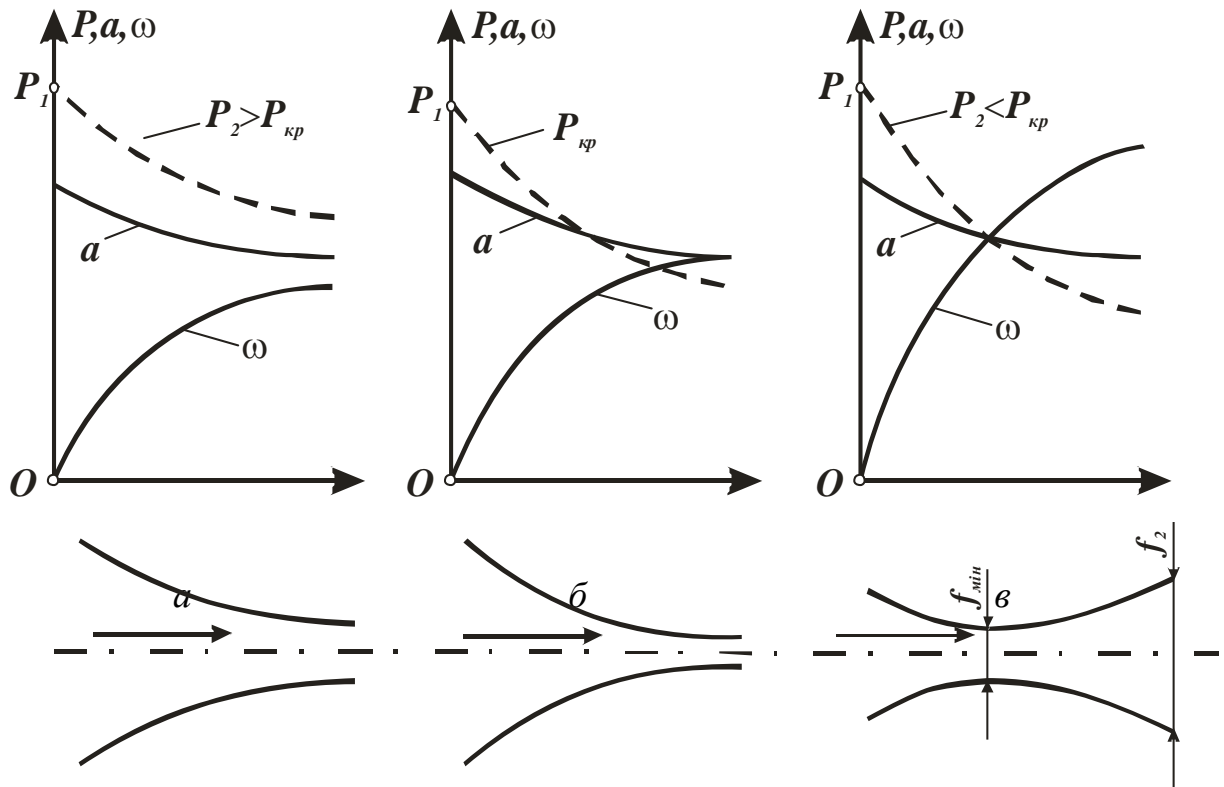


Рисунок 1.34 – Залежність форми сопла від швидкості витікання

Щоб одержати за соплом надзвукову швидкість  $\omega > \omega_{кр}$ , потрібно мати за ним тиск менше критичного (рис. 1.34, в). У цьому випадку сопло необхідне скласти з двох частин: тієї, що звужується, де  $\omega < a$ , і тієї, що розширюється, де  $\omega > a$ . Отже, при необхідності наростання швидкості течії від  $\omega_1 < \omega_{кр}$  до надзвукової переріз каналу за довжиною повинен мінятися: спочатку зменшуватися від  $f_1$  до мінімального  $f_{min}$ , а потім розширюватися до величини вихідного перерізу  $f_2$ . У самому вузькому перерізі сопла, де  $df=0$ , досягається рівність дійсної швидкості течії  $\omega$  і місцевої швидкості звуку  $a$ , яка також змінюється за довжиною каналу. Таке комбіноване сопло вперше було застосовано шведським інженером К. Г. Лавалем у 80-х роках минулого сторіччя для одержання надзвукових швидкостей пари. Зараз сопла Лавалю застосовують у реактивних двигунах літаків і ракет. Кут розширення не повинен перевищувати  $10...12^\circ$ , щоб не було відриву потоку від стін. При витіканні газу з такого сопла в середовище з тиском менше критичного в самому вузькому перерізі сопла встановлюються критичні тиск і швидкість. У насадці, що розширюється, відбувається подальше збільшення швидкості і, відповідно, падіння тиску газу, що витікає, до тиску зовнішнього середовища.

Розглянемо тепер рух газу через **дифузор** – канал, у якому тиск підвищується за рахунок зменшення швидкісного напору ( $d\omega < 0$ ). З рівняння (1.192) випливає, що якщо  $M < 1$ , то  $df > 0$ , тобто, якщо швидкість газу при вході в канал менше швидкості звуку, то дифузор повинен розширюватися за напрямком руху газу так само, як при течії нестисливої рідини. Якщо ж швидкість газу на вході в канал більше швидкості звуку ( $M > 1$ ), то дифузор повинен спочатку звужуватися ( $df < 0$ ), а потім, досягнувши  $f_{\min}$ , розширюватися. Таким чином, дифузор, тобто канал, який призначено для збільшення тиску газу, у випадку надзвукової швидкості на вході до сопла повинен бути подібним соплу Лаваля.

### 1.5.6 Розрахунок процесу витікання за допомогою **h,s-діаграми**

Так як водяна пара не є ідеальним газом, то розрахунок її витікання краще виконувати не за аналітичними формулами, а за допомогою **h,s-діаграми**.

Пара з початковими параметрами  $P_1, T_1$  витікає до середовища з тиском  $P_2$ . Якщо ми зневажаємо втратами енергії на тертя при русі водяної пари каналом і тепловіддачею до стінок сопла, то можна вважати, що процес витікання протікає при постійній ентропії і зображується на **h,s-діаграмі** вертикальною прямою **1–2** (рис. 1.35).

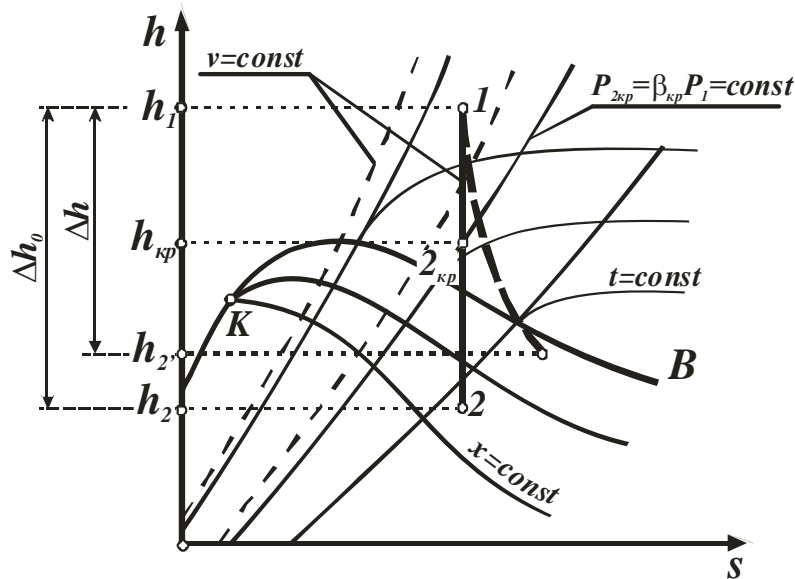


Рисунок 1.35 – Визначення швидкості витікання водяної пари за допомогою **hs-діаграми**



Швидкість витікання розраховується за рівнянням (1.176)

$$\omega = 1,41\sqrt{h_1 - h_2},$$

де  $h_1$  визначається на перетинанні ізобари  $P_1$  й ізотерми  $t_1$ , а  $h_2$  знаходиться на перетинанні вертикалі, проведеної з точки  $1$ , з ізобарою  $P_2$  (точка  $2$ ). Якщо значення ентальпій підставляти в формулу (1.176) в кілоджоулях на кілограм, то швидкість витікання в метрах за секунду буде розраховуватися за рівнянням

$$\omega = 44,7\sqrt{h_1 - h_2}. \quad (1.194)$$

Рівняння (1.176) і (1.194) можна використовувати як для визначення дозвукової швидкості водяної пари, так і для визначення надзвукової швидкості, тобто у випадку використання сопла Лавалля.

Для визначення критичної швидкості витікання водяної пари за допомогою  $h,s$ -діаграми треба замість  $h_2$  у рівнянні (1.176) підставити значення  $h_{2кр}$ , яке визначається за  $h,s$ -діаграмою як точка перетинання адіабати з критичною ізобарою  $P_{2кр}$  (див. рис. 1.35):

$$\omega_{\text{ед}} = 1,41\sqrt{h_1 - h_{2\text{ед}}}. \quad (1.195)$$

Вочевидь, що на створення кінетичної енергії струменя робочого тіла, що витікає, витрачається не все теплопадіння, а лише його частина  $\Delta h_{кр} = h_1 - h_{2кр}$ . Частина  $\Delta h - \Delta h_{кр} = h_{2кр} - h_2$ , що залишається, являє собою втрати на вихрові рухи при виході струменя з устя сопла.

У реальних умовах унаслідок тертя потоку об стінки каналу процес витікання виявляється нерівноважним, тобто при течії газу виділяється теплота тертя і тому ентропія робочого тіла зростає. На рисунку 1.35 цей нерівноважний процес адіабатного розширення пари умовно зображено штриховою лінією  $1-2'$ . При тому ж перепаді тисків  $P_1 - P_2$  різниця ентальпій  $h_1 - h_2 = \Delta h$  виходить менше, ніж  $\Delta h_0$ , в результаті чого швидкість витікання  $h_2$  зменшується. Фізично це означає, що частина кінетичної енергії потоку через тертя переходить у теплоту, швидкісний напір  $\omega_2/2$  на виході із сопла виходить менше, ніж при відсутності тертя. Втрата в сопловому апараті кінетичної енергії внаслідок тертя виражається різницею  $\Delta h_0 - \Delta h = h_2 - h_2$ . Відношення втрат у соплі до теплопадіння

називається коефіцієнтом втрати енергії в соплі  $\xi_\omega$ :

$$\xi_\omega = \frac{\Delta h_0 - \Delta h}{\Delta h_0} = 1 - \frac{\Delta h}{\Delta h_0}. \quad (1.196)$$

Якщо з рівняння (1.196) виразити дійсне тепло падіння  $\Delta h = \Delta h_0(1 - \xi_\omega)$  і підставити його до рівняння (1.194), то ми отримаємо рівняння для розрахунку дійсної швидкості адіабатного необоротного витікання:

$$\omega = 44,7 \sqrt{(1 - \xi_\omega)(h_1 - h_2)} = 44,7 \varphi_\omega \sqrt{(h_1 - h_2)}. \quad (1.197)$$

Коефіцієнт  $\varphi_\omega$  називається швидкісним коефіцієнтом сопла. Сучасна техніка дозволяє створювати добре спрофільовані й оброблені сопла, у яких  $\varphi_\omega = 0,95 \div 0,98$ .

### 1.5.7 Дроселювання парів та газів

Якщо в трубопроводі на шляху руху газу або пари в каналі зустрічається перешкода (місцевий опір), що частково захащує поперечний переріз потоку, то тиск  $P_2$  за перешкодою завжди виявляється менше, ніж перед нею  $P_1$  (рис. 1.36). Цей процес зменшення тиску, у підсумку якого немає ні збільшення кінетичної енергії, ні здійснення технічної роботи, називається **дроселюванням** чи мнуттям, а також редукуванням або гальмуванням.

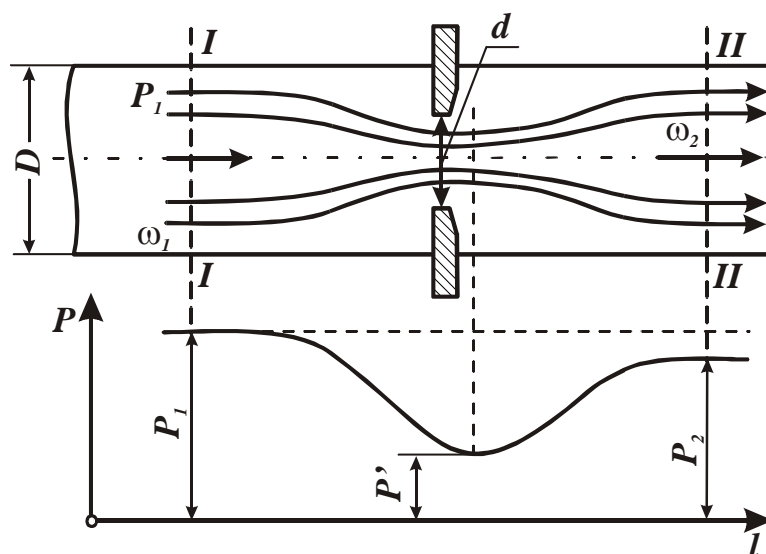


Рисунок 1.36 – Дроселювання газів

Будь-який кран, вентиль, засувка, клапан та інші місцеві опори, що зменшують прохідний переріз трубопроводу, викликають дроселювання газу чи пари і, отже, падіння тиску. Іноді дроселювання спеціально вводиться в цикл роботи тієї чи іншої машини: наприклад, шляхом дроселювання пари перед входом у парові турбіни регулюють їх потужність. Аналогічний процес здійснюється й у карбюраторних двигунах внутрішнього згорання, де потужність регулюється зміною положення дросельної заслінки карбюратора. Дроселювання газів і пар використовують для зниження їх тиску у спеціальних редуційних клапанах, широко застосовується у системах тепло- і паропостачання різних підприємств, а також в холодильній техніці для одержання низьких температур і скраплення газів шляхом їх багаторазового дроселювання.

Фізичне уявлення про падіння тиску за місцевим опором обумовлено дисипацією (розсіюванням) енергії потоку, що витрачається на подолання цього місцевого опору.

Розглянемо течію робочого тіла каналом діаметром  $D$ , який має місцеве звуження діаметром  $d$  (див. рис. 1.36). Приймаючи, що дроселювання відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, розглянемо зміну стану робочого тіла при переході з перерізу  $I$  до перерізу  $II$ . При дроселюванні втрата тиску  $P_1 - P_2$  тим більше, чим менше відносна площа звуження. При відсутності теплообміну відповідно до рівняння (1.169) будемо мати

$$h_1 - h_2 = \frac{I}{2} (\omega_2^2 - \omega_1^2), \quad (1.198)$$

де  $h_1$  і  $h_2$  – ентальпія газу в перерізах  $I-I$  і  $II-II$ .

Якщо знехтувати зміною швидкості, тобто вважати, що  $\omega_1 \approx \omega_2$ , то  $h_1 = h_2$ . Таким чином, в результаті дроселювання ентальпія газу до перерізу, що звужується, і після нього має одне і теж значення, тобто залишається постійною. Ентропія і об'єм при цьому збільшуються, а тиск падає. Не слід робити висновок, що дроселювання газу протікає при незмінній ентальпії. Треба розуміти так, що лише при завершенні процесу дроселювання і стабілізації стану газу (тобто вирівнювання потоку) його ентальпія виявляється такою ж, що і до початку процесу.

Для ідеальних газів, виходячи з рівності ентальпій відповідно до (1.72), температура також залишається незмінною. Але якщо  $T_1 = T_2$ , то  $P_2 v_2 = P_1 v_1$ , а так як  $P_2 < P_1$ , то, відповідно,  $v_2 > v_1$ .

При дроселюванні реальних газів температура газу змінюється. У реальних газах через наявність сил притягання між молекулами на розширення газу за звуженням повинна витратитися деяка енергія. До місця дроселювання ззовні не підводиться ні теплота, ні робота, тому розширення відбувається за рахунок внутрішньої енергії газу. Це призводить до зменшення температури потоку. Зміна температури при дроселюванні називається **ефектом Джоуля-Томсона**. Для ідеальних газів ефект Джоуля-Томсона дорівнює нулю, для реальних газів він може бути позитивним чи негативним. Цей ефект широко використовується для одержання низьких температур, наприклад, у побутовому холодильнику.

Для водяної пари процес дроселювання зручно вивчати за допомогою  **$h,s$ -діаграми** (рис. 1.37).

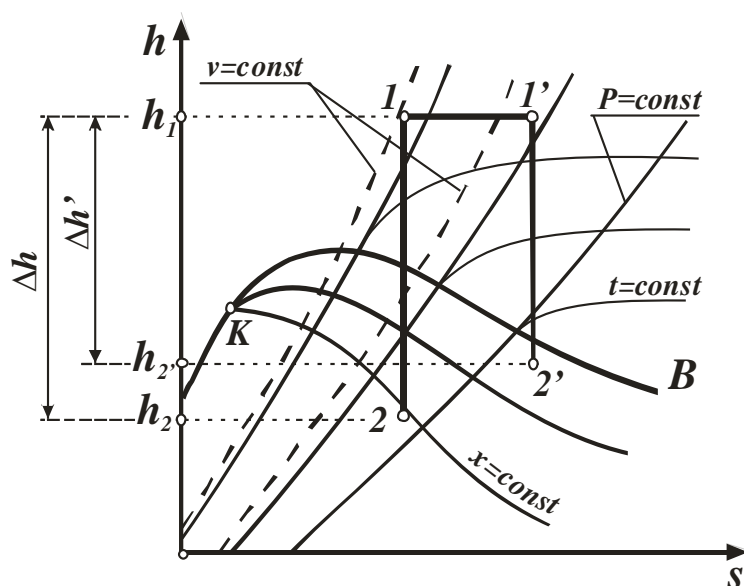


Рисунок 1.37 – Процес дроселювання в  $hs$ -діаграмі

Процес дроселювання на  **$h,s$ -діаграмі** зображується горизонтальною лінією – лінія  **$1-1'$**  на рисунку 1.37.

Дроселювання є типовим необоротним процесом, у результаті якого ентропія робочого тіла зростає без підведення теплоти. Як і всякий необоротний процес, дроселювання призводить до втрати роботи. Це легко можна показати на прикладі водяної пари на  $hs$ -діаграмі (див. рис. 1.37). Точка  **$1$**  характеризує перегріту пару. Направимо цю пару на лопатки парової турбіни, де вона буде розширюватися до тиску  **$P_2$** . Процес розширення адіабатний, тому на  $hs$ -діаграмі він зображується вертикальною прямою  **$12$** . При цьому пара виконує роботу  $l_{12} = \Delta h = h_1 - h_2$ .

Якщо спочатку провести процес дроселювання до тиску  $P_1$ , (процес зображується горизонтальною прямою  $1-1'$ , а потім пару направити на лопатки турбіни (лінія  $1'-2'$ ), то робота, яку пара при цьому виконає, буде вже дорівнювати  $l_{1,2}'=h_1-h_2$ . На діаграмі чітко видно, що в другому випадку, тобто після дроселювання, ми одержуємо меншу кількість роботи. Таким чином, при дроселюванні газів і парів ми втрачаємо частину корисної енергії.

Дроселювання використовують для регулювання (зменшення) потужності теплових двигунів. Таке регулювання, звичайно, не економічне, тому що частина роботи безповоротно витрачається, але внаслідок своєї простоти воно застосовується досить широко.

### 1.5.8 Питання для самоконтролю

- 1 Вкажіть основні властивості газів при русі.
- 2 Перший закон термодинаміки для потоку газу.
- 3 Запишіть рівняння нерозривності для потоку газу.
- 4 Вкажіть види насадок, приклади їх застосування.
- 5 Які канали називають дифузорами?
- 6 Які канали називають конфузорами?
- 7 Що таке сопло Лавалю?
- 8 У чому полягають основні особливості витікання газів через насадки?
- 9 Запишіть основні рівняння витікання газів.
- 10 Що таке критична швидкість витікання?
- 11 Як визначається масова витрата газу при витіканні?
- 12 Як впливає профіль каналу на швидкість витікання газів?
- 13 Як можна розрахувати швидкість витікання водяної пари за допомогою  $hs$ -діаграми?
- 14 Вкажіть особливості дроселювання газів.

## 1.6 Приклади рішення задач

**Приклад 1.1.** Маса газу в балоні складає 20 кг, об'єм – 0,25 м<sup>3</sup>. Визначити густину і питомий об'єм газу.

**Розв'язання.** За рівнянням (1.7)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{20}{0,25} = 80 \text{ кг/л}^3.$$

Тоді

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{80} = 0,0125 \text{ л}^3/\text{кг}.$$

**Приклад 1.2.** Надлишковий тиск у паровому котлі 0,3 МПа. Барометричний тиск  $P_{ат.м}=101,3$  кПа (760 мм рт.ст.). Визначити абсолютний тиск у паровому котлі.

**Розв'язання.** За рівнянням (1.4) знаходимо:

$$P_{абс} = 0,3 + 0,101 = 0,401 \text{ МПа}.$$

**Приклад 1.3.** Барометричний тиск дорівнює  $P_{ат.м}=103,6$  кПа (780 мм рт.ст.); розрядження у конденсаторі  $P_{вак}=700$  мм рт.ст. Визначити абсолютний тиск пари у конденсаторі.

**Розв'язання.** Спочатку визначаємо розрядження у паскалях:

$$P_{вак} = 700 \cdot 133,3 = 93,1 \text{ кПа}.$$

Тоді за рівнянням (1.5)

$$P_{абс} = 103,6 - 93,1 = 10,5 \text{ кПа}.$$

**Приклад 1.4.** Ртутний вакуумметр, приєднаний до судини, показує розрядження 420 мм рт.ст. при температурі ртуті у вакуумметрі  $t=20$  °С. Тиск атмосфери за ртутним барометром дорівнює 768 мм рт.ст. при температурі  $t = 18$  °С. Визначити абсолютний тиск у судині.

**Розв'язання.** Наводимо показання вакуумметра і барометра до температури ртуті 0 °С за рівнянням (1.3):

$$P_{вак} = 420 (1 - 0,000172 \cdot 20) = 418,5 \text{ мм рт.ст.}$$

$$P_{ат.м} = 768 (1 - 0,000172 \cdot 18) = 765,6 \text{ мм рт.ст.}$$

Абсолютний тиск у судині

$$P_{абс} = 765,6 - 418,5 = 347,1 \text{ мм рт.ст.} = 46,3 \text{ кПа}.$$

**Приклад 1.5.** Об'єм газу  $V=5 \text{ м}^3$  при  $P_{\text{над}}=0,8 \text{ МПа}$  і  $T=300 \text{ К}$  привести до нормальних умов. Прийняти, що барометричний тиск дорівнює  $P_{\text{бар}} \approx 0,1 \text{ МПа}$  .....

**Розв'язання..** Знаходимо  $P_{\text{абс}}$ :

$$P_{\text{абс}} = 0,8 + 0,1 = 0,9 \text{ МПа}.$$

За рівнянням Клапейрона (1.9) визначаємо масу газу й використовуємо її для знаходження об'єму за нормальних умов ( $P_n=101,325 \text{ кПа}$  і  $T_n = 273\text{К}$ ):

$$m = \frac{PV}{RT}; V_i = \frac{mRT_i}{P_i} \Rightarrow V_i = \frac{PV_i}{P_i} = \frac{900 \cdot 5 \cdot 273}{300 \cdot 101,325} = 40,3 \text{ м}^3.$$

**Приклад 1.6.** У балоні знаходиться кисень при абсолютному тиску  $4,0 \text{ МПа}$  і температурі  $315 \text{ К}$ . Визначити густину кисню в балоні. За рівняннями (1.7), (1.8) визначаємо густину

???

$$\rho = \frac{P}{RT},$$

де  $P = 4 \text{ МПа} = 4\,000\,000 \text{ Па}$ ;

$R = 259,8 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  (див. табл. *A.1* додатка *A*).

Тоді

$$\rho = \frac{4000000}{259,8 \cdot 315} = 48,6 \text{ кг/м}^3.$$

**Приклад 1.7.** Газгольдер діаметром  $d = 600 \text{ мм}$  і висотою  $h = 2 \text{ м}$  містить метан  $\text{CH}_4$  при тиску  $P_{\text{над}} = 0,2 \text{ МПа}$ . Температура газу  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . Визначити масу метану в газгольдері, якщо барометричний тиск дорівнює  $0,1 \text{ МПа}$ .

**Розв'язання.** Знаходимо об'єм газгольдера:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h = \frac{3,14 \cdot 0,6^2}{4} 2 = 0,565 \text{ м}^3.$$

Тоді маса газу в газгольдері за рівнянням Клапейрона (1.9) дорівнює

$$m = \frac{PV}{RT} = \frac{300000 \cdot 0,565}{519 \cdot 300} = 1,09 \text{ êã},$$

де  $R(CH_4) = 519 \text{ Дж/(кг К)}$  (див. табл. *A.1* додатка *A*);

$$P_{\text{над}} = (0,2 + 0,1) \cdot 10^6 = 300\,000 \text{ Па},$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ К}.$$

**Приклад 1.8.** Визначити молярну масу, газову сталу, густину і питомий об'єм сухого повітря за нормальних умов, якщо його об'ємний склад дорівнює  $r_{O_2} = 0,21$ ,  $r_{N_2} = 0,79$ .

**Розв'язання.** Молярна маса суміші газів визначається за формулою (1.19):

$$\mu_{\text{іа}} = \mu_{O_2} r_{O_2} + \mu_{N_2} r_{N_2} = 32 \cdot 0,21 + 28 \cdot 0,79 = 28,9 \text{ кг/кмоль}.$$

Газова стала суміші газів за формулою (1.27) дорівнює

$$R_{\text{іа}} = \frac{8314}{28,9} = 278 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Питомий об'єм за нормальних умов дорівнює

$$v_{\text{іа}} = \frac{V_{\mu}}{\mu_{\text{іа}}} = \frac{22,4}{28,9} = 0,775 \text{ м}^3/\text{кг},$$

де  $V_{\mu} = 22,4 \text{ м}^3/\text{кмоль}$  – об'єм 1 кіломолю газу за нормальних умов.

Густина повітря дорівнює

$$\rho_{\text{іа}} = \frac{1}{v_{\text{іа}}} = \frac{1}{0,775} = 1,29 \text{ кг/м}^3.$$

**Приклад 1.9.** Ухтинський природний газ містить метан  $CH_4$  з об'ємною долею  $r_{CH_4} = 0,88$ , азот  $r_{N_2} = 0,10$  і бензол  $r_{C_6H_6} = 0,02$ . Визначити масу цього газу в балоні, об'єм котрого дорівнює  $0,2 \text{ м}^3$ , тиск за манометром  $P_{\text{над}} = 3,0 \text{ МПа}$ , температура –  $300 \text{ К}$ . Тиск за барометром –  $0,1 \text{ МПа}$ .

**Розв'язання.** За рівнянням Клапейрона (1.9) визначаємо масу газу

$$m = \frac{PV}{R_{\text{іа}} \theta}.$$



Знаходимо  $R_{\text{сум}}$  за допомогою формул (1.19) і (1.27):

$$R_{\text{н\o i}} = \frac{8314}{\mu_{\text{н\o i}}} = \frac{8314}{16 \cdot 0,88 + 28 \cdot 0,1 + 30 \cdot 0,2} = \frac{8314}{16,96} = 49,0 \frac{\text{А\ae}}{\text{\ae} \cdot \text{Е}}.$$

Знаходимо масу газу:

$$m_{\text{н\o i}} = \frac{300000 \cdot 0,2}{49 \cdot 300} = 42,2 \text{ \ae},$$

де  $P=(3,0+0,1) \cdot 10^6=300000 \text{ Па}$ .

**Приклад 1.10.** Визначити середню теплоємність  $1 \text{ м}^3$  газової суміші за нормальних умов для процесу  $P=\text{const}$  в інтервалі температур від  $0^\circ\text{C}$  до  $1400^\circ\text{C}$ , якщо вона нелінійно залежить від температури. Склад суміші за об'ємом  $r_{\text{CO}_2} = 12\%$ ,  $r_{\text{O}_2} = 6\%$ ,  $r_{\text{H}_2\text{O}} = 8\%$ ,  $r_{\text{N}_2} = 74\%$ .

**Розв'язання.** За формулою (1.39) і даними таблиці **Б.5** додатка **Б** знаходимо:

$$c'_p = \sum_1^n c'_{pi} r_i = c'_{p\text{CO}_2} r_{\text{CO}_2} + c'_{p\text{O}_2} r_{\text{O}_2} + c'_{p\text{H}_2\text{O}} r_{\text{H}_2\text{O}} + c'_{p\text{N}_2} r_{\text{N}_2}$$

$$c'_p = 2,3136 \cdot 0,12 + 1,5202 \cdot 0,06 + 1,828 \cdot 0,08 + 1,4348 \cdot 0,74 = 1,575 \text{ \ae\ae/\ae}^3.$$

**Приклад 1.11.** Повітря об'ємом  $V_1=3 \text{ м}^3$  нагрівається від  $t_1=17^\circ\text{C}$  до  $t_2=117^\circ\text{C}$  при  $P=\text{const}$ . Тиск за манометром  $P=200 \text{ кПа}$ , барометричний тиск дорівнює  $100 \text{ кПа}$ . Вважаючи  $C=\text{const}$ , визначити кількість теплоти, яку затрачено на нагрівання.

**Розв'язання.** За формулою (1.72)

$$Q = m C_p (T_2 - T_1).$$

Масу газу знаходимо за рівнянням Клапейрона (1.9)

$$m = \frac{PV}{RT},$$

де  $P$  – абсолютний тиск, знаходиться за рівнянням (1.4):

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{над}} + P_{\text{атм}} = 200 + 100 = 300 \text{ кПа}.$$

Значення газової сталої і мольної маси повітря визначаємо за додатком А:  $R = 287$  Дж/(кг·К);  $\mu = 28,96$  кг/кмоль.

Маса газу тоді дорівнює

$$m = \frac{PV}{RT} = \frac{300000 \cdot 3}{287 \cdot 290} = 10,8 \text{ кг.}$$

Теплоємність визначаємо за рівнянням (1.38)

$$C_p = k R / (k - 1).$$

Повітря – це суміш двоатомних газів, тому  $k=1,4$  (див. стор. 15):

$$C_p = 1,4 \cdot 287 / (1,4 - 1) = 1004,5 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Визначаємо кількість теплоти:

$$Q = 10,8 \cdot 1004,5 \cdot (390 - 290) = 1085 \text{ кДж.}$$

**Приклад 1.12.** Визначити  $Q$  за умовами прикладу 1.11, розрахував кількість газу за його об'ємом при нормальних умовах.

**Розв'язання.** При розрахунках через об'єм рівняння (1.72) набуває наступного виду

$$Q = V_n C'_p (T_2 - T_1).$$

Знаходимо  $V_n$ :

$$V_i = \frac{P_1 V_1 T_i}{\dot{O}_1 P_i} = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 273}{290 \cdot 760 \cdot 133} = 8,4 \text{ м}^3.$$

Об'ємна теплоємність для  $1 \text{ м}^3$  при нормальних умовах визначаємо за допомогою таблиці Б.5 додатка Б:  $C'_p = 1,2971$  кДж/(м<sup>3</sup>·К).

Розраховуємо  $Q$ :

$$Q = 8,4 \cdot 1,2971 \cdot (390 - 290) = 1090 \text{ кДж.}$$

**Приклад 1.13.** Вуглекислий газ нагрівають від  $t_1=200^\circ\text{C}$  до  $t_2=1500^\circ\text{C}$ . Визначити кількість теплоти на  $1 \text{ м}^3$  при нормальних умовах, якщо процес здійснюється при  $P=\text{const}$ .

**Розв'язання.** Для цього інтервалу температур необхідно враховувати нелінійну залежність  $c=f(t)$ . З використанням рівнянь (1.35) та (1.37) знаходимо  $Q$  (значення теплоємностей визначаємо за таблицею **Б.5** додатка **Б**):

$$Q = C'_p \Big|_0^{t_2} t_2 - C'_p \Big|_0^{t_1} t_1 = 2,3354 \cdot 1500 - 1,7873 \cdot 200 = 3142,6 \text{ кДж/м}^3.$$

**Приклад 1.14.** Повітря знаходиться в замкнутій судині ємністю 90 л при тиску 8 бар і температурі 30°C. За рахунок підведення теплоти тиск збільшився до 16 бар. Визначити кількість підведеної теплоти. Розрахунки провести для двох випадків: а) теплоємність повітря враховувати нелінійно залежною від температури; б) теплоємність повітря враховувати незалежною від температури.

**Розв'язання.** Зі співвідношення параметрів ізохорного процесу (1.66) (газ знаходиться в замкнутій судині) визначаємо кінцеву температуру повітря:

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} = 303 \cdot \frac{16}{8} = 606 \text{ К}; t_2 = 606 - 273 = 333^\circ \text{C}.$$

Масу повітря, яка знаходиться в судині, визначаємо з рівняння Клапейрона (1.9) (газову сталу  $R$  визначаємо за додатком **А**):

$$m = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0,09}{287 \cdot 303} = 0,8278 \text{ кг}.$$

Для розрахунку теплоємності за першим методом (нелінійна залежність від температури) знаходимо теплоємність повітря в інтервалі температур від 0°C до 30°C та від 0°C до 333°C (додаток **Б**, табл. **Б.2**):

$$\bar{N}_v \Big|_{0^\circ \text{C}}^{30^\circ \text{C}} = 0,717 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}; \bar{N}_v \Big|_{0^\circ \text{C}}^{333^\circ \text{C}} = 0,735 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Визначаємо середню масову теплоємність повітря при постійному об'ємі для інтервалу температур від 30 до 333°C за рівнянням (1.35):

$$\bar{C}_v \Big|_{30^\circ \text{C}}^{333^\circ \text{C}} = \frac{0,735 \cdot 333 - 0,717 \cdot 30}{333 - 30} = 0,7368 \text{ кДж}.$$

Згідно з рівнянням (1.68) кількість теплоти, яка підведена до повітря, дорівнює:

$$Q = 0,8278 \cdot 0,7368(333 - 30) = 184,8 \text{ кДж.}$$

Для розрахунку теплоємності за другим методом (теплоємність не залежить від температури) теплоємність повітря розраховуємо за рівнянням (1.39)

$$\bar{C}_v = \frac{R}{k - 1}.$$

Газову сталу знаходимо за додатком А. Показник адиабати дорівнює 1,4 (повітря – двоатомний газ) (див. стор. 16). Розраховуємо теплоємність:

$$\bar{C}_v = \frac{287}{1,4 - 1} = 717,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Кількість теплоти, підведена до повітря, дорівнює

$$Q = 0,8278 \cdot 717,5 (333 - 30) = 179966 \text{ Дж.}$$

**Приклад 1.15.** Повітря об'ємом  $0,01 \text{ м}^3$  при тиску 2 бар і температурі  $25^\circ\text{C}$  розширюється до тиску 1 бар. Визначити кінцевий об'єм, кінцеву температуру, роботу, яку виконує газ, підведене тепло, якщо розширення здійснюється за: 1) ізотермою, 2) адиабатою, 3) політропою з показником політропи  $n = 1,3$ .

**Розв'язання.** 1) Ізотермічне розширення.

Зі співвідношення параметрів ізотермічного процесу (1.74) визначаємо кінцевий об'єм:

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{P_1}{P_2} = 0,01 \cdot \frac{2}{1} = 0,02 \text{ м}^3.$$

Процес здійснюється при  $T = \text{const}$ , тому кінцева температура дорівнює початковій  $t_2 = t_1 = 25^\circ\text{C}$ .

За рівнянням (1.75) визначаємо роботу ізотермічного процесу розширення:

$$L = P_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,01 \cdot \ln 2 = 1386 \text{ Дж.}$$

Кількість підведеної теплоти згідно з першим законом термодинаміки дорівнює роботі, тому що внутрішня енергія не змінюється.

## 2) Адіабатне розширення.

Адіабатним називають процес, який здійснюється без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто  $Q=0$ .

Кінцевий об'єм визначаємо зі співвідношення параметрів процесу (1.79) (показник адіабати  $k$  для двоатомного газу дорівнює 1,4):

$$V_2 = V_1 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,01 \cdot 2^{\frac{1}{1,4}} = 0,016 \text{ м}^3.$$

Кінцева температура повітря зі співвідношення параметрів процесу (1.79):

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 298 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 244 \text{ К}; \quad t_2 = -29^\circ \text{С}.$$

За рівнянням (1.81) визначаємо роботу адіабатного процесу розширення:

$$L = \frac{1}{1,44 - 1} \cdot (2 \cdot 10^5 \cdot 0,01 - 10^5 \cdot 0,016) = 46000 \text{ Дж}.$$

## 3) Політропне розширення.

Кінцевий об'єм визначаємо зі співвідношення параметрів процесу (1.87):

$$V_2 = V_1 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,01 \cdot 2^{\frac{1}{1,3}} = 0,017 \text{ м}^3.$$

Розраховуємо також кінцеву температуру повітря:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 298 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = 253 \text{ К}; \quad t_2 = -19^\circ \text{С}.$$

Визначаємо роботу політропного процесу розширення (див. рівняння (1.88)):

$$L = \frac{1}{1,3 - 1} \cdot (2 \cdot 10^5 \cdot 0,01 - 10^5 \cdot 0,017) = 60939 \text{ Дж.}$$

За рівнянням (1.90) визначаємо кількість підведеної теплоти:

$$Q = \frac{R}{k - 1} \cdot \frac{n - k}{n - 1} (T_2 - T_1) = \frac{287}{1,4 - 1} \cdot \frac{1,3 - 1,4}{1,3 - 1} (253 - 298) = 10645 \text{ Дж.}$$

**Приклад 1.16.** Яку кількість теплоти потрібно витратити для нагріву суміші газів при постійному надлишковому тиску 2 бар від 100°C до 500°C? Суміш газів складається з 3 кіломолей азоту та 2 кіломолей кисню. Яку роботу при цьому виконує газ? Тиск атмосфери прийняти рівним 760 мм рт. ст. При розрахунках вплив температури на теплоємність не враховувати.

**Розв'язання.** Спочатку потрібно визначити газову постійну суміші газів. Для цього визначаємо масу азоту та кисню:

$$m_{N_2} = 3 \cdot 28 = 84 \text{ кг}; \quad m_{O_2} = 2 \cdot 32 = 64 \text{ кг.}$$

Визначаємо масу суміші газів:

$$m = 84 + 64 = 148 \text{ кг.}$$

Тепер за рівнянням (1.26) визначаємо газову постійну суміші газів:

$$R = 296,8 \cdot \frac{84}{148} + 259,8 \cdot \frac{64}{148} = 281 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Теплоємність суміші газів за умови незалежності від температури визначаємо за рівнянням (1.38) (суміш складається з двоатомних газів, тому  $k=1,4$ ):

$$\overline{C_p} = \frac{R \cdot k}{k - 1} = \frac{281 \cdot 1,4}{1,4 - 1} = 983,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Визначаємо абсолютний тиск, під яким знаходиться суміш газів:

$$P_{абс} = 2 \cdot 10^5 + 760 \cdot 133,3 = 301308 \text{ Па.}$$

Визначаємо кількість теплоти, яку потрібно витратити для нагріву суміші газів від 100°C до 500°C (рівняння (1.72)):

$$Q = m \cdot \overline{C_p} \cdot (T_2 - T_1) = 148 \cdot 983,5 \cdot (500 - 100) = 58223200 \text{ Дж.}$$

Роботу, яку виконує суміш газів визначаємо за рівнянням (1.71):

$$L = m \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = 148 \cdot 281 \cdot (500 - 100) = 16635200 \text{ Дж}.$$

**Приклад 1.17.** У циклі Карно отримано корисну роботу 100 кДж/кг, а холодильнику передано кількість теплоти 80 кДж/кг. Знайти температуру нагрівача, якщо температура холодильника 290 К.

*Розв'язання.* За формулою (1.93)  $q_1 - q_2 = l$ ; тоді

$$q_1 = q_2 + l = 80 + 100 = 180 \text{ кДж/кг}.$$

Згідно з рівнянням (1.94) та (1.97) для циклу Карно

$$\eta = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Звідси ми можемо виразити  $T_1$ :

$$T_1 = T_2 / (1 - l/q_1).$$

Розраховуємо  $T_1$ :

$$T_1 = 290 / (1 - 100/180) = 652 \text{ К}.$$

**Приклад 1.18.** Цикл Карно здійснюється між температурами  $T_1=700$  К і  $T_2=290$  К. Від гарячого джерела підводиться 2000 кДж/кг. Визначити кількість теплоти, яку передано холодному джерелу.

*Розв'язання.* Згідно з рівняннями (1.94) та (1.97)

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Тоді

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ і } q_2 = \frac{q_1 T_2}{T_1} = \frac{2000 \cdot 290}{700} = 830 \text{ кДж/кг}.$$

**Приклад 1.19.** Визначити параметри водяної пари, якщо тиск  $P=10$  бар, ступінь сухості  $x=0,95$ .

*Розв'язання.* Користаючись  $hs$ -діаграмою, знаходимо точку  $I$ , що характеризує даний стан пари (рис. 1.38). Проектуючи її на вісь ординат,

знаходимо значення ентальпії  $h_1=2675$  кДж/кг. Проектуючи цю ж точку на вісь абсцис, знаходимо значення ентропії  $s_1=6,38$  кДж/кг К.

Для визначення температури пари знаходимо температуру насичення пари при заданому тиску. Для цього шукаємо точку **2** перетинання ізобари 10 бар з верхньою граничною кривою. Через цю точку проходить ізотерма 180 °С; це і є температура пари, яка характеризує будь-яку точку в області насиченої пари, що належить цій ізобарі.

Значення питомого об'єму знаходимо за допомогою пунктирних ліній постійного об'єму  $v_1=0,2$  м<sup>3</sup>/кг (рис. 1.38). Значення  $u$  знаходимо за формулою

$$u=h-Pv=2675000-1000000 \cdot 0,2=2475000 \text{ Дж/кг.}$$

**Приклад 1.20.** Визначити параметри водяної пари і ступінь її перегріву, якщо  $P=20$  бар,  $t=350$  °С.

**Розв'язання.** Користаючись  $hs$ -діаграмою, знаходимо точку **3**, що характеризує даний стан пари, на перетинанні ізобари 20 бар та ізотерми 350°С (рис. 1.38). Проектуючи її на вісь ординат, знаходимо значення ентальпії  $h_3=3140$  кДж/кг. Проектуючи цю ж точку на вісь абсцис, знаходимо значення ентропії  $s_3=6,95$  кДж/кг °С.

Значення питомого об'єму знаходимо за допомогою ліній постійного об'єму  $v_3=0,14$  м<sup>3</sup>/кг. Значення  $u_3$  знаходимо за рівнянням

$$u=h-Pv=3140000-2000000 \cdot 0,14=2860000 \text{ Дж/кг.}$$

Для визначення ступеня перегріву знаходимо температуру насичення при заданому тиску. Це значення ізотерми, яка проходить через точку **4** – точку перетинання ізобари 20 бар з кривою насичення, тобто кривою сухої насиченої пари. Значення цієї ізотерми – 215 °С. Звідси ступінь перегріву дорівнює

$$\Delta t=350-215=135 \text{ °С.}$$



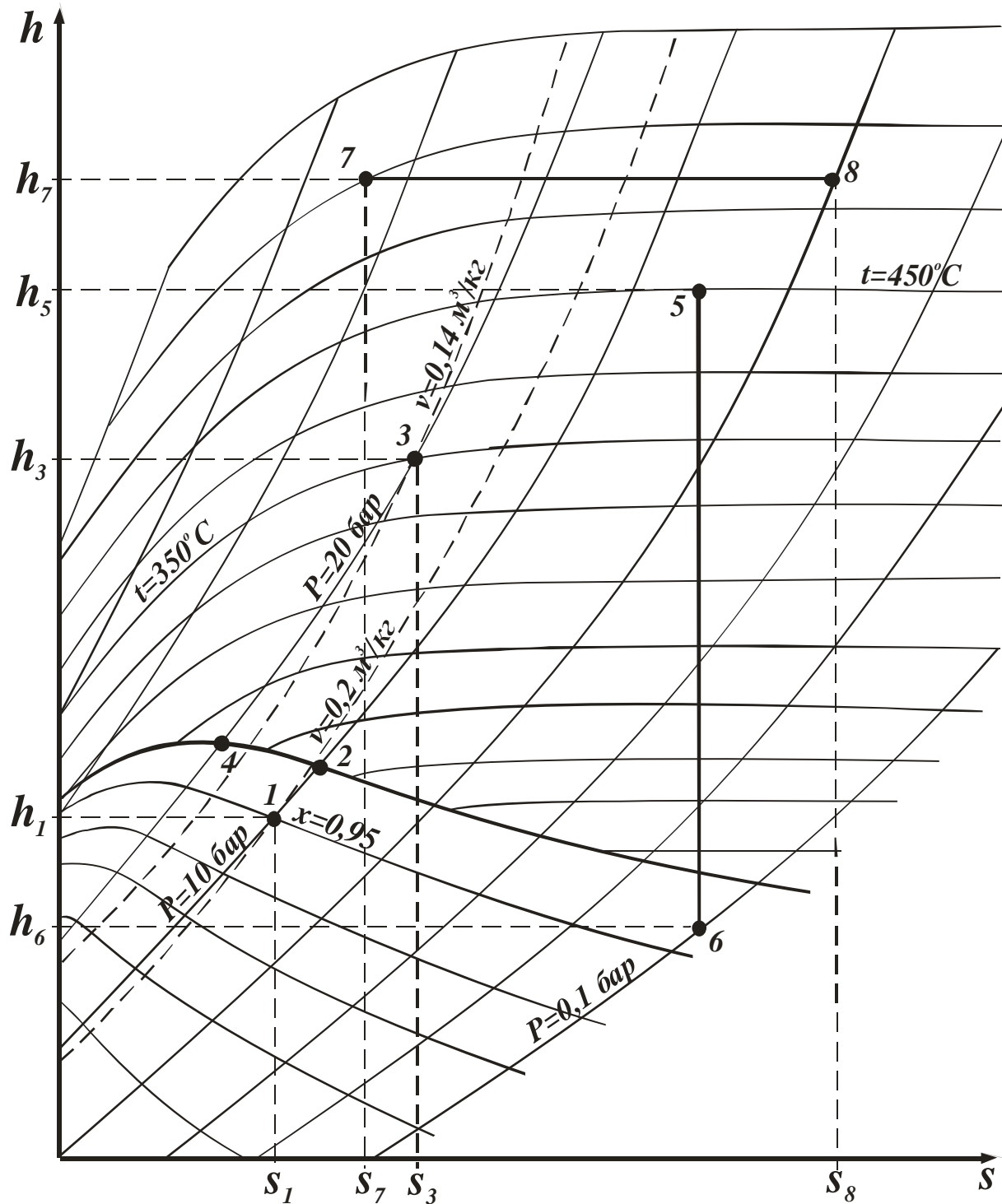


Рисунок 1.38 – **hs-Діаграма** водяної пари

**Приклад 1.21.**  $2 \text{ м}^3$  пари розширюються за адіабатою від початкових параметрів стану  $P_n=5 \text{ бар}$  і  $t_n=450^\circ \text{C}$  до  $P_k=0,01 \text{ МПа}$ . Знайти значення ентальпії і питомого об'єму в початковому і кінцевому станах, ступінь сухості в кінцевій точці і роботу пари у процесі.

**Розв'язання.** За допомогою  $hs$ -діаграми знаходимо точку, що характеризує початковий стан пари, – точка **5** на рисунку 1.28.

Проектуючи її на вісь ординат, знаходимо значення ентальпії  $h_5=3375$  кДж/кг.

Значення питомого об'єму знаходимо за допомогою ліній постійного об'єму  $v_5=0,65$  м<sup>3</sup>/кг.

Адіабатний процес на  $hs$ -діаграмі зображується вертикальною лінією. Тому кінцеву точку процесу **6** знаходимо на перетинанні вертикальної лінії, яку проведено із точки **5**, з ізобарою  $P=0,1$  бар. Проектуючи точку **6** на вісь ординат, знаходимо значення ентальпії в кінцевій точці  $h_6=2520$  кДж/кг.

Ступінь сухості у кінцевому стані знаходимо за допомогою ліній постійного ступеня сухості  $x_6=0,97$ .

Значення кінцевого питомого об'єму знаходимо за допомогою ліній постійного об'єму  $v_6=15$  м<sup>3</sup>/кг і ступеня сухості:

$$v_k = v_6 x_6 = 15 \cdot 0,97 = 14,55 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Внутрішню енергію розраховуємо аналітично:

$$u_n = 3375000 - 500000 \cdot 0,65 = 3050000 \text{ Дж/кг}.$$

$$u_k = 2525000 - 10000 \cdot 14,55 = 2379000 \text{ Дж/кг}.$$

Робота пари у адіабатному процесі дорівнює зміні внутрішньої енергії з оборотним знаком. Тому розраховуємо її за формулою:

$$L = ml = -m\Delta u = -\frac{V}{v_n}(u_k - u_n) = \frac{V}{v_n}(u_n - u_k);$$

$$L = \frac{2}{0,65}(3050000 - 2379000) = 2076923 \text{ Дж}.$$

**Приклад 1.22.** На одержання пари з тиском  $P=75$  ат витрачено теплоту кількістю 480 ккал/кг. Визначити стан пари і її густину, якщо пара отримана з води з температурою 150°C.

**Розв'язання.** Ентальпія киплячої води при температурі 150 °C (табл. Г.1 додатка Г) складає  $h'=632,2$  кДж/кг.

Ентальпія пари

$$h = h' + q = 632,2 + 480 \cdot 4,186 = 2641,5 \text{ кДж/кг}.$$

Водяна пара при тиску 75 ат (7,5 МПа) має наступні характеристики (табл. Г.2 додатка Г):

$$h' = 1231 \text{ кДж/кг}; h'' = 2758,6 \text{ кДж/кг}; r = 1492 \text{ кДж/кг}; \rho'' = 38,6 \text{ кг/м}^3.$$

Порівнюючи ентальпію отриманої пари  $h$  з ентальпією сухої пари  $h''$ , встановлюємо, що це волога пара.

Ступінь сухості пари визначаємо за рівнянням

$$x = \frac{h_x - h'}{r} = \frac{2641,5 - 1231}{1492} = 0,94.$$

Густина отриманої пари

$$\rho_x = \frac{\rho''}{x} = \frac{38,6}{0,94} = 41,06 \text{ кг/м}^3.$$

**Приклад 1.23.** У судині об'ємом  $0,75 \text{ м}^3$  знаходиться суха насичена пара під тиском 1 МПа. Пара підігрівається при незмінному об'ємі, і наприкінці нагрівання її тиск підвищується до 1,4 МПа. Визначити кількість витраченого на нагрівання тепла.

**Розв'язання.** Суха насичена пара при  $P=1$  МПа має питомий об'єм  $v''=0,1945 \text{ м}^3/\text{кг}$  і ентальпію  $h''=2777,8 \text{ кДж/кг}$  (табл. Г.2 додатка Г). Отже, її внутрішня енергія

$$u'' = h'' - P_1 v'' = 2777,8 \cdot 10^3 - 10^6 \cdot 0,1945 = 2583,3 \text{ кДж/кг}.$$

Наприкінці нагрівання пара буде перегрітою, причому її ентальпія буде дорівнювати  $3190 \text{ кДж/кг}$  (визначена за допомогою  $hs$ -діаграми (додаток Д) для точки перетинання ізохори  $v=0,19 \text{ м}^3/\text{кг}$  з ізобарою  $P=1,4$  бар).

Внутрішня енергія перегрітої пари

$$u = h - P_2 v = 3190 \cdot 10^3 - 1,4 \cdot 10^6 \cdot 0,1945 = 2906,3 \text{ кДж/кг}.$$

Маса пари в посудині

$$m = \frac{V}{v''} = \frac{0,75}{0,1945} = 3,85 \text{ кг}.$$

Визначаємо теплоту, яку було витрачено на нагрівання:

$$Q = m(u - u'') = 3,85 \cdot (2906,3 - 2583,3) = 1244 \text{ кДж}.$$

**Приклад 1.24.** Визначити параметри вологого повітря, якщо за показниками психрометра  $t_{\text{сух}} = 45$  і  $t_{\text{мокр}} = 32^\circ\text{C}$ .

**Розв'язання.** Спочатку на діаграмі визначають точку, що характеризує насичене повітря в тонкому шарі, що прилягає до поверхні води і мокрої тканини психрометра. Вона лежить на перетинанні ізотерми мокрого термометра і лінії насиченого повітря, для якого  $\varphi = 100\%$ . Для  $t_{\text{мокр}} = 32^\circ\text{C}$ . Це буде точка **1** (див. рис. **E.1** додатка **E**). Докладні дослідження показують, що значення ентальпії насиченого повітря і повітря у приміщенні (у більшості випадків воно ненасичене) майже однакові. Якщо прийняти це допущення, то за допомогою **hd**-діаграми можна знайти точку, що характеризує повітря у приміщенні. Для цього через точку **1** проводять лінію  $h = \text{const}$ . Вочевидь, точка **2** лежить на перетинанні ізотерми  $t_{\text{сух}} = 45^\circ\text{C}$  з лінією  $h = \text{const}$ , тому що ми прийняли, що ентальпія повітря у приміщенні дорівнює ентальпії насиченого повітря, яке характеризується точкою **1**. Знаходимо параметри вологого повітря:  $\varphi = 37\%$ ,  $d = 21$  г/кг;  $h = 104,5$  кДж/кг (25 ккал/кг),  $P_n = 3$  кПа (22,5 мм рт. ст.).

Для того, щоб знайти температуру точки роси  $t_{\text{роси}}$ , проводимо з точки **2** вертикаль, тобто лінію  $d = \text{const}$ . На перетинанні вертикалі з лінією  $\varphi = 100\%$  знаходимо  $t_{\text{роси}} = 28^\circ\text{C}$ . Отже, при охолодженні повітря в приміщенні при  $P_n = \text{const}$  до  $28^\circ\text{C}$  він стане насиченим.

**Приклад 1.25.** Для сушіння використовують повітря при  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  і  $\varphi = 60\%$ . У калорифері його підігрівають (при  $d = \text{const}$ ) до  $t_2 = 95^\circ\text{C}$  і направляють до ідеальної (без витрат) сушарки, де воно у процесі сушіння охолоджується при  $h = \text{const}$  до  $t_3 = 35^\circ\text{C}$ . Визначити кінцевий вологовміст повітря, витрати повітря і тепла на 1 кг води, що випаровується.

**Розв'язання.** У **hd**-діаграмі (див. рис. **E.1** додатка **E**) для початкового стану повітря знаходимо точку **4** на перетинанні ліній  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  і  $\varphi = 60\%$ , і для неї визначаємо  $d_1 = 9$  г/кг і  $h_1 = 42,0$  кДж/кг. Через точку **4** проводимо лінію  $d = \text{const}$  до перетинання з  $t_2 = 95^\circ\text{C}$ , знаходимо точку **5**, що характеризує повітря при виході з калорифера. З точки **5** проводимо лінію  $h = \text{const}$  (вона характеризує процес у сушарці) до перетинання з  $t_3 = 35^\circ\text{C}$ , де

знаходимо точку **б**, що характеризує стан повітря при виході із сушарки. Для кінцевого стану (точка **б**) знаходимо  $d_2 = 33,0$  г/кг і  $h_2 = 120$  кДж/кг.

Таким чином, на 1 кг сухого повітря (його кількість у вологому повітрі при проходженні через калорифер і сушарку залишилось без зміни), що знаходиться у вологому повітрі, зміна вологовмісту складає:

$$\Delta d = 33 - 9 = 24 \text{ г/кг.}$$

Для випару 1 кг води потрібно, щоб у вологому повітрі знаходилося

$$\frac{1000}{24} = 41,6 \text{ кг сухого повітря.}$$

Витрати тепла в калорифері складають:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 120 - 42 = 78 \text{ кДж/кг.}$$

Витрати тепла на 1 кг води, що випаровується, тобто на 41,6 кг сухого повітря, складає

$$q = 78 \cdot 41,6 = 3250 \text{ кДж/кг.}$$

**Приклад 1.26.** Водяна пара витікає з насадки, що звужується. Початкові параметри: тиск  $P_1$  1 МПа,  $t_1=300^\circ\text{C}$ ; тиск середовища, до якого відбувається витікання, в першому випадку – 0,6 МПа, в другому – 0,2 МПа. Визначити швидкість витікання і секундну витрату, якщо площа вихідного перерізу  $f_{\text{мін}}=30 \text{ см}^2$ .

**Розв'язання.** Для першого випадку витікання

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{6}{10} = 0,6 > \beta_{\text{гд}} = 0,546.$$

Спочатку на  $hs$ -діаграмі знаходимо точку **1** на перетинанні ізобари 10 бар й ізотерми  $300^\circ\text{C}$  (рис. 1.39).

На перетинанні вертикалі з точки **1** й ізобари 6 бар знаходимо точку **2**. Значення  $h_1$  і  $h_2$  для рівняння (1.176)  $h_2$  знаходимо відповідно до рисунка 1.39:  $h_1 = 3050$  кДж/кг,  $h_2 = 2920$  кДж/кг.

Тоді за рівнянням (1.176):

$$\omega = 1,41 \sqrt{(3050 - 2920)10^3} = 514 \text{ м/с.}$$

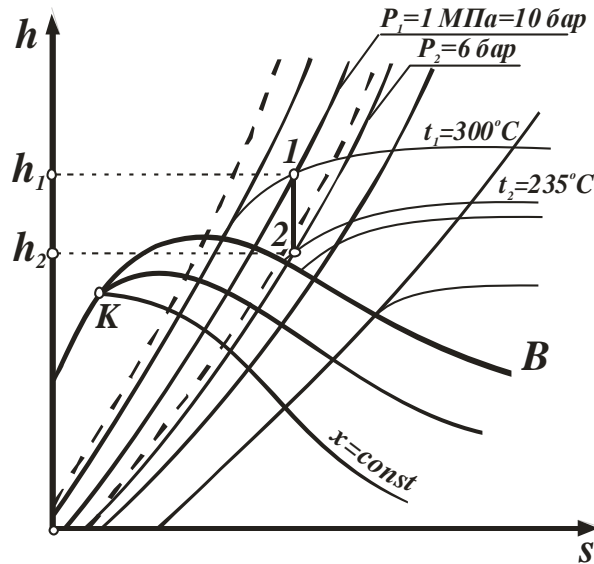


Рисунок 1.39 – Визначення швидкості витікання за допомогою *hs*-діаграми

Секундну витрату визначаємо за рівнянням (1.182). У даному випадку витікання пара, що виходить із сопла, є перегрітою. Питомий об'єм  $v_2$  знаходимо за допомогою *hs*-діаграми для точки **2**:  $v_2=0,38 \text{ м}^3/\text{кг}$ . Підставляємо отримані значення до рівняння (1.182):

$$M = \frac{f\omega}{v_2} = \frac{0,003 \cdot 514}{0,38} = 4,03 \text{ кг/с.}$$

Для другого випадку витікання

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{10} = 0,2 < \beta_{\text{крит}} = 0,546,$$

тому в перерізі встановлюється критична швидкість, значення якої визначаємо за рівнянням (1.186), причому об'єм  $v_1$  знаходимо за *hs*-діаграмою для  $P_1=1 \text{ МПа}$  и  $t_1=300^\circ\text{C}$ :  $v_1=0,26 \text{ м}^3/\text{кг}$ .

Згідно з рівнянням (1.186) знаходимо:

$$\omega_{\text{крит}} = \sqrt{2 \frac{1,33}{1,33+1} 10^6 \cdot 0,26} \approx 550 \text{ м/с.}$$

Секундну витрату визначаємо за рівнянням (1.190):

$$M_{\text{в\`ит\`ан\`ня}} = 0,003 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,33}{1,33 + 1} \cdot \frac{10^6}{0,26} \left( \frac{2}{1,33 + 1} \right)^{\frac{2}{1,33 - 1}}} = 0,386 \text{ кг/с.}$$

Значення  $\omega_{кр}$  можна визначити також за рівняннями (1.195), при цьому в рівняння (1.190) необхідно підставляти значення  $h_{кр}$ , яке також визначається за допомогою  $hs$ -діаграми для  $P_{кр} = \beta_{кр} P_1$ .

**Приклад 1.27.** Визначити швидкість витікання, секундну витрату і  $f_{\text{макс}}$  при витіканні пари через сопло Лаваля для наступних даних:  $P_1 = 1,6$  МПа;  $t_1 = 300^\circ\text{C}$ ;  $P_2 = 0,1$  МПа;  $f_{\text{мін}} = 6 \text{ см}^2$ .

**Розв'язання.** За  $hs$ -діаграмою (рис. Д.1 додатка Д) знаходимо  $h_1 = 3040$  кДж/кг,  $h_2 = 2490$  кДж/кг,  $x_2 = 0,92$ . Тоді значення швидкості витікання згідно з формулою (1.176):

$$\omega = 1,41 \sqrt{(3040 - 2490) \cdot 10^3} = 1,41 \sqrt{550 \cdot 10^3} = 1080 \text{ м/с.}$$

Значення  $M_{\text{макс}}$  знаходимо за рівнянням (1.190), так як  $(P_2/P_1) = 0,1/1,6 = 0,062 < \beta_{кр} = 0,546$ .

За  $hs$ -діаграмою знаходимо для  $P_1 = 1,6$  МПа і  $t_1 = 300^\circ\text{C}$ :  $v_1 = 0,16 \text{ м}^3/\text{кг}$ . Тоді

$$M_{\text{в\`ит\`ан\`ня}} = 0,0006 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,33}{1,33 + 1} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^6}{0,16} \left( \frac{2}{1,33 + 1} \right)^{\frac{2}{1,33 - 1}}} = 1,27 \text{ кг/с.}$$

Значення  $f_{\text{макс}}$  знаходимо з рівняння нерозривності для вихідного перерізу (1.165):

$$M_{\text{макс}} v_2 = f_{\text{макс}} \omega.$$

Значення  $v_2$  вологості насиченої пари знаходимо за залежністю (1.119):  $v_2 = v'' x_2 + (1 - x) v'$ . Але так як доданок  $(1 - x) v'$  є дуже малим, то ним знехтуємо. За таблицею Г.1 додатка Г  $v'' = 1,695 \text{ м}^3/\text{кг}$  (для  $P_1 = 0,1$  МПа); значення  $x_2$  знаходимо за  $hs$ -діаграмою:  $x_2 = 0,92$ . Тоді за рівнянням (1.119) знаходимо:

$$v_2 = v'' x_2 = 1,695 \cdot 0,92 = 1,56 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Таким чином згідно з рівнянням (1.165) отримаємо:

$$f_{\text{випіт}} = \frac{\dot{V}_{\text{випіт}} v_2}{\omega} = \frac{1,27 \cdot 1,56}{1080} = 0,00184 \text{ м}^2 = 18,4 \text{ см}^2.$$

**Приклад 1.28.** Визначити швидкість витікання азоту, якщо  $P_1 = 70$  атм.,  $P_2 = 45$  атм.,  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ .

**Розв'язання.** Знаходимо співвідношення кінцевого і початкового тисків:

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{45}{70} = 0,64.$$

Порівнюємо його з  $\beta_{кр}$ , яке дорівнює 0,528, тому що азот є двоатомним газом. Так як  $\beta > \beta_{кр}$ , то швидкість визначаємо за рівнянням (1.181):

$$\omega = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} P_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}.$$

Питомий об'єм визначаємо з рівняння Клапейрона:

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{296,8 \cdot 323}{70 \cdot 0,981 \cdot 10^5} = 0,014 \text{ м}^3 / \text{кг}.$$

Розраховуємо швидкість:

$$\omega = \sqrt{2 \frac{1,4}{0,4} \cdot 70 \cdot 0,981 \cdot 10^5 \cdot 0,014 \times \left[ 1 - \left( \frac{45}{70} \right)^{0,286} \right]} = 280 \text{ м} / \text{с}$$

**Приклад 1.29.** Перегріта водяна пара при тиску  $P_1 = 100$  атм. і  $t_1 = 500^\circ\text{C}$  витікає до середовища з  $P_2 = 2$  атм. Витрата пари  $M = 3$  кг/с. Визначити швидкість витікання і площу перерізу насадки.

**Розв'язання.** Визначаємо, яке сопло треба взяти для даного випадку витікання. Через те, що

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{100} < \beta_{\text{крит}} = 0,546,$$



для повного використання потенційної енергії пари треба взяти сопло Лавалю.

За допомогою  $hs$ -діаграми для витікання за адіабатою визначаємо ентальпії пари у початковому і кінцевому станах:

$$h_1 = 3375 \text{ кДж/кг}; \quad h_2 = 2500 \text{ кДж/кг}.$$

Знаходимо швидкість витікання:

$$\omega = 44,76 \sqrt{3375 - 2500} = 1324 \text{ м/с}.$$

Для вихідного перерізу знаходимо:

$$v_2 = v''_2 x_2 = 0,8 \cdot 0,905 = 0,724 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Площу вихідного перерізу визначаємо за рівнянням

$$f = \frac{Mv_2}{\omega} = \frac{3 \cdot 0,724}{1324} = 0,00164 \text{ м}^2.$$

Задана витрата пари  $M$  – максимальна. Величина  $f_{\min}$  визначається за рівнянням

$$Mv_{кр} = f_{\min} \omega_{кр},$$

до якого підставлено значення критичного перерізу, або за рівнянням

$$f = \frac{M}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} \frac{P_1}{v_1}}},$$

у якому  $f=f_{\min}$ , а  $M=M_{\max}$ .

Розраховуємо  $f_{\min}$ :

$$f_{\min} = \frac{3}{\sqrt{2 \frac{1,33}{1,33+1} \left( \frac{2}{1,33+1} \right)^{\frac{2}{1,33-1}} \cdot \frac{100 \cdot 0,981 \cdot 10^5}{0,33}}} = 0,00027 \text{ м}^2.$$

**Приклад 1.30.** Перегріта пара з тиском  $P_n=100$  бар і температурою  $600^\circ\text{C}$  дроселюється до  $P_k=5$  бар. Визначити, як зміняться ентальпія,

ентропія і питомий об'єм пари в цьому процесі.

**Розв'язання.** Процес дроселювання зображується на  $hs$ -діаграмі горизонтальною лінією. Для визначення кінцевої точки процесу проводимо горизонталь з точки 7 до перетинання з ізобарою  $P=5$  бар (див. рис. 1.28).

Зміна ентальпії при дроселюванні дорівнює нулю. Ентропію початкового і кінцевого станів визначаємо, проектуючи точки 7 і 8 на вісь абсцис  $s_n=6,90$  кДж/кгК,  $s_k=8,28$  кДж/кгК.

$$\Delta s = 8,28 - 6,9 = 1,38 \text{ кДж/кгК.}$$

Значення питомого об'єму знаходимо за допомогою ліній постійного об'єму  $v_n=0,038$  м<sup>3</sup>/кг,  $v_k=0,8$  м<sup>3</sup>/кг.

$$\Delta v = 0,8 - 0,038 = 0,762 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

**Приклад 1.31.** Повітря з резервуару з постійним тиском 100 бар і температурою 15°C витікає до атмосфери через трубку з внутрішнім діаметром 10 мм. Визначити швидкість витікання повітря і його секундну витрату. Зовнішній тиск дорівнює 1 бар. Процес розширення повітря вважати адіабатним.

**Розв'язання.** Визначаємо величину  $\beta$  і порівнюємо її з критичним значенням для повітря:

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{100} < \beta_{\text{ад}} \approx 0,528.$$

Швидкість витікання буде критичною і визначається за рівнянням

$$\omega_{\text{ад}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_1} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4+1} \cdot 287 \cdot 288} = 310 \text{ м/с.}$$

Визначивши площу перерізу сопла і початковий питомий об'єм повітря, розраховуємо секундну витрату:

$$f = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} = 0,0000785 \text{ м}^2;$$

$$v_1 = \frac{R T_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 288}{100 \cdot 10^5} = 0,00827 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$M_{max} = 0,0000785 \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4+1} \cdot \left(\frac{2}{1,4+1}\right)^{\frac{2}{1,4-1}} \cdot \frac{100 \cdot 10^5}{0,00827}} = 1,87 \text{ м/с}$$

## 1.7 Завдання для самостійного розв'язання

**Задача 1.1.** Визначити питомий об'єм і густину азоту, якщо надлишковий тиск  $P_{над}=0,2$  ат, температура  $t=127^\circ\text{C}$ , а барометричний тиск  $P_{атм}=780$  мм рт.ст.

**Розв'язок:**  $v=0,96$  м<sup>3</sup>/кг,  $\rho=1,04$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 1.2.** Об'єм вуглекислого газу при  $P=5$  ат и  $t=120^\circ\text{C}$  складає  $V=3$  м<sup>3</sup>. Привести об'єм газу до нормальних умов.

**Розв'язок:**  $V_n=10,1$  м<sup>3</sup>.

**Задача 1.3.** При якій температурі густина азоту (тиск 1,5 МПа) буде дорівнювати 3 кг/м<sup>3</sup>?

**Розв'язок:**  $t = 1422^\circ\text{C}$ .

**Задача 1.4.** Маса порожнього балона для кисню ємністю 50 л дорівнює 80 кг. Визначити масу балона після заповнення його киснем при температурі  $t = 20^\circ\text{C}$  до тиску 100 бар.

**Розв'язок:**  $m = 86,57$  кг.

**Задача 1.5.** У балоні ємністю 80 л знаходиться повітря під тиском 10000 кПа та температурі  $27^\circ\text{C}$ . Після використання частини повітря для пуску двигуна тиск зменшився до 5000 кПа, а температура упала до  $17^\circ\text{C}$ . Визначити масу використаного повітря.

**Розв'язок:**  $m = 4,5$  кг

**Задача 1.6.** Визначити абсолютний тиск у паровому котлі, якщо манометр показує 2,45 бар, а атмосферний тиск за ртутним барометром дорівнює 700 мм рт.ст. при  $t = 20^\circ\text{C}$ .

**Розв'язок:**  $P = 3,38$  бар.

**Задача 1.7.** Приєднаний до газоходу парового котла тягомір показує розрядження, рівне 80 мм вод.ст. Визначити абсолютний тиск димових газів, якщо показання барометра при температурі  $0^\circ\text{C}$  дорівнює 770 мм рт.ст.

**Розв'язок:**  $P = 764,1$  мм рт. ст.

**Задача 1.8.** Визначити масу кисню, що міститься в балоні ємністю 60 л, якщо тиск кисню за манометром дорівнює 10,8 бар, а показання ртутного барометра – 745 мм рт.ст. при температурі 25°C.

**Розв'язок:**  $m = 0,91$  кг.

**Задача 1.9.** До якого тиску за манометром необхідно стиснути суміш, яка містить за об'ємом 18%  $\tilde{N}_2$ , 12%  $\hat{I}_2$ , 70%,  $N_2$ , щоб при температурі  $t=180^\circ\text{C}$  8 кг цієї суміші займали  $V=4$  м<sup>3</sup>? Атмосферний тиск прийняти  $P_{\text{атм}}=760$  мм рт.ст.

**Розв'язок:**  $P_{\text{над}}=142$  кПа.

**Задача 1.10.** Знайти середню теплоємність  $C_p$  і  $C_v'$  в інтервалі температур від  $t_1=200^\circ\text{C}$  до  $t_2=800^\circ\text{C}$  для азоту, вважаючи, що залежність  $C=f(t)$  є лінійною.

**Розв'язок:**  $C_p=1,11$  кДж/(кг К),  $C_v'=1,02$  кДж/(м<sup>3</sup> К).

**Задача 1.11.** Для газової суміші складу  $r_{\tilde{N}O_2}=12,3\%$ ,  $r_{\hat{I}_2}=7,2\%$ ,  $r_{N_2}=80,5\%$ . Знайти кількість теплоти при нагріванні 1 м<sup>3</sup> (за нормальних умов) від 200 до 1000°C при  $P=\text{const}$  й нелінійній залежності  $c = f(t)$ .

**Розв'язок:**  $q=1228$  кДж/м<sup>3</sup>.

**Задача 1.12.** Генераторний газ має наступний об'ємний склад:  $H_2=7\%$ ,  $CH_4=2\%$ ,  $CO=27,6\%$ ,  $CO_2=4,85\%$ ,  $N_2=58,6\%$ . Визначити масові частки, молярну масу, газову сталу і густину при 15°C і 0,1 МПа.

**Розв'язок:**  $g(H_2)=0,005$ ,  $g(CH_4)=0,012$ ,  $g(CO)=0,289$ ,  $g(CO_2)=0,079$ ?  $g(N_2)=0,615$ ,  $\mu_{\text{сум}}=26,72$  кг/кмоль,  $R_{\text{сум}}=310,8$  Дж/(кг·К),  $\rho_{\text{сум}}=1,095$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 1.13.** Газова суміш має наступний масовий склад:  $CO_2=12\%$ ;  $O_2=8\%$  і  $N_2=80\%$ . До якого тиску потрібно стиснути цю суміш, що знаходиться при нормальних умовах, щоб її густина дорівнювала 1,6 кг/м<sup>3</sup>?

**Розв'язок:** до  $P=0,213$  МПа.

**Задача 1.14.** У калориметричній бомбі ємністю 300 см<sup>3</sup> знаходиться кисень під тиском 26 бар і при температурі 22°C. Визначити температуру кисню після підведення до нього тепла в кількості 1 ккал, вважаючи залежність теплоємності від температури лінійною.

**Розв'язок:**  $t_2 = 593^\circ\text{C}$ .

**Задача 1.15.** Повітря в кількості 0,5 кг при  $P_1 = 5$  бар і  $t_1 = 30^\circ\text{C}$  розширюється ізотермічно до п'ятикратного об'єму. Визначити роботу, яку виконує газ, кінцевий тиск і кількість тепла, яка передається газу.

**Розв'язок:**  $P_2 = 1$  бар;  $L = Q = 70$  кДж.

**Задача 1.16.** Робота, яку затрачено на адіабатний стиск 3 кг повітря, дорівнює 471 кДж. Початковий стан повітря характеризується параметрами:  $t_1=15^\circ\text{C}$ ;  $P_1=1$  бар. Визначити кінцеву температуру і зміну внутрішньої енергії.

*Розв'язок:*  $t_2=234^\circ\text{C}$ ;  $\Delta U=-471$  кДж.

**Задача 1.17.** У процесі політропного розширення до повітря підводиться 83,7 кДж тепла. Визначити зміну внутрішньої енергії повітря і виконану роботу, якщо об'єм повітря збільшився у 10 разів, а його тиск зменшився у 8 разів.

*Розв'язок:*  $\Delta U=16,7$  кДж;  $L=6702$  Дж.

**Задача 1.17.** Судина ємністю  $V_1=200$  л містить кисень при абсолютному тиску  $P_1=1000$  кПа та температурі  $t_1=47^\circ\text{C}$ . Визначити масу кисню, кінцеву температуру, зміну ентропії та кількість теплоти, яку необхідно підвести, щоб підняти тиск в процесі при постійному об'ємі до  $P_2=2000$  кПа. Питому теплоємність вважати нелінійно залежною від температури.

*Розв'язок:*  $m=2,4$  кг,  $T_2=640$  К,  $\Delta S=1,12$  кДж/К,  $Q=543$  кДж.

**Задача 1.18.** 2 кг повітря здійснюють цикл Карно в наступних межах:  $P_1=40$  атм,  $T_1=700$  К,  $P_3=1,1$  атм,  $T_3=300$  К. Розрахувати цикл.

*Розв'язок:*  $V_1=0,142$  м<sup>3</sup>,  $V_3=3,05$  м<sup>3</sup>,  $P_4=632$  кПа,  $\eta_t=0,415$ .

**Задача 1.19.** Цикл Карно здійснюється в наступних межах:  $t_1=150^\circ\text{C}$ ,  $t_2=5^\circ\text{C}$ . Визначити кількість теплоти, що було віддано холодильнику, якщо від гарячого джерела теплоти отримано  $q_1=418$  кДж.

*Розв'язок:*  $q_2=143$  кДж.

**Задача 1.20.** У циклі Карно використовується 418 кДж теплоти, причому до нижнього джерела відводиться  $q_2=167,2$  кДж теплоти. Визначити термічний ККД і верхню межу температур, якщо нижня межа дорівнює  $T_2=300$  К.

*Розв'язок:*  $\eta_t=0,715$ ,  $T_1=1050$  К.

**Задача 1.21.** Перегріта водяна пара з початковим тиском  $P_1=0,1$  МПа і початковою температурою  $t_1=230^\circ\text{C}$  стискається ізотермічно до ступеня сухості  $x_2=0,85$ . Визначити параметри пари в початковому і кінцевому станах, кількість відведеної теплоти від пари, зміну внутрішньої енергії і роботу стиску. Зобразити тепловий процес на  $hs$ -діаграмі.

**Розв'язок:**  $P_2=0,28$  МПа;  $v_1=0,23$  м<sup>3</sup>/кг;  $v_2=0,06$  м<sup>3</sup>/кг;  
 $h_1=2900$  кДж/кг;  $h_2=2530$  кДж/кг;  $q=370$  кДж/кг;  $\Delta u=-364$  кДж/кг;  
 $l=594$  кДж/кг.

**Задача 1.22.** До якого тиску має бути зроблене дроселювання перегрітої водяної пари з початковим тиском  $P_1=10$  МПа і початковою температурою  $t_1=400^\circ\text{C}$ , щоб питомий об'єм пари збільшився у 1,5 рази. Визначити зменшення температури при дроселюванні, зміну питомої ентропії 1 кг пари. Зобразити тепловий процес на  $hs$ -діаграмі.

**Розв'язок:**  $P_2=7$  МПа;  $\Delta t=25$  °С;  $\Delta s=0,15$  кДж/кгК.

**Задача 1.23.** Тиск пари дорівнює 4 ат, питомий об'єм 0,421 м<sup>3</sup>/кг. Яким буде питомий об'єм при тому ж тиску, якщо пара буде сухою насиченою? Яким буде тиск пари при тому ж питомому об'ємі, якщо пара буде сухою насиченою?

**Розв'язок:**  $v=0,4708$  м<sup>3</sup>/кг;  $P=0,45$  МПа.

**Задача 1.24.** Задано параметри водяної пари  $P=6$  ат,  $s=6$  кДж/кгК. Визначити стан пари і за допомогою  $hs$ -діаграми знайти її параметри.

**Розв'язок:**  $v=0,3$  м<sup>3</sup>/кг;  $t=155$  °С;  $h=2425$  кДж/кг.

**Задача 1.25.** Для водяної пари з параметрами  $P=10$  ат і  $t=220$  °С визначити за допомогою  $hs$ -діаграми ентальпію, ентропію, питомий об'єм, температуру насичення і ступінь перегріву.

**Розв'язок:**  $v=0,22$  м<sup>3</sup>/кг;  $h=2980$  кДж/кг;  $s=7$  кДж/кгК;  $t_n=180$  °С;  
 $\Delta t=40$  °С.

**Задача 1.26.** 1 кг водяної пари нагрівається при постійному тиску. Початкові параметри пари  $P=10$  ат,  $x=0,95$ . Кінцева температура пари  $t=250$  °С. Визначити  $h_1, u_1, v_1, t_1, h_2, v_2, q, \Delta u$ .

**Розв'язок:**  $h_1=2680$  кДж/кг;  $u_1=2490$  кДж/кг;  $v_1=0,19$  м<sup>3</sup>/кг;  $t_1=180$  °С;  
 $h_2=2945$  кДж/кг;  $v_2=0,23$  м<sup>3</sup>/кг;  $q=265$  кДж/кг;  $\Delta u=225$  кДж/кг.

**Задача 1.27.** Визначити тепло, що йде на перегрів пари в пароперегрівачеві котла, якщо до надходження до нього пара має тиск 60 бар і вологість 0,5%, а кінцева температура пари 500°С. Знайти також роботу пари, зв'язану зі збільшенням її об'єму у процесі перегрівання, що протікає при  $P=\text{const}$ .

**Розв'язок:**  $q=647,5$  кДж/кг;  $l=146000$  кДж/кг.

**Задача 1.28.** Процес відбувається при незмінній 20%-ній вологості пари від початкового тиску 1 бар до кінцевого 20 бар. Знайти за величиною і знаком теплоту, зміну внутрішньої енергії і роботу процесу.

**Розв'язок:**  $q=-250,1$  кДж/кг;  $\Delta u=173,5$  кДж/кг;  $l=-424000$  кДж/кг.

**Задача 1.29.** Порівняти значення ентропії і ентальпії сухої насиченої пари з тиском  $P=50$  бар за  $hs$ -діаграмою і таблицями водяної пари.

**Розв'язок:** за  $hs$ -діаграмою –  $h''=2800$  кДж/кг;  $s''=5,97$  кДж/(кг·К);  
за таблицями –  $h''=2795$  кДж/кг;  $s''=5,980$  кДж/(кг·К).

**Задача 1.30.** Відносна вологість повітря при 60°C складає 30%. Визначити парціальний тиск водяних парів у вологому повітрі, якщо при цій самій температурі його відносна вологість збільшиться до 90%.

**Розв'язок:**  $P_n=18$  кПа.

**Задача 1.31.** Визначити кількість водяних парів, які містяться в приміщенні, об'єм котрого складає 300 м<sup>3</sup>. Температура повітря в приміщенні 20°C, барометричний тиск 98 кПа, відносна вологість 60%.

**Розв'язок:**  $m=3,124$  кг.

**Задача 1.32.** У посудині знаходиться кисень під тиском 50 атм. Газ витікає через звужувальне сопло до середовища з тиском 40 атм. Визначити швидкість витікання і витрати газу, якщо площа вихідного перерізу дорівнює 20 мм<sup>2</sup>. Початкова температура кисню 100 °С.

**Розв'язок:**  $\omega=205$  м/с;  $G=0,175$  кг/с.

**Задача 1.33.** Визначити швидкість витікання і витрату пари через сопло Лаваля для параметрів:  $P_1=16$  атм.,  $P_2=1$  атм.,  $t_1=300$  °С,  $f_{\min}=6$  см<sup>2</sup>. Знайти максимальну площу перерізу  $f_{\max}$ .

**Розв'язок:**  $\omega=1040$  м/с;  $G=1,25$  кг/с;  $f_{\max}=19,1$  см<sup>2</sup>.

**Задача 1.34.** Повітря при тиску  $P_1=1$  бар і температурі  $t_1 = 15$ °С витікає з резервуару. Знайти значення  $P_2$ , при якому теоретична швидкість адіабатного витікання буде дорівнювати критичній, і величину цієї швидкості.

**Розв'язок:**  $P_{2\text{кр}} = 0,528$  бар;  $\omega_{\text{кр}} = 310$  м/с.

**Задача 1.35.** Волога пара з параметрами  $P_1=18$  бар і  $x=0,92$  витікає до середовища з тиском  $P_2=12$  бар, площа вихідного перерізу сопла 20 мм<sup>2</sup>. Визначити теоретичну швидкість при адіабатному витіканні пари і його секундну витрату.

**Розв'язок:**  $\omega=380$  м/с;  $G=0,05$  кг/с.

**Задача 1.36.** Парогенератор виробляє 1800 кг/год. пари з тиском 10,8 бар. Яким повинен бути переріз запобіжного клапана, щоб при раптовому припиненні добору пари тиск не перевищив 10,8 бар?

*Розв'язок:*  $F_{min}=321 \text{ мм}^2$ .

**Задача 1.37** Визначити діаметри мінімального і вихідного перерізу сопла для годинної витрати 1000 кг сухої насиченої пари, якщо початковий тиск його  $P_1=20,6$  бар, а кінцевий  $P_2=1,0$  бар. Процес розширення пари прийняти адіабатним. Визначити також теоретичну швидкість витікання пари із сопла.

*Розв'язок:*  $d_{min}=11,2 \text{ мм}$ ;  $d=22,4 \text{ мм}$ ;  $\omega=1000 \text{ м/с}$ .

## 2 ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТЕПЛООБМІНУ

Згідно з 2-м законом термодинаміки мимовільний процес переносу теплоти у просторі виникає під дією різниці температур і спрямований у бік зменшення температури. Закономірності переносу теплоти і кількісні характеристики цього процесу є предметом дослідження теорії теплообміну, яка розглядає процеси переносу теплоти у твердих, рідких і газоподібних тілах. Відомо 3 способи переносу теплоти: теплопровідність, конвекція, випромінювання.

При переносі теплоти розрізняють також два основних випадки: поширення тепла в самому тілі і теплообмін між тілами.

Якщо нагрівати тверде тіло з одного кінця, атоми цього тіла в місці нагрівання починають колитися більш енергійно; свою енергію, яка збільшилася за рахунок нагрівання, вони передають сусіднім атомам; так здійснюється поширення теплоти в тілі, яке називається **теплопровідністю**. Цей спосіб поширення тепла можливий і в рідинах – краплинних і пружних (газах), якщо нагрівати їх зверху. При такому нагріванні енергія буде поширюватися внаслідок збільшення коливального руху атомів і молекул рідини. Рух окремих струмків рідини (кінцевих мас рідини) не буде відбуватися.

Якщо ж рідину нагрівати знизу, її густина в місці нагрівання внаслідок підвищення температури стане зменшуватися, і нагріті струмки рідини будуть підніматися догори, а на їх місце почнуть надходити зверху більш холодні струмки. Так виникає рух теплих і холодних струмків, при якому відбувається їх перемішування, а, отже, і перенос теплоти. Цей рух



рідини і поширення тепла, що відбувається при цьому, називається **конвекцією**. Як видно, поширення тепла конвекцією може відбуватися тільки в рідких тілах (краплинних і пружних) або газах, тому що у твердих тілах відсутній рух струмків тіла. При поширенні тепла конвекцією відбувається також і передача енергії від молекули до молекули (теплопровідність), але вона незначна в порівнянні з передачею теплоти конвекцією і звичайно окремо не враховується.

Перемішування окремих холодних і нагрітих струмків, тобто поширення тепла конвекцією, відбувається й у тому випадку, якщо рух рідини створюється в результаті дії якої-небудь спонукальної сили (насос, вентилятор, мішалка).

Таким чином, *перенос теплоти усередині самого тіла відбувається за рахунок теплопровідності і конвекції*. Причому теплопровідність відбувається в твердих, рідких і газоподібних тілах, а конвекція тільки в рідких і газоподібних тілах.

Теплообмін між тілами може здійснюватися наступними способами. Якщо біля поверхні твердого тіла протікає яка-небудь рідина або газ з температурою, що відрізняється від температури цієї поверхні, між поверхнею твердого тіла і цим середовищем буде відбуватися теплообмін. Цей спосіб теплообміну між тілами називається **теплообміном зіткненням**. При цьому біля самої поверхні стінки теплота передається за рахунок теплопровідності, в рідині вона поширюється здебільшого внаслідок перемішування струмків з різними температурами, тобто за рахунок конвекції, тому спосіб переносу тепла між рідиною і твердим тілом часто називають також **конвективним теплообміном**.

Однак для переносу тепла від одного тіла до іншого не обов'язково їх зіткнення. З курсу фізики відомо, що всі тіла у природі є джерелами променистої енергії. Вона виникає на поверхні тіла за рахунок його внутрішньої теплової енергії в результаті складних внутрішньоатомних процесів. Теплові промені виникають на поверхні тіла, поширюються у просторі, досягають іншого тіла, і знову перетворюються на теплову енергію, що й засвоюється цим тілом, збільшуючи його внутрішню енергію. Цей теплообмін, що відбувається в результаті дворазового перетворення енергії, називається **теплообміном радіацією** чи **теплообміном випромінюванням**.

Перенос теплоти від однієї рідини (тіло, що гріє) до іншої (тіло, що нагрівається) у так званих теплообмінних апаратах найчастіше

здійснюється через поділяючу їх стінку. Інший випадок, який часто розглядається, – перенос теплоти від повітря усередині приміщення до зовнішнього повітря через поділяючу їх стінку (з цегли чи іншого якого-небудь матеріалу). Перенос теплоти від однієї рідини до іншої через стінку називають **теплопередачею**, а перенос тепла між рідиною і поверхнею стінки (не враховуючи залежність від напрямку) – **тепловіддачею**.

Досить часто перенос теплоти здійснюється одночасно різними способами – цей випадок називається **складним теплообміном**. Наприклад, конвективна тепловіддача від газу до стінки практично завжди супроводжується рівнобіжним переносом теплоти випромінюванням.

## 2.1 Теплопровідність

### 2.1.1 Основні поняття і визначення

Раніше ми вже встановили, що в усіх речовинах теплота може передаватися теплопровідністю за рахунок переносу енергії мікрочастинками. Тобто **теплопровідність** – це процес поширення теплоти між тілами, що торкаються один одного, чи частинами одного тіла з різною температурою. Для здійснення теплопровідності необхідні дві умови: контакт і різниця температур.

Відомо, що процес поширення теплоти у просторі нерозривно пов'язаний з розподілом температури в ньому. Сукупність значень температури в кожен момент часу для всіх точок розглянутого простору називається **температурним полем**. Математично воно виражається рівнянням

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (2.1)$$

де  $t$  – температура тіла,  $^{\circ}\text{C}$ ;  
 $x, y, z$  – координати точки, м;  
 $\tau$  – час, с.

Якщо температура не змінюється за часом, то поле називається сталим чи **стаціонарним**. При цьому температура в різних точках тіла може бути різною, але постійною протягом визначеного часу:

$$t = f(x, y, z), \quad \frac{dt}{d\tau} = 0. \quad (2.2)$$

Прикладом може бути витримка заготовки в печі при постійній температурі, процес кипіння води та ін.

Якщо температура залежить від часу, поле називається несталим, а теплові процеси, що протікають у таких умовах, **нестационарними**, наприклад нагрівання чи охолодження тіл.

Температурне поле може бути функцією одночасно трьох, двох або однієї координати. Відповідно, воно називається три, дво- й одномірним. Найбільш простий вид має рівняння одномірного стаціонарного температурного поля  $t=f(x)$ .

Усі точки простору, що мають однакову температуру, утворюють ізотермічну поверхню. Природно, що зміна температури в тілі може спостерігатися лише в напрямках, що перетинають ізотермічні поверхні (наприклад, напрямок  $S$ , рис. 2.1). При цьому найбільш різка зміна спостерігається в напрямку нормалі  $n$  до ізотермічних поверхонь.

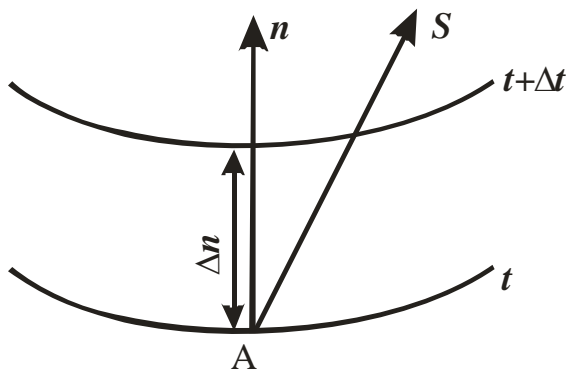


Рисунок 2.1 – Схема поширення теплоти

Межа відношення зміни температури  $\Delta t$  до відстані між ізотермами за нормаллю  $\Delta n$  за умови, що  $\Delta n \rightarrow 0$ , називається **градієнтом температури**:

$$\text{grad } t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}. \quad (2.3)$$

Слід зазначити, що в загальному випадку температура може змінюватися не тільки у просторі, але і в часі (при нестационарному режимі).

Градiєнт температури – це вектор з позитивним знаком при зростанні температури і з негативним при її падінні, тому що він спрямований у бік зростання температури і чисельно дорівнює першій похідній температурі за нормаллю до ізотермічної поверхні. **Фізичний**

**зміст** градієнта температури – це максимальна швидкість наростання температури за відстанню.

Вимірюється градієнт температури у градусах на метр. Градієнт температури відмінний від нуля, якщо є різниця температур. Так, наприклад, у кладці печі при її роботі є градієнт температур за товщиною кладки, спрямований від зовнішньої (більш холодної) до внутрішньої (більш гарячої) поверхні кладки, що показує, на скільки збільшується температура на кожен міліметр товщини кладки при русі від зовнішньої до внутрішньої поверхні.

Кількість теплоти, що переноситься за одиницю часу через всю поверхню тіла, називають **тепловим потоком**  $Q$ . Тепловий потік вимірюється у джоулях за секунду або ватах (Дж/с=Вт).

Тепловий потік, який віднесено до одиниці поверхні тіла, називають поверхневою **густиною теплового потоку**  $q$  (чи просто густиною теплового потоку):

$$q = \frac{Q}{F}. \quad (2.4)$$

Густина теплового потоку вимірюється у ватах на метр у квадраті (Вт/м<sup>2</sup>). Величина  $q$  є вектором, напрямком якого є протилежним напрямку градієнта температури, тому що тепла енергія самостійно поширюється завжди тільки у бік убування температури.

Досліджуючи явища теплопровідності у твердих тілах, Фур'є установив, що тепла потужність, яка передається теплопровідністю, пропорційна градієнту температури і площі перерізу, перпендикулярного напрямку теплового потоку, тобто

$$dQ = -\lambda dF dt \text{ grad } t, \quad (2.5)$$

або

$$q = -\lambda \text{ grad } t. \quad (2.6)$$

Рівняння (2.6) називається **основним рівнянням теплопровідності** або **законом Фур'є**. Мінус у правій частині рівняння показує, що в напрямку теплового потоку температура убуває, а градієнт температури спрямований у протилежну сторону – в бік зростання температури.

Коефіцієнт пропорційності  $\lambda$ , що входить до рівняння (2.5) і (2.6), називається **коефіцієнтом теплопровідності**. Він характеризує здатність

речовини, з якої складається розглянуте тіло, проводити теплоту, і використовується для порівняння і вибору матеріалів при проектуванні теплових апаратів. З рівняння (2.6) випливає, що коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$ , який вимірюється у ватах на квадратний метр-градус Цельсія, визначає потужність теплового потоку, що проходить через один квадратний метр поверхні за умови, що градієнт температури дорівнює одиниці:

$$\lambda = - \frac{dQ}{dF d\tau grad t} \quad (2.7)$$

Для різних тіл теплопровідність має певні значення і залежить від структури, густини, вологості, тиску і температури речовин цих тел. Точні значення  $\lambda$  визначають на основі спеціальних лабораторних досліджень. При технічних розрахунках звичайно використовують орієнтовані значення теплопровідності  $\lambda$ .

Для більшості матеріалів з достатньої для практики точністю залежність коефіцієнта теплопровідності від температури можна прийняти лінійною

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(t - t_0)], \quad (2.8)$$

де  $\lambda_0$  – значення коефіцієнта теплопровідності при температурі  $t_0$ ;

$b$  – стала, яку визначають практичним шляхом.

Найбільш високу теплопровідність мають *метали*. У металах основним передавачем тепла являються вільні електрони, які можна уявити як ідеальний одноатомний газ. Передача тепла за допомогою коливальних рухів атомів або у виді пружних звукових хвиль не виключається, але її частка незначна в порівнянні з переносом енергії електронним газом. Унаслідок руху вільних електронів відбувається вирівнювання температури у всіх точках металу, який нагрівається або охолоджується. Вільні електрони рухаються як з областей більш нагрітих в області менш нагріті, так і у зворотному напрямку. У першому випадку вони віддають енергію атомам, у другому відбирають. Так як в металах носієм теплової й електричної енергії являються електрони, то коефіцієнти теплопровідності і електропровідності пропорційні один одному. При підвищенні температури унаслідок посилення теплових неоднорідностей

розсіювання електронів збільшується. Це призводить до зменшення коефіцієнтів тепло- і електропровідності чистих металів.

При наявності різного роду домішок коефіцієнт теплопровідності металів різко убуває. Останнє можна пояснити збільшенням структурних неоднорідностей, що призводить до розсіювання електронів. Наприклад, для чистої міді  $\lambda=396$  Вт/(м К), а для тій же міді з домішками миш'яку  $\lambda=142$  Вт/(м К). На відміну від чистих металів коефіцієнти теплопровідності сплавів при підвищенні температури збільшуються.

Умовною є величина коефіцієнта теплопровідності **пористих матеріалів**. Ця величина має значення коефіцієнта теплопровідності деякого однорідного тіла, через яке при однаковій формі, розмірах і температурах на межах проходить та ж кількість тепла, що і через дане пористе тіло. Коефіцієнт теплопровідності порошкоподібних і пористих тіл сильно залежить від їх об'ємної густини. Наприклад, при зростанні густини  $\rho$  від 400 до 800 кг/м<sup>3</sup> коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  азбесту збільшується від 0,105 до 0,248 Вт/(м К). Такий вплив густини  $\rho$  на коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  пояснюється тим, що теплопровідність  $\lambda$  повітря, що заповнює пори, значно менше, ніж  $\lambda$  твердих компонентів пористого матеріалу.

Ефективний коефіцієнт теплопровідності пористих матеріалів сильно залежить також від вологості. Для вологого матеріалу коефіцієнт теплопровідності значно більше, ніж для сухого і води окремо. Наприклад, для сухої цегли  $\lambda=0,35$ , для води  $\lambda=0,60$ , а для вологої цегли  $\lambda \approx 1,0$  Вт/(м К). Цей ефект можна пояснити конвективним переносом тепла, що виникає завдяки капілярному руху води усередині пористого матеріалу і частково тим, що абсорбційно зв'язана волога має інші характеристики в порівнянні з вільною водою.

Збільшення коефіцієнта теплопровідності пористих матеріалів зі зміною температури можна пояснити тим, що з підвищенням температури зростає теплопровідність середовища, що заповнює пори.

Коефіцієнти теплопровідності будівельних і теплоізоляційних матеріалів мають значення, що лежать приблизно в межах від 0,023 до 2,9 Вт/(м К). Матеріали з низьким значенням коефіцієнта теплопровідності (менше 0,25 Вт/(м К)), які звичайно застосовують для теплової ізоляції, називаються **теплоізоляційними**.

Механізм поширення тепла у **краплинних рідинах** можна подати як

перенос енергії шляхом пружних коливань. Таке фізичне уявлення про механізм передачі тепла в рідинах використовувалось для опису практичних даних про теплопровідність різних рідин. Для більшості рідин теорія знайшла гарне підтвердження.

Практика підтверджує, що для більшості рідин з підвищенням температури коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  зменшується, виключеннями є вода і гліцерин. Коефіцієнт теплопровідності краплинних рідин лежить приблизно в межах від 0,07 до 0,7 Вт/(м К). При підвищенні тиску коефіцієнти теплопровідності рідин зростають.

Відповідно до кінетичної теорії речовини перенос тепла теплопровідністю в *газах* при звичайних тисках і температурах визначається переносом кінетичної енергії молекулярного руху в результаті хаотичного руху і зіткнення окремих молекул газу.

Теплоємність газів зростає з підвищенням температури, тому коефіцієнт теплопровідності для газів з підвищенням температури також збільшується. При зміні тиску коефіцієнт теплопровідності газів майже не змінюється. У додатку **Ж** разом з іншими властивостями наведено  $\lambda$  повітря в залежності від температури.

Коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  газів лежить у межах значень від 0,006 до 0,6 Вт/(м К). Серед газів різко відрізняються своїм високим коефіцієнтам теплопровідності гелій і водень. Коефіцієнт теплопровідності в них у 5...1,0 разів більше, ніж у інших газів. Молекули гелію і водню мають малу масу, а отже, мають велику середню швидкість переміщення, чим і пояснюється високий коефіцієнт теплопровідності.

Коефіцієнт теплопровідності водяної пари й інших реальних газів, які значно відрізняються від ідеальних, сильно залежить від тиску.

Для газових сумішей коефіцієнт теплопровідності не може бути визначеним за законом адитивності, його треба визначати практичним шляхом.

### **2.1.2 Диференціальне рівняння теплопровідності**

Вивчення будь-якого фізичного явища зводиться до встановлення залежності між величинами, що його характеризують. Для складних фізичних процесів, у яких визначальні величини можуть істотно змінюватися у просторі і часі, встановити залежність між цими

величинами досить важко. У цих випадках на допомогу приходить метод математичної фізики, що виходить з того, що обмежується проміжок часу і з усього простору розглядається лише елементарний об'єм. Це дозволяє в межах елементарного об'єму і обраного малого відрізка часу ігнорувати зміною деяких величин, що характеризують процес, та істотно спростити аналіз.

Обрані в такий спосіб елементарний об'єм  $dv$  і елементарний проміжок часу  $dt$ , в межах яких розглядається процес, з математичної точки зору є величинами нескінченно малими, а з фізичної точки зору – величинами ще досить великими, щоб в їх межах можна було ігнорувати дискретну будівлю середовища і розглядати її як континуум (суцільну). Отримана в такий спосіб залежність є загальним диференціальним рівнянням процесу, що розглядається. Після інтегрування диференціального рівняння можна одержати аналітичну залежність між величинами для всієї області інтегрування і всього проміжку часу.

При рішенні задач, зв'язаних з визначенням температурного поля, необхідно мати **диференціальне рівняння теплопровідності**, яке одержано при наступних допущеннях:

- тіло однорідне та ізотропне;
- фізичні параметри постійні;
- деформація об'єму, що розглядається, обумовлена зміною температури, і є дуже малою величиною у порівнянні із самим об'ємом;
- макроскопічні частки тіла нерухливі відносно один одного;
- внутрішні джерела тепла в тілі, що у загальному випадку можуть бути задані як  $q_v = f(x, y, z, \tau)$ , розподілені рівномірно.

В основі виводу диференціального рівняння теплопровідності лежить закон збереження енергії, який у даному випадку може бути сформульований у такий спосіб: кількість теплоти, яку введено в елементарний об'єм ззовні за деякий час унаслідок теплопровідності, а також від внутрішніх джерел, дорівнює зміні внутрішньої енергії або ентальпії речовини (в залежності від розгляду ізохорного або ізобарного процесу), що міститься в елементарному об'ємі.

Рівняння має наступний вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (2.9)$$



де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м К);

$\rho$  – густина матеріалу, кг/м<sup>3</sup>;

$c$  – теплоємність матеріалу, Дж/(кг К).

Рівнянням (2.9) називається диференціальним рівнянням теплопровідності. Воно встановлює зв'язок між часовою та просторовою зміною температури в будь-якій точці тіла, в якому відбувається процес теплопровідності.

У рівнянні (2.9) можна позначити

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}. \quad (2.10)$$

Величина  $a$  називається коефіцієнтом температуропровідності і є фізичним параметром речовини. Він має значення для нестационарних теплових процесів і характеризує швидкість зміни температури. Вимірюється коефіцієнт температуропровідності у квадратних метрах за секунду (м<sup>2</sup>/с).

Якщо коефіцієнт теплопровідності характеризує здатність тіл проводити теплоту, то коефіцієнт температуропровідності є мірою теплоінерційних властивостей тіла. З рівнянням (2.9) випливає, що зміна температури з часом  $\partial t / \partial \tau$  для будь-якої точки простору пропорційна величині  $a$ . Інакше кажучи, швидкість зміни температури і будь-якій точці тіла буде тим більше, чим більше коефіцієнт температуропровідності  $a$ . Тому при інших рівних умовах вирівнювання температур у всіх точках простору буде відбуватися скоріше в тому тілі, яке має більший коефіцієнт температуропровідності. Величина коефіцієнта температуропровідності залежить від природи речовини. Наприклад, рідини і гази мають велику теплову інерційність і, отже, малий коефіцієнт температуропровідності. Метали мають малу теплову інерційність, тому що вони мають великий коефіцієнт температуропровідності.

Якщо вважати, що система тіл не має внутрішніх джерел теплоти ( $q_v=0$ ), то вираження (2.9) з урахуванням (2.10) набуде виду

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (2.11)$$

Якщо вважати, що система тіл має внутрішні джерела теплоти, але

температурне поле є стаціонарним, тобто  $t=f(x,y,z)$ , то диференціальне рівняння теплопровідності перетворюється на рівняння Пуассона

$$0 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q_v}{\lambda}. \quad (2.12)$$

Нарешті для випадку стаціонарної теплопровідності і відсутності внутрішніх джерел теплоти рівняння (2.9) набуде виду рівняння Лапласа

$$0 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}. \quad (2.13)$$

Находження часткових рішень цих рівнянь в часткових похідних є основним змістом теорії теплопровідності.

### **2.1.3 Умови однозначності для процесів теплопровідності**

Так як диференціальне рівняння теплопровідності отримано на основі загальних законів фізики, то воно описує явище теплопровідності в самому загальному виді. Тому можна сказати, що отримане диференціальне рівняння описує цілий клас явищ теплопровідності. Щоб з незліченної кількості виділити конкретний процес і дати його повний математичний опис, до диференціального рівняння необхідно додати математичний опис усіх окремих особливостей процесу, що розглядається. Ці окремі особливості, що разом з диференціальним рівнянням дають повний математичний опис конкретного процесу теплопровідності, називаються умовами однозначності або крайовими умовами.

Умови однозначності включають:

- геометричні умови, що характеризують форму і розміри тіла, в якому протікає процес;
- фізичні умови, що характеризують фізичні властивості тіла;
- тимчасові чи початкові умови, що характеризують розподіл температур у тілі, що досліджується, в початковий момент часу;
- граничні умови, що характеризують взаємодію тіла, що розглядається, з навколишнім середовищем.

**Геометричними умовами** задаються форма і лінійні розміри тіла, в якому протікає процес.

**Фізичними умовами** задаються фізичні параметри тіла  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  та ін. і може бути заданий закон розподілу внутрішніх джерел теплоти.

**Початкові умови** необхідні при розгляді нестационарних процесів і полягають в завданні закону розподілу температури всередині тіла в початковий момент часу. У загальному випадку початкові умови аналітично можуть бути записані в такий спосіб:

при  $\tau=0$

$$t = f(x, y, z). \quad (2.14)$$

У випадку рівномірного розподілу температури в тілі початкові умови спрощуються;

при  $\tau=0$

$$t = t_0 = \text{const}. \quad (2.15)$$

**Граничні умови** можуть бути задані декількома способами.

**1) Граничні умови першого роду.** При цьому задається розподіл температури на поверхні тіла для кожного моменту часу:

$$t_{cm} = f(x, y, z). \quad (2.16)$$

де  $t_{cm}$  – температура на поверхні тіла;

$x, y, z$  – координати поверхні тіла.

В окремому випадку, коли температура на поверхні є постійною протягом усього часу протікання процесів теплообміну, рівняння (2.16) спрощується і набуває виду

$$t_{cm} = \text{const}. \quad (2.17)$$

**2) Граничні умови другого роду.** При цьому задаються величини теплового потоку для кожної точки поверхні тіла і будь-якого моменту часу. Аналітично це можна подати в такий спосіб:

$$q_n = f(x, y, z, \tau). \quad (2.18)$$

де  $q_n$  – густина теплового потоку на поверхні тіла;

$x, y, z$  – як і у випадку (2.16) – координати поверхні тіла.

У найпростішому випадку густина теплового потоку поверхнею тіла і з часом залишається постійною

$$q_n = q_0 = \text{const.} \quad (2.19)$$

Такий випадок теплообміну має місце, наприклад, при нагріванні різних металевих виробів у високотемпературних печах.

3) *Граничні умови третього роду.* При цьому задаються температура навколишнього середовища  $t_{pid}$  і закон теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем. Граничні умови третього роду характеризують закон теплообміну між поверхнею і навколишнім середовищем у процесі охолодження і нагрівання тіла. Для опису процесу теплообміну між поверхнею тіла і середовищем використовується закон Ньютона-Ріхмана.

Процес теплообміну між поверхнею тіла і середовищем відноситься до дуже складних процесів і залежить від великої кількості параметрів. Докладно ці питання будуть розглянуті пізніше.

Відповідно до закону Ньютона-Ріхмана кількість теплоти, що віддається одиницею поверхні тіла за одиницю часу, пропорційна різниці температур поверхні тіла  $t_{cm}$  і навколишнього середовища  $t_{cep}$ :

$$q = \alpha (t_{cm} - t_{cep}), \quad (2.20)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності, який називається **коефіцієнт тепловіддачі**, він має розмірність – ват на квадратний метр-кельвін ( $\text{Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$ ).

Коефіцієнт тепловіддачі характеризує інтенсивність теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем. Чисельно він дорівнює кількості теплоти, що віддається (чи сприймається) одиницею поверхні за одиницю часу при різниці температур між поверхнею тіла і навколишнім середовищем в один градус.

Відповідно до закону збереження енергії кількість теплоти, що відводиться з одиниці поверхні за одиницю часу внаслідок тепловіддачі (2.20), повинна дорівнювати теплоті, яка підводиться до одиниці поверхні за одиницю часу внаслідок теплопровідності з внутрішніх об'ємів тіла (рівняння (2.6)), тобто

$$\alpha (t_{cm} - t_{cep}) = -\lambda \text{ drag } t, \quad (2.21)$$

або

$$\alpha(t_{\bar{n}\delta} - t_{\bar{n}\delta}) = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{c\delta}, \quad (2.22)$$

де  $\mathbf{n}$  – нормаль до поверхні тіла; індекс « $cm$ » вказує на те, що температура і градієнт відносяться до поверхні тіла (при  $\mathbf{n}=0$ ).

Остаточно граничні умови третього роду можна записати в наступному виді

$$\left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{c\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} (t_{\bar{n}\delta} - t_{\bar{n}\delta}). \quad (2.23)$$

Рівняння (2.23), власно кажучи, є окремим вираженням закону збереження енергії для поверхні тіла.

Коефіцієнт тепловіддачі залежить від великої кількості факторів. Однак у багатьох випадках коефіцієнт тепловіддачі можна вважати незмінним, тому в подальшому при рішенні задач теплопровідності ми будемо приймати величину  $\alpha$  постійною.

**3) Граничні умови четвертого роду** характеризують умови теплообміну системи тіл чи тіла з навколишнім середовищем за законом теплопровідності. Передбачається, що між тілами здійснюється ідеальний контакт (температури поверхонь, що торкаються одна одної, однакові).

У даних умовах має місце рівність теплових потоків, що проходять через поверхню зіткнення, тобто

$$\lambda_1 \left( \frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_{c\delta} = \lambda_2 \left( \frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_{c\delta}. \quad (2.24)$$

У задачах із граничними умовами четвертого роду задається відношення тангенсів кута нахилу дотичних прямих до температурних кривих в точці дотику тіл або тіла і середовища:

$$\frac{\mathit{tg}\varphi_1}{\mathit{tg}\varphi_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \mathit{const}. \quad (2.25)$$

Так як при контакті обидва тіла на поверхні зіткнення мають однакову температуру, те дотичні прямі у поверхні розподілу проходять через одну і ту ж саму точку.

### 2.1.4 Теплопровідність при стаціонарному режимі

При сталому чи стаціонарному тепловому режимі температура тіла не залежить від часу, тобто

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \quad (2.26)$$

Якщо внутрішні джерела тепла відсутні ( $q_v=0$ ), то при цьому диференціальне рівняння теплопровідності набуде виду (2.13).

У даному підрозділі розглядається теплопровідність у тілах найпростішої геометричної форми. Першим об'єктом розгляду є передача теплоти через плоску стінку при  $q_v=0$ .

#### 2.1.4.1 Передача теплоти через плоску стінку

##### 1) Граничні умови першого роду

Розглянемо однорідну й ізотропну стінку товщиною  $\delta$  з постійним коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda$ . На зовнішніх поверхнях стінці підтримуються постійні температури  $t_{cm1}$  і  $t_{cm2}$ .

При заданих умовах температура буде змінюватися тільки в напрямку, перпендикулярному площині стінки (рис. 2.2).

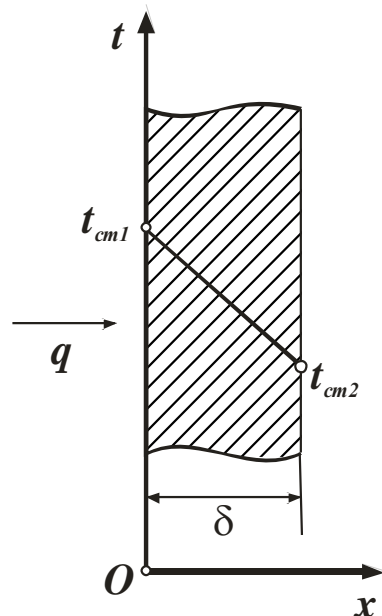


Рисунок 2.2 – Теплопровідність через однорідну плоску стінку

Якщо вісь  $Ox$  направити, як показано на рисунку 2.2, то температура в напрямку осей  $Oy$  і  $Oz$  буде залишатися постійною:

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \quad (2.27)$$

У зв'язку з цим диференціальне рівняння теплопровідності для даного випадку має вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0. \quad (2.28)$$

Граничні умови в даній задачі задаються в такий спосіб:

$$\left. \begin{array}{l} \text{їđè} \quad x = 0 \quad t = t_{\tilde{n}\delta 1} \\ \text{їđè} \quad x = \delta \quad t = t_{\tilde{n}\delta 2} \end{array} \right\}. \quad (2.29)$$

Рівняння (2.28) і умови (2.29) дають повне математичне формулювання даної задачі.

У результаті рішення поставленої задачі має бути знайдено розподіл температури у плоскій стінці, тобто  $t=f(x)$ , і отримано формулу для визначення кількості тепла, що проходить за одиницю часу крізь стінку.

Закон розподілу температур по товщині стінки можна знайти в результаті подвійного інтегрування рівняння (2.28).

Перше інтегрування дає

$$\frac{\partial t}{\partial x} = C_1. \quad (2.30)$$

Після другого інтегрування отримаємо

$$t = C_1 x + C_2. \quad (2.31)$$

З рівняння (2.31) випливає, що при постійному коефіцієнті теплопровідності температура у стінці змінюється за лінійним законом. Сталі  $C_1$  і  $C_2$  у рівнянні (2.31) визначаються з граничних умов:

$$\left. \begin{array}{l} \text{їđè} \quad x = 0 \quad t = t_{\tilde{n}\delta 1} \quad C_2 = t_{\tilde{n}\delta 1} \\ \text{їđè} \quad x = \delta \quad t = t_{\tilde{n}\delta 2} \quad \tilde{N}_1 = -\frac{t_{\tilde{n}\delta 1} - t_{\tilde{n}\delta 2}}{\delta} \end{array} \right\}. \quad (2.32)$$

Підставимо значення сталих  $C_1$  і  $C_2$  в рівняння (2.31) і отримаємо закон розподілу температури в розглянутій плоскій стінці:

$$t = t_{\bar{n}\delta 1} - \frac{t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}}{\delta} \delta. \quad (2.33)$$

Для визначення кількості тепла, що проходить через одиницю поверхні стінки за одиницю часу в напрямку осі  $Ox$ , використаємо закон Фур'є, відповідно до якого

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (2.34)$$

Враховуючи рівняння (2.30) і (2.32) після підстановки значення  $\partial t / \partial x$  до вираження закону Фур'є одержимо:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}). \quad (2.35)$$

З рівняння (2.35) випливає, що кількість теплоти, що проходить через одиницю поверхні стінки за одиницю часу, прямо пропорційна коефіцієнту теплопровідності  $\lambda$ , різниці температур на зовнішніх поверхнях стінки  $(t_{cm1} - t_{cm2})$  і обернено пропорційна товщині стінки  $\delta$ . Варто вказати, що тепловий потік визначається не абсолютним значенням температур, а їх різницею  $t_{cm1} - t_{cm2} = \Delta t$ , яку прийнято називати **температурним напором**.

Відношення  $\lambda/\delta$  називається **тепловою провідністю стінки**, а зворотна величина  $\delta/\lambda$  – **тепловим чи термічним опором стінки**. Останнє являє собою падіння температури у стінці на одиницю густини теплового потоку. Знаючи питомий тепловий потік, легко вчислити загальну кількість теплоти  $Q_\tau$ , що передається через поверхню стінки площею  $F$  за проміжок часу  $\tau$

$$Q_\tau = qF\tau = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}) F\tau. \quad (2.36)$$

З рівняння (2.35) знайдемо:

$$\frac{t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}}{\delta} = \frac{q}{\lambda}. \quad (2.37)$$



Після введення цього вираження в рівняння температурного поля (2.33) одержимо:

$$t = t_{\bar{n}\delta 1} - \frac{q}{\lambda} x. \quad (2.38)$$

З рівняння (2.38) випливає, що за інших рівних умов температура у стінці убуває тим швидше, чим більше густина теплового потоку.

Вираження (2.33) і (2.35) отримано при допущенні, що  $\lambda = \text{const}$ . У дійсності  $\lambda$  є змінною величиною. Розглянемо випадок, коли коефіцієнт теплопровідності є тільки функцією температури  $\lambda = f(t)$ .

При цьому густина теплового потоку на поверхні пластини дорівнює

$$q = \frac{\lambda_{\bar{n}\delta\delta} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{\delta}. \quad (2.39)$$

З рівняння (2.39) випливає, що якщо коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  залежить від температури, то  $q$  можна розраховувати при допущенні, що  $\lambda = \text{const}$ , приймаючи для нього середньоінтегральне значення  $\lambda_{\text{сеп}}$  в інтервалі температур від  $t_{\text{cm}1}$  до  $t_{\text{cm}2}$ .

У теплових апаратах часто зустрічаються стінки, що складаються з декількох плоских шарів різних матеріалів (рис. 2.3).

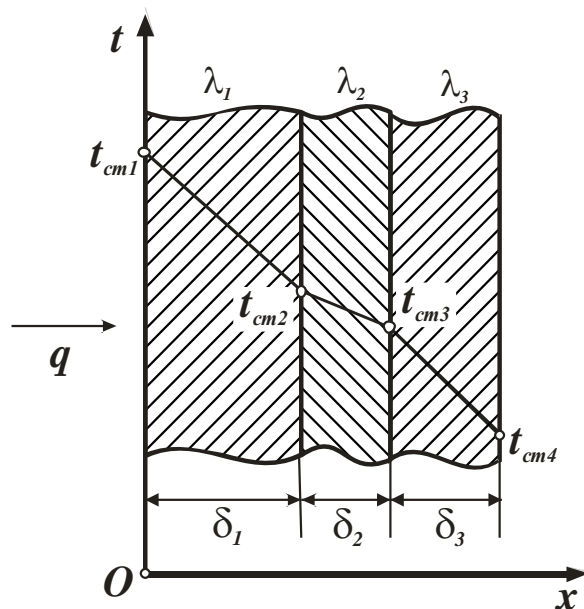


Рисунок 2.3 – Теплопровідність через багатошарову плоску стінку

Розглянемо теплопровідність багатошарової плоскої стінки, що складається з  $n$  однорідних шарів. Прийmemo, що контакт між шарами

ідеальний, і температура на дотичних поверхнях двох шарів однакова. На рисунку 2.3 наведено стінку, яка складається з трьох однорідних шарів.

При стаціонарному режимі тепловий потік, що проходить через будь-яку ізотермічну поверхню неоднорідної стінки є однаковим  $\partial q / \partial x = 0$ . Для одержання рівняння для цього випадку необхідно записати рівняння теплопровідності для кожного окремого шару. При заданих температурах зовнішніх поверхонь такої стінки, розмірах шарів і відповідних коефіцієнтах теплопровідності можна скласти рівняння:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{\bar{n}\delta 2} - t_{\bar{n}\delta 3}); \\ q &= \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_{\bar{n}\delta n} - t_{\bar{n}\delta(n+1)}). \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Визначимо температурні напори в кожному шарі з рівнянь (2.40)

$$\left. \begin{aligned} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}) &= q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ (t_{\bar{n}\delta 2} - t_{\bar{n}\delta 3}) &= q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ (t_{\bar{n}\delta n} - t_{\bar{n}\delta(n+1)}) &= q \frac{\delta_n}{\lambda_n}. \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Складемо ліві і праві частини рівнянь і одержимо:

$$t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta(n+1)} = q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right). \quad (2.42)$$

Тоді густина теплового потоку дорівнює

$$q = \frac{t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta(n+1)}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} = \frac{t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta(n+1)}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (2.43)$$

Величина  $\sum_{i=1}^{i=n} \delta_i / \lambda_i$ , яка дорівнює сумі теплових опорів усіх  $n$  шарів,

називається **повним тепловим або термічним опором теплопровідності багат шарової стінки.**

Температури на межі зіткнення двох сусідніх шарів розраховуються за наступними рівняннями:

$$\left. \begin{aligned} t_{\bar{n}\delta 2} &= t_{\bar{n}\delta 1} - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_{\bar{n}\delta 3} &= t_{\bar{n}\delta 1} - q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right); \\ t_{\bar{n}\delta(i+1)} &= t_{\bar{n}\delta 1} - q \sum_{i=1}^i \frac{\delta_i}{\lambda_i}. \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

У середині кожного із шарів температура змінюється згідно з (2.44), а для багат шарової стінки в цілому температурна крива являє собою ломану лінію (див. рис. 2.3).

## 2) Граничні умови третього роду (теплопередача)

Передача тепла від одного середовища (рідини чи газу), що рухається, до іншої через відокремлювальну їх однорідну чи багат шарову тверду стінку будь-якої форми називається **теплопередачею**. Відокремлювальна стінка може служити провідником теплоти (у цьому випадку вона виготовляється з матеріалу з високим коефіцієнтом теплопровідності) й ізолятором для зменшення витрат теплоти (виготовляється з матеріалу з гарними теплоізоляційними властивостями). Прикладом теплопередачі є передача теплоти з приміщення в навколишнє середовище.

Розглянемо теплопередачу через однорідну плоску стінку. Плоска однорідна стінка має товщину  $\delta$  (рис. 2.4) і коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$ . Навколишнє середовище має температури  $t_1$  і  $t_2$  і коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  відповідно. Поверхні стінки мають температури  $t_{cm1}$  і  $t_{cm2}$ . Теплопередача являє собою складний процес, який можна розглядати як суму трьох етапів.

Перший етап – тепловіддача від гарячого середовища з температурою  $t_1$  до стінки з температурою  $t_{cm1}$ . Цей процес описується рівнянням Ньютона-Ріхмана (див. рівняння (2.20))

$$q = \alpha_1 (t_1 - t_{\bar{n}\delta 1}). \quad (2.45)$$

Другий етап – теплопровідність через плоску стінку від поверхні з температурою  $t_{cm1}$  до поверхні з температурою  $t_{cm2}$  (див. рівняння (2.35)):

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}). \quad (2.46)$$

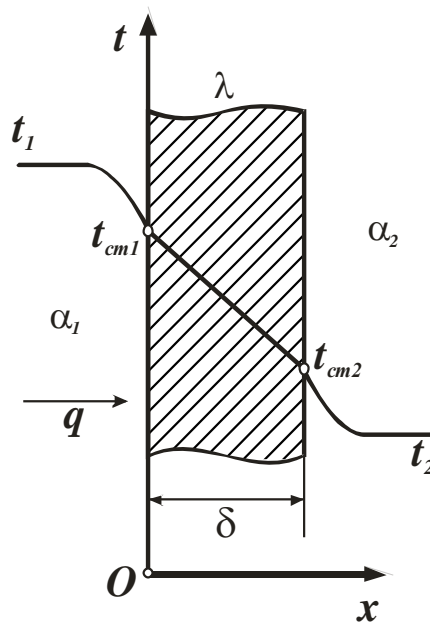


Рисунок 2.4 – Теплопередача через однорідну плоску стінку

Третій етап – тепловіддача від зовнішньої поверхні стінки з температурою  $t_{cm2}$  до холодного теплоносія з температурою  $t_2$ . Як і в першому етапі цей процес описується рівнянням Ньютона-Ріхмана

$$q = \alpha_2 (t_{\bar{n}\delta 2} - t_2). \quad (2.47)$$

Будемо вважати, що величини  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  є постійними і не змінюються вздовж поверхні. Це дозволяє розглядати зміну температури середовища і стінки тільки в напрямку, перпендикулярному площині стінки. Тоді рівняння (2.45)...(2.47) можна записати наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} q \frac{1}{\alpha_1} &= t_1 - t_{\bar{n}\delta 1}; \\ q \frac{\delta}{\lambda} &= t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2}; \\ q \frac{1}{\alpha_2} &= t_{\bar{n}\delta 2} - t_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Якщо скласти рівняння (2.48), то отримаємо:

$$q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = t_1 - t_2. \quad (2.49)$$

Тоді густина теплового потоку дорівнює

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.50)$$

Позначимо

$$\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k. \quad (2.51)$$

З урахуванням (2.51) рівняння (2.50) можна записати

$$q = k(t_1 - t_2). \quad (2.52)$$

Величина  $k$  має ту ж саму розмірність, що й  $\alpha$  (Вт/м<sup>2</sup>·К), і називається **коефіцієнтом теплопередачі**. Коефіцієнт теплопередачі характеризує інтенсивність передачі теплоти від одного середовища до іншого через відокремлювальну їх стінку і чисельно дорівнює кількості теплоти, що передається через одиницю поверхні стінки за одиницю часу при різниці температур між середовищами в один градус.

Аналіз рівняння (2.52) показує, що для **інтенсифікації теплопередачі** можна запропонувати наступні способи:

- підвищити коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ ;
- зменшити товщину стінки  $\delta$ , що відокремлює середовища;
- замінити матеріал стінки на матеріал з більшим коефіцієнтом теплопровідності.

Величина, зворотна коефіцієнту теплопередачі, називається повним термічним опором теплопередачі.

Повний термічний опір одношарової стінки дорівнює

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (2.53)$$

З рівняння (2.53) видно, що повний термічний опір складається з окремих термічних опорів  $1/\alpha_1$ ,  $\delta/\lambda$  і  $1/\alpha_2$ , причому  $1/\alpha_1 = R_{\alpha_1}$  – **термічний опір тепловіддачі** від гарячого середовища до поверхні стінки;  $\delta/\lambda = R_\lambda$  – **термічний опір теплопровідності** стінки або **внутрішній термічний опір**;  $1/\alpha_2 = R_{\alpha_2}$  – **термічний опір тепловіддачі**

від поверхні стінки до холодного середовища. Крім того суму  $1/\alpha_1 + 1/\alpha_2$  називають **зовнішнім термічним опором  $R_\alpha$** .

Розглянемо теплопередачу через багат шарову стінку (рис. 2.5). Загальне рівняння теплопередачі буде таким самим, як і для однорідної стінки – рівняння (2.52). Відмінність буде тільки у вираженні коефіцієнта теплопередачі. Для тришарової стінки (див. рис. 2.5) коефіцієнт теплопередачі дорівнює

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.54)$$

Якщо стінка складається з  $n$  шарів, то густина теплового потоку при теплопередачі через багат шарову стінку розраховується за рівнянням

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.55)$$

Порівняння рівнянь (2.50) і (2.55) показує, що рівняння (2.51) є окремим випадком рівняння (2.55).

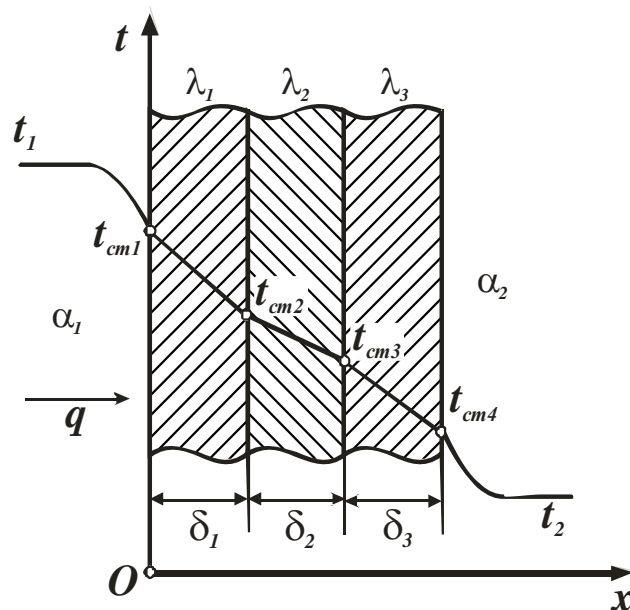


Рисунок 2.5 – Теплопередача через багат шарову плоску стінку

Оскільки загальний термічний опір складається з окремих термічних опорів, то очевидно, що у випадку багат шарової стінки

потрібно враховувати термічний опір кожного шару. Повний термічний опір теплопередачі через багат шарову стінку при цьому дорівнює:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (2.56)$$

Тепловий потік  $Q$  через поверхню площею  $F$  у випадку теплопередачі через плоску стінку дорівнює

$$Q = qF = k\Delta tF. \quad (2.57)$$

Температури поверхонь однорідної стінки можна знайти з рівнянь (2.48):

$$t_{\bar{n}\delta 1} = t_1 - q \frac{1}{\alpha_1}; \quad t_{\bar{n}\delta 2} = t_1 - q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} \right) \quad \text{або} \quad t_{\bar{n}\delta 2} = t_2 + q \frac{1}{\alpha_2}. \quad (2.58)$$

Порівняння рівнянь (2.43) і (2.55) показує, що рівняння (2.43) є окремим випадком рівняння (2.55), тобто що передача теплоти через багат шарову стінку при граничних умовах першого роду є окремим випадком більш загального випадку передачі теплоти при граничних умовах третього роду.

На підставі сказаного температура на межі будь-яких двох шарів  $i$  та  $i+1$  при граничних умовах третього роду може бути визначена за рівнянням

$$t_{\bar{n}\delta(i+1)} = t_1 - q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^i \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right). \quad (2.59)$$

#### 2.1.4.2 Передача теплоти через циліндричну стінку

##### 1) Граничні умови першого роду

Дуже часто теплоносії рухаються трубами, і потрібно розрахувати тепловий потік, який передається крізь циліндричну стінку труби.

Розглянемо стаціонарний процес теплопровідності в циліндричній стінці (трубі) із внутрішнім діаметром  $d_1$  і зовнішнім –  $d_2$  (рис. 2.6).

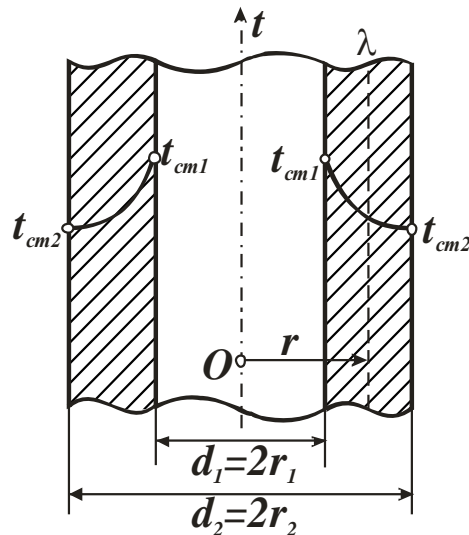


Рисунок 2.6 – Теплопровідність крізь однорідну циліндричну стінку

На поверхнях стінки задані постійні температури  $t_{cm1}$  і  $t_{cm2}$ . У заданому інтервалі температур коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки  $\lambda$  є величиною постійною. Температури на зовнішній і внутрішній поверхнях труби незмінні, ізотермічні поверхні є циліндричними, що мають із трубою загальну вісь, тобто температура змінюється тільки в радіальному напрямку, і температурне поле буде є одномірним.

Згідно із законом Фур'є кількість теплоти, що проходить крізь циліндричну поверхню радіуса  $r$  і довжиною  $l$  за одиницю часу виражається рівнянням

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda(2\pi r l) \frac{dt}{dr}. \quad (2.60)$$

Після розділення змінних отримаємо

$$dt = -\frac{Q}{2\pi l \lambda} \frac{dr}{r}. \quad (2.61)$$

Проінтегруємо останнє рівняння в межах від  $r_1$  до  $r_2$  і від  $t_1$  до  $t_2$  і отримаємо:

$$\int_{t_{\bar{n}\delta 1}}^{t_{\bar{n}\delta 2}} dt = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi l \lambda} \frac{dr}{r} = t_{\bar{n}\delta 2} - t_{\bar{n}\delta 1} = -\frac{Q}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (2.62)$$

Тоді



$$Q = \frac{2\pi l \lambda (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi l \lambda (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.63)$$

З рівняння (2.62) видно, що зміна температури при проходженні теплоти крізь циліндричну стінку має логарифмічний характер. Це можна пояснити наступним.

У випадку плоскої стінки питомий тепловий потік  $q$  залишається однаковим для всіх ізотермічних поверхонь. Тому градієнт температури має для всіх ізотермічних поверхонь постійну величину. У випадку циліндричної стінки густина теплового потоку через будь-яку ізотермічну поверхню залежить від радіуса. Згідно з рівнянням (2.63) густина теплового потоку розраховується за наступними рівняннями:

- тепловий потік крізь одиницю внутрішньої поверхні, (Вт/м<sup>2</sup>):

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{2\lambda (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (2.64)$$

- тепловий потік крізь одиницю зовнішньої поверхні, (Вт/м<sup>2</sup>):

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{2\lambda (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{d_2 \ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (2.65)$$

- тепловий потік, що проходить крізь одиницю довжини труби, (Вт/м):

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\pi (t_{\bar{n}\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.66)$$

Тепловий потік, який відноситься до одиниці довжини труби, має розмірність ват на метр і називається **лінійною густиною теплового потоку**. Як видно з рівняння (2.66), при незмінному відношенні  $d_2/d_1$  лінійна густина теплового потоку не залежить від поверхні циліндричної стінки. Густини теплового потоку  $q_1$  і  $q_2$  (які відносяться до внутрішньої і зовнішньої поверхонь) у випадку передачі тепла через трубу неоднакові, причому завжди  $q_1 > q_2$ . Останнє ясно видно з рівнянь (2.64) і (2.66).

З рівнянь (2.64), (2.65) і (2.66) легко встановити зв'язок між величинами  $q_1$ ,  $q_2$  і  $q_l$ :

$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2. \quad (2.67)$$

**Внутрішній термічний опір** циліндричної стінки розраховується за наступним рівнянням

$$R_\lambda = \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}. \quad (2.68)$$

Рівняння для визначення теплового потоку для багатошарової циліндричної стінки набуде наступного виду:

$$Q = \frac{\pi l (t_{c\delta 1} - t_{\bar{n}\delta 2})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \quad (2.69)$$

З рівняння для визначення густини теплового потоку (2.66) легко розрахувати температуру на межі любых двох шарів:

$$t_{\bar{n}\delta 2} = t_{\bar{n}\delta 1} - \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}, \quad (2.70)$$

$$t_{\bar{n}\delta 3} = t_{\bar{n}\delta 1} - \frac{q_l}{\pi} \left( \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} \right), \quad (2.71)$$

і для будь-якого шару

$$t_{\bar{n}\delta(i+1)} = t_{\bar{n}\delta 1} - \frac{q_l}{2\pi} \left( \sum_{i=1}^i \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right). \quad (2.72)$$

## 2) Граничні умови третього роду (теплопередача)

Розглянемо однорідну циліндричну стінку (трубу) з постійним коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda$ . Середовища, що рухаються, мають температури  $t_1$  і  $t_2$  і постійні значення коефіцієнтів тепловіддачі на внутрішній і зовнішній поверхнях труби  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  (рис. 2.7).

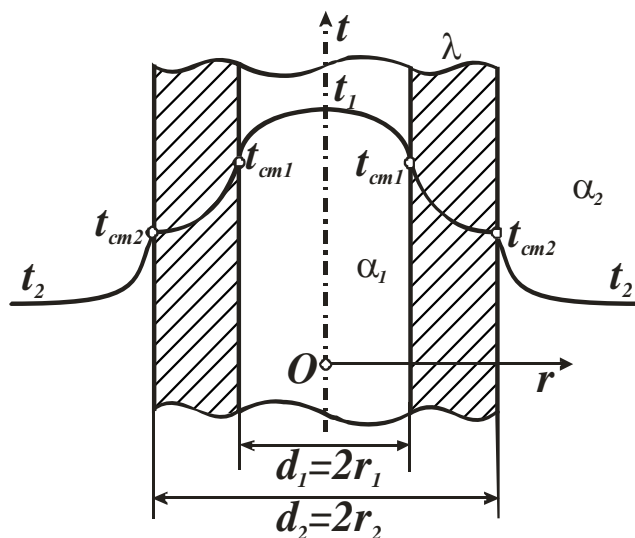


Рисунок 2.7 – Теплопередача через однорідну циліндричну стінку

Будемо вважати, що довжина труби значно більше в порівнянні з товщиною стінки. Тоді втратами тепла з торців труби можна знехтувати і при постійному тепловому режимі кількість теплоти, що буде передаватися від гарячого середовища до поверхні стінки, проходити крізь стінку і віддаватися від стінки до холодного середовища, буде однаковою. Отже, можна записати:

1) тепловий потік від гарячого середовища до внутрішньої поверхні стінки

$$Q = \alpha_1 \pi d_1 l (t_1 - t_{\text{н}01}); \quad (2.73)$$

2) тепловий потік через стінку труби за рахунок теплопровідності дорівнює

$$Q = \frac{2\pi l}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} (t_{\text{н}01} - t_{\text{н}02}); \quad (2.74)$$

3) тепловий потік від зовнішньої стінки до холодного середовища дорівнює

$$Q = \alpha_2 \pi \cdot d_2 l (t_{\text{н}02} - t_2). \quad (2.75)$$

Вирішимо рівняння (2.73)...(2.75) щодо різниці температур, а потім складемо ліві і праві частини:

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{\pi \cdot l} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right). \quad (2.76)$$

Визначимо звідси тепловий потік:

$$Q = \frac{\pi \cdot l \cdot (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \quad (2.77)$$

Введемо позначення

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (2.78)$$

де  $k_l$  – коефіцієнт теплопередачі для циліндричної стінки чи **лінійний коефіцієнт теплопередачі**, (Вт/(м К)).

У загальному випадку для багат шарової циліндричної стінки, що має  $n$  шарів,

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_n}}. \quad (2.79)$$

Числове значення лінійного коефіцієнта теплопередачі  $k_l$  дорівнює кількості теплоти, що проходить крізь 1м трубопроводу за одиницю часу від гарячого теплоносія до холодного при різниці температур між ними в 1 °С.

Тоді для теплового потоку можна записати наступне рівняння

$$Q = k_l \pi l (t_1 - t_2). \quad (2.80)$$

Величину, зворотну лінійному коефіцієнту теплопередачі, називають **загальним тепловим опором** циліндричної стінки:

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_n}. \quad (2.81)$$

Окремі складові повного термічного опору являють собою:

$1/\alpha_1 d_1$  і  $1/\alpha_2 d_2$  – теплові опори тепловіддачі на відповідних

поверхнях; позначимо їх відповідно  $R_{1\alpha 1}$  і  $R_{1\alpha 2}$ ;

$(1/2\lambda) \cdot \ln(d_2/d_1)$  – тепловий опір теплопровідності стінки; позначимо його через  $R_{\lambda}$ .

Слід зазначити, що лінійні термічні опори тепловіддачі для труби визначаються не тільки коефіцієнтами тепловіддачі  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , а і відповідними діаметрами.

Якщо тепловий потік через циліндричну стінку віднести до внутрішньої чи зовнішньої поверхні стінки, то одержимо густину теплового потоку, яка відноситься до одиниці відповідної поверхні труби:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{k_1}{d_1} (t_1 - t_2) \quad \text{або} \quad q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{k_2}{d_2} (t_1 - t_2). \quad (2.82)$$

і

$$q_1 = k_1 (t_1 - t_2), \quad q_2 = k_2 (t_1 - t_2), \quad (2.83)$$

де  $k_1 = k/d_1$  і  $k_2 = k/d_2$ .

Останні співвідношення встановлюють зв'язок між коефіцієнтом теплопередачі при віднесенні теплового потоку до одиниці довжини циліндричної стінки і до одиниці поверхні:

$$k_1 = k_1 d_1 = k_2 d_2. \quad (2.84)$$

Слід зазначити, що  $k_1$  вимірюється у ватах на метр-кельвін (Вт/(м·К)).

#### 2.1.4.3 Критичний діаметр циліндричної стінки

Розглянемо вплив зміни зовнішнього діаметра на термічний опір однорідної циліндричної стінки. Згідно з рівнянням (2.81) маємо:

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \quad (2.85)$$

При постійних значеннях  $\alpha_1$ ,  $d_1$ ,  $\lambda$  і  $\alpha_2$  повний термічний опір теплопередачі циліндричної стінки буде залежати тільки від зовнішнього діаметра  $d_2$ . З рівняння (2.81) випливає, що при цих умовах можна прийняти, що  $1/\alpha_1 d_1 = R_{1\alpha 1} = \text{const}$ .

Тепловий опір теплопровідності  $(1/2\lambda) \cdot \ln(d_2/d_1) = R_{l\lambda}$  зі збільшенням  $d_2$  буде збільшуватися, а тепловий опір тепловіддачі  $1/\alpha_2 d_2 = R_{l\alpha_2}$  буде зменшуватися. Вочевидь, що повний термічний опір буде визначатися характером зміни складових  $R_{l\lambda}$  і  $R_{l\alpha_2}$ . Зміну окремих термічних опорів наведено на рисунку 2.8.

Для того, щоб з'ясувати, як буде змінюватися величина  $R_l$  при збільшенні товщини циліндричної стінки, досліджуємо  $R_l$  як функцію  $d_2$ . Візьмемо похідну від  $R_l$  до  $d_2$  і дорівнюємо нулю:

$$\frac{d(R_l)}{d(d_2)} = \frac{1}{2\lambda d_2} - \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} = 0. \quad (2.86)$$

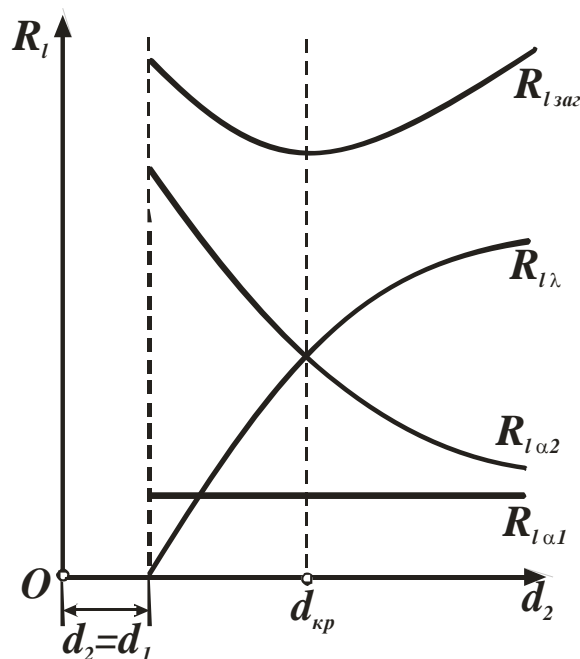


Рисунок 2.8 – Залежність термічного опору стінки від  $d_2$

Значення  $d_2$  з останнього вираження відповідає екстремальній точці кривої  $R_l = f(d_2)$ . Дослідження цієї кривої кожним з відомих способів на знаходження максимуму або мінімуму показують, що в екстремальній точці знаходиться мінімум. Таким чином, при значенні діаметра  $d_2 = 2\lambda/\alpha_2$  термічний опір теплопередачі буде мінімальним.

Значення зовнішнього діаметра труби, що відповідає мінімальному повному термічному опору теплопередачі, називається **критичним діаметром** і позначається  $d_{кр}$ . Розраховується критичний діаметр за рівнянням

$$d_{\text{крит}} = \frac{2\lambda_{\text{из}}}{\alpha_2}. \quad (2.87)$$

Якщо  $d_2 < d_{\text{крит}}$ , то зі збільшенням  $d_2$  повний термічний опір теплопередачі падає, тому що збільшення зовнішньої поверхні має на термічний опір більший вплив, ніж збільшення товщини стінки.

Якщо  $d_2 > d_{\text{крит}}$ , то зі збільшенням  $d_2$  термічний опір теплопередачі збільшується, що вказує на домінуючий вплив товщини стінки.

Наведені залежності необхідно враховувати при виборі теплової ізоляції для покриття різних циліндричних апаратів і трубопроводів.

Розглянемо критичний діаметр ізоляції труби (рис. 2.9). Термічний опір теплопередачі для такої труби дорівнює:

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{н}} \delta} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{из}} \delta} \cdot \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}. \quad (2.88)$$

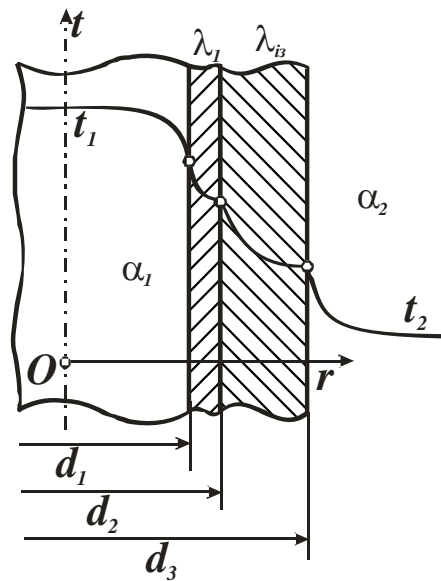


Рисунок 2.9 – До визначення критичного діаметра ізоляції

З рівняння  $q_l = n \Delta t / R_l$  випливає, що  $q_l$  при збільшенні зовнішнього діаметра ізоляції  $d_3$  спочатку буде збільшуватися і при  $d_3 = d_{\text{крит}}$  буде мати максимум  $q_l$ . При подальшому збільшенні зовнішнього діаметра ізоляції  $q_l$  буде зменшуватися (рис. 2.10).

При виборі теплоізоляційного матеріалу для покриття циліндричної поверхні, насамперед, потрібно розрахувати критичний діаметр за рівнянням (2.87) за заданими  $\lambda_{\text{из}}$  і  $\alpha_2$ .

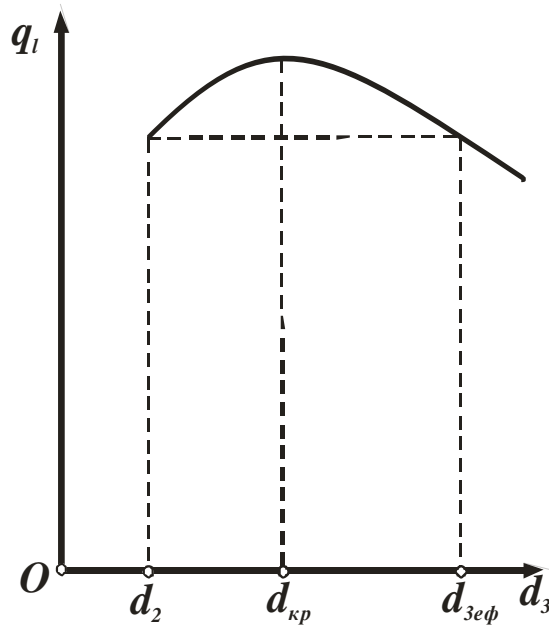


Рисунок 2.10 – Залежність теплових витрат від товщини ізоляції циліндричної труби

Якщо виявиться, що величина  $d_{кр}$  більше зовнішнього діаметра труби  $d_2$ , то застосування обраного матеріалу в якості теплової ізоляції недоцільно. В області  $d_2 < d_3 < d_{кр.із}$  при збільшенні товщини ізоляції буде спостерігатися збільшення тепловитрат. Це положення наочно ілюструється на рисунку 2.10. Тільки при  $d_3 = d_{эф}$  теплові витрати знову стануть такими ж, як для неізольованого трубопроводу. Отже, деякий шар теплової ізоляції не буде виправдувати свого призначення.

Таким чином, для ефективної роботи теплової ізоляції необхідно, щоб  $d_{кр} \leq d_2$ .

Наприклад, трубу зовнішнім діаметром  $d=20$  мм необхідно покрити тепловою ізоляцією. В якості ізоляції можна використати азбест з коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda=0,1$  Вт/(м·К), коефіцієнт тепловіддачі до зовнішнього середовища  $\alpha_2=5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К). Чи доцільно в даному випадку використовувати азбест як матеріал для теплової ізоляції?

Критичний діаметр ізоляції дорівнює:

$$d_{ед.з} = \frac{2\lambda_{з}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,1}{5} = 0,04 \text{ м} = 40 \text{ мм} .$$

Так як  $d_2 < d_{кр.із}$ , азбест у даному випадку використовувати недоцільно.



## 2.1.5 Нестационарна теплопровідність

### 2.1.5.1 Загальні положення

На відміну від стаціонарного режимі температурне поле при нестационарному режимі змінюється з часом. Кількість теплоти, що передається при нестационарному режимі також змінюється, і тому нестационарний тепловий процес завжди пов'язаний з явищами нагрівання чи охолодження тіл.

З розрахунками нагрівання і охолодження тіл часто доводиться мати справу в різних галузях техніки. Ця задача зустрічається, наприклад, при нагріванні чи охолодженні стін приміщення, що обумовлено нерівномірністю роботи систем опалення, при тепловій обробці різного роду матеріалів і виробів у нагрівальних печах. У цьому випадку основним робочим режимом є нестационарний, при котрому визначають час, який необхідно затратити для прогріву матеріалу до необхідної температури, чи температуру, до якої виріб нагрівається протягом відомого проміжку часу. У промисловості нестационарний теплообмін фактично супроводжує всі процеси, які пов'язані з нагріванням чи охолодженням матеріалів і виробів, а також процеси, що відбуваються при прогріванні огорожень під час пуску теплових установок, при акумулюванні теплоти обмуровуванням періодичних печей, подачі вагонеток тунельних печей і т. ін. У тунельних печах, призначених для термічної обробки масової продукції, вироби, які випалюються, встановлюють на вагонетки, що переміщуються уздовж печі і стикаються з газами різної температури.

Задача про поширення теплоти в умовах нестационарного режиму в загальному випадку не може бути вирішена аналітичним шляхом внаслідок її великої складності. Тобто неможливо знайти функцію  $t=f(x,y,z,\tau)$ , що одночасно задовольняла б як диференціальному рівнянню теплопровідності, так і відповідним умовам однозначності. Дійсно, у загальному випадку рух теплоти в тілі може відбуватися за всіма трьома координатними осями, і диференціальне рівняння теплопровідності (2.11) має вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = a \nabla^2 t. \quad (2.89)$$

Для рішення цього рівняння потрібно знайти постійні інтегрування, а для цього необхідно знати граничні умови даної задачі. Ці умови поділяються на часові і просторові (граничні). Часові крайові умови передбачають початковий розподіл температури в тілі і відносяться до моменту часу  $\tau=0$ . Просторові крайові умови відносяться до поверхонь, які обмежують середовище, що розглядається. Ці умови можуть бути задані наступним чином:

1) задаються розподіл температури на поверхні тіла і її зміна в часі. На практиці це зустрічається рідко;

2) задаються величина теплового потоку, що проходить крізь поверхню, і його зміни в часі. Відповідно до закону Фур'є  $q = -\lambda \frac{dt}{dn}$ , а це означає, що відомо кут нахилу дотичної прямої до температурної кривої в точці її перетинання з поверхнею. Температура поверхні тіла виявляється невідомою;

3) задаються температура  $t_0$  середовища, що оточує поверхню тіла, і коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  між середовищем і поверхнею. Цей спосіб є найбільш розповсюджений на практиці. Математично він записується формулою, яку можна одержати з порівняння законів Фур'є (2.6) і Ньютона-Ріхмана (2.20):

$$q = -\lambda_{\bar{n}\bar{\delta}} \frac{dt}{dn} \quad \text{і} \quad q = \alpha(t_{\bar{n}\bar{\delta}} - t_0).$$

Тоді можна записати

$$-\frac{dt}{dn} = \frac{\alpha}{\lambda_{\bar{n}\bar{\delta}}}(t_{\bar{n}\bar{\delta}} - t_0). \quad (2.90)$$

Якщо рівняння (2.90) записати у формі

$$-\frac{dt}{dn} = \frac{(t_{\bar{n}\bar{\delta}} - t_0)}{\frac{\lambda_{\bar{n}\bar{\delta}}}{\alpha}} = \frac{\Delta t}{\frac{\lambda_{\bar{n}\bar{\delta}}}{\alpha}}, \quad (2.91)$$

то можна побачити, що третя умова визначає місце розташування точки, крізь яку повинні проходити всі дотичні до кривих, що відображають закономірність зміни температур на поверхні тіла в часі. Ця точка розташована на відстані  $\lambda_{cm}/\alpha$  від поверхні тіла і називається **напрямною**.

У результаті рішення рівняння (2.89) повинна бути знайдена така функція, що одночасно задовольняла б цьому рівнянню і крайовим умовам. Розв'язання рівняння знаходиться за допомогою рядів Фур'є. Для різних крайових умов результати виходять різними, але методологія розв'язання в основному однакова.

Аналітичне розв'язання диференціального рівняння теплопровідності (2.89) можливо лише для деяких окремих задач при ряді спрощень. Зокрема, із задач, що мають найбільше практичне значення, є розв'язання для необмеженої плоскої стінки, круглого циліндра нескінченної довжини і кулі. Для технічних цілей у більшості випадків можна обмежитися розглядом перебігу процесу лише в одному напрямку  $x$ . У цьому випадку загальне розв'язання таке:

- для плоскої стінки

$$t = bx + c + \sum_{n=1}^{\infty} A_n (\cos m_n x + p_n \sin m_n x) e^{-am_n^2 \tau}, \quad (2.92)$$

- для циліндричної стінки

$$t = b \ln r + c + \sum_{n=0}^{\infty} A_n [J_0(m_n r) + p_n Y_0(m_n r)] e^{-am_n^2 \tau}, \quad (2.93)$$

де  $J_0$  і  $Y_0$  – функції Бесселя першого і другого роду нульового порядку.

Сталі  $b$  і  $c$  визначаються з умов стаціонарності режиму (при  $\tau = \infty$ ),  $p_n$  і  $m_n$  – з граничних умов, а  $A_n$  – з початкових (при  $\tau = 0$ ) умов.

Так як докладний виклад розв'язань є досить складним, ми обмежимося розглядом лише кінцевих результатів розв'язання для плити і циліндра у випадку раптової зміни температури середовища. З рівнянь (2.92) і (2.93) випливає, що розподіл температури залежить від великої кількості параметрів. Однак при більш глибокому аналізі рішень виявляється, що ці величини можна згрупувати в три безрозмірні величини:

$$a\tau/l^2; a/l\lambda_{cm}; x/l,$$

де  $l$  – характерний розмір тіла. Якщо прийняти, що  $l$  дорівнює товщині стінки  $l = \delta$ , то ці відношення можна записати у виді:

$$\alpha\tau/\delta^2 = Fo - \text{число Фур'є}; \quad (2.94)$$

$$\alpha\delta/\lambda_{cm} = Bi - \text{число Біо}; \quad (2.95)$$

$$x/\delta = X. \quad (2.96)$$

Величина  $X=x/\delta$  є безрозмірною координатою. Величини  $Fo$  і  $Bi$  є числами або критеріями подоби, вони виходять з рівнянь (2.89) і (2.90). Число Фур'є називають безрозмірним часом, воно характеризує нестационарність режиму. Число Біо характеризує відношення термічного опору теплопровідності стінки  $\delta/\lambda_{cm}$  (див. підрозділ 2.1.4.1) до термічного опору тепловіддачі  $1/\alpha$  (див. підрозділ 2.1.4.1).

Критерій Біо  $Bi$  являється кількісною мірою інтенсивності тепловіддачі з поверхні тіла  $\alpha$  в порівнянні з інтенсивністю переходу теплоти зсередини тіла до його поверхні (теплова провідність стінки  $\lambda/\delta$ ).

Величина критерію Біо має велике значення при розв'язанні будь-якої задачі теорії теплопровідності. Дійсно, якщо  $Bi \ll 1$ , то або мала тепловіддача з поверхні тіла, або велика теплова провідність стінки. В обох випадках це означає, що температурний перепад всередині стінки малий, і по всьому перерізу тіла температура може бути прийнята однаковою. Природно, що таке допущення значне спрощує розв'язання задачі нестационарної теплопровідності. При значенні критерію  $Bi \gg 1$  виникає положення, протилежне попередньому, і згідно з рівнянням (2.95) можна стверджувати, що температура поверхні тіла стає практично рівною температурі навколишнього середовища (різниця  $t-t_{cep}$  є дуже малою), і весь процес в основному обумовлено явищем теплопровідності. Проміжний випадок, коли  $Bi \approx 1$ , є найбільш складним, тому спростити рішення задачі в даному випадку не вдається.

При розгляді процесів нестационарної теплопровідності вводять таке поняття як надлишкова температура  $\mathcal{G}$ , яка дорівнює різниці температури тіла і навколишнього середовища:

$$\text{в початковий момент часу} \quad \mathcal{G}_0 = t_0 - t_{cep},$$

$$\text{через деякий час } \tau \quad \mathcal{G} = t - t_{cep},$$

де  $t_0$  і  $t$  – температура стінки у початковий час і через деякий час  $\tau$ ,

$t_{cep}$  – температура середовища.

Відношення  $\mathcal{G}/\mathcal{G}_0$  називають безрозмірною температурою і позначають  $\theta$ , тобто

$$\theta = \mathcal{G}/\mathcal{G}_0 = (t - t_{cep}) / (t_0 - t_{cep}). \quad (2.97)$$

Тоді рівняння (2.92) і (2.93) у виді безрозмірної температури  $\theta$  для деякої точки стінки, положення якої визначається безрозмірною координатою  $X$ , можуть бути подані у виді залежності

$$\theta = \Phi(Bi, Fo, X). \quad (2.98)$$

Для прискорення розрахунків з визначення температур стінки при її нагріванні чи охолодженні на практиці користуються звичайно графоаналітичним методом, сутність якого полягає у використанні рівняння (2.98).

Значення функції  $\theta$  в залежності від критеріїв  $Bi$  і  $Fo$  визначають графічним шляхом, для чого попередньо варто знайти лише числові значення цих критеріїв. Графіки зазвичай охоплюють широкий діапазон зміни критеріїв  $Bi$  і  $Fo$ , тому за їх допомогою можна розрахувати практично всі можливі випадки охолодження чи нагріву.

#### 2.1.5.2 Нагрівання і охолодження плоскої стінки

Розглянемо пластину товщиною  $2\delta$ . Якщо товщина пластини мала у порівнянні з довжиною і шириною, то її можна вважати необмеженою (рис. 2.11).

У початковий момент ( $\tau=0$ ) температура у пластині розподілена рівномірно і дорівнює  $t=t_0=\text{const}$ . Зміна температури відбувається тільки в одному напрямку  $x$ , тобто у просторі задача є одновимірною і диференціальне рівняння (2.89) набуває виду

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right). \quad (2.99)$$

Охолодження пластини відбувається в середовищі з постійною температурою  $t_{cep}=\text{const}$ . На обох поверхнях відвід тепла здійснюється при однаковому коефіцієнті тепловіддачі  $\alpha=\text{const}$  у всьому проміжку часу.

Відлік температури пластини для будь-якого часу будемо вести від температури навколишнього середовища, тобто надлишкова температура  $\vartheta = t - t_{\text{сеп}}$ .

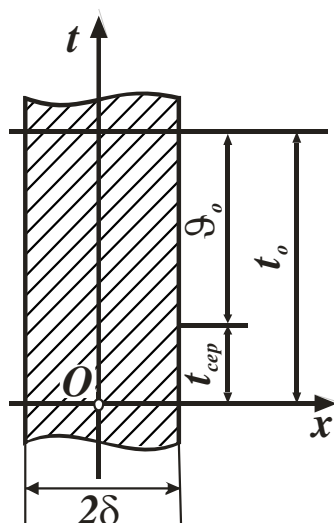


Рисунок 2.11 – Охолодження пластини при нестационарному режимі

Диференціальне рівняння (2.99) для надлишкової температури  $\vartheta$  набуде виду

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \right). \quad (2.100)$$

Початкові умови визначаються наступним чином

$$\text{при } \tau=0 \quad \vartheta = \vartheta_0 = t_0 - t_{\text{сеп}}. \quad (2.101)$$

При заданих умовах охолодження задача стає симетричною і початок координат зручно помістити на осі пластини, як показано на рисунку 2.11. При цьому граничні умови на осі і на поверхні пластини запишуться наступним чином:

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } \text{іà } \text{îñ}^3 \text{ іëàñðèèè} \quad \text{іðè } \delta = 0 \quad \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \\ \text{á) } \text{іà } \text{îâáððîí}^3 \text{ іëàñðèèè} \quad \text{іðè } \delta = \delta \quad \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)_{x=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_{x=\delta} \end{array} \right\}. \quad (2.102)$$

При розв'язанні технічних задач у більшості випадків достатньо

знати температуру на поверхні  $\vartheta_n$  і в середньої площини стінки  $\vartheta_u$ . У цьому випадку рівняння (2.98) спрощується, тому що аргумент  $X$  стає постійним числом (*при  $x = 0$   $X = 0$  і при  $x = \delta$   $X = 1$* ). Отже, можна записати:

$$\theta_n = \Phi_n(Bi, Fo). \quad (2.103)$$

$$\theta_u = \Phi_u(Bi, Fo). \quad (2.104)$$

де  $\theta_n$  – безрозмірна температура на поверхні стінки  $\theta_n = \vartheta_n / \vartheta_0$ ;

$\theta_u$  – безрозмірна температура в середньої площини стінки  $\theta_u = \vartheta_u / \vartheta_0$ .

Крім розподілу температур часто потрібно знати кількість теплоти, яка передається за час  $\tau$  –  $Q_\tau$ . Відношення  $Q_\tau$  до теплоти  $Q_{нов}$ , що може бути віддана (чи сприйнята) тілом за час повного охолодження (нагрівання), також є функцією тільки двох чисел подоби  $Bi$  і  $Fo$ :

$$Q_\tau / Q_{нов} = \Phi_n(Bi, Fo). \quad (2.105)$$

Залежності (2.103), (2.104) і (2.105) наведено відповідно на рисунках *K.1*, *K.2* і *K.5* додатка *K* у виді графіків. При визначенні необхідних величин необхідно спочатку розрахувати значення чисел подоби

$$Bi = \alpha \delta / \lambda_{cm} \text{ і } Fo = \alpha \tau / \delta^2,$$

за допомогою яких з графіків визначаються  $\theta_n$ ,  $\theta_u$  і  $Q_\tau / Q_{нов}$ .

Так як  $\vartheta_0$  і  $Q_{нов}$  відомі, то можна легко розрахувати значення  $\vartheta_n$ ,  $\vartheta_u$  і  $Q_\tau$ .  $\vartheta_n$  і  $\vartheta_u$  розраховуються за допомогою рівняння (2.97), а величина  $Q_{нов}$  розраховується за рівнянням

$$Q_{нов} = C\rho \vartheta_0 \delta F, \quad (2.106)$$

де  $C$  – теплоємність матеріалу стінки;

$\rho$  – густина матеріалу стінки;

$F$  – площа бічної поверхні стінки. **Од. вим.?**

За цими даними можна приблизно побудувати всю криву розподілу температури в тілі, користаючись тим, що напрямок дотичних до цієї кривої відомий у трьох точках (рис. 2.12).

Дійсно, із точок  $x = \pm\delta$  дотичні проходять через напрямні точки  $O$  і  $O_1$ , які розташовані на відстані  $\pm\lambda_{cm}/\alpha$  від стінки. У точці  $x = 0$  дотична є горизонтальною через симетрію температурної кривої ( $\partial\vartheta/\partial x = 0$ ). Таким чином, можна побудувати криву розподілу температури в тілі для будь-якого моменту часу  $\tau$ .

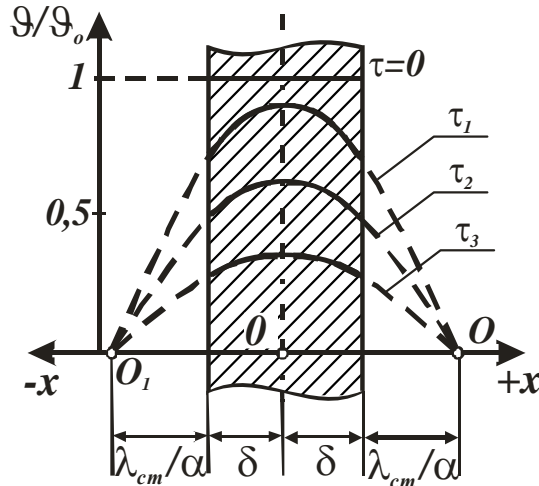


Рисунок 2.12 – Зміна температурного поля при охолодженні необмеженої плоскої стінки

Усередині стінки лінії зміни температур розташовуються симетрично. Характер цих кривих показує, що найбільш інтенсивно процес зміни температури стінки відбувається в початковий період охолодження, протягом якого стінка втрачає найбільшу кількість тепла через великий температурний напір. Зміна температури всередині стінки відстає від зміни температури на її поверхні, причому це відставання тим значніше, чим більше критерій Біо  $Bi$ , коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  і чим товща стінка.

Абсолютні значення температур тіла на поверхні й у площини симетрії для будь-якого моменту часу визначаються з наступних співвідношень:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\vartheta_{\bar{i}}}{\vartheta_o} &= \frac{t_{\bar{i}} - t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}}}{t_o - t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}}} \\ \frac{\vartheta_{\bar{o}}}{\vartheta_o} &= \frac{t_{\bar{o}} - t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}}}{t_o - t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}}} \end{aligned} \right\}, \quad (2.107)$$

де  $t_o$  – температура стінки у початковий час  $\tau=0$ ;



$t_{сер}$  – температура середовища;

$t_n$  – температура поверхні стінки через деякий час  $\tau$ ;

$t_u$  – температура у площини симетрії, тобто всередині стінки через деякий час  $\tau$ .

Наведені дані можна застосовувати як для охолодження так і нагрівання, а також для двостороннього і однобічного процесів. В останньому випадку  $\delta$  буде означати повну товщину стінки.

Задача визначення часу, необхідного для прогріву тіла до заданої температури, також просто вирішується графічним методом. Для цього спочатку потрібно розрахувати значення критерію Біо  $Bi$  за відомою температурою на поверхні чи всередині тіла, знайти відношення  $\vartheta_n/\vartheta_o$  або  $\vartheta_u/\vartheta_o$  і за допомогою відповідного графіка (див. рис. *K.1, K.2* додатка *K*) визначити числове значення критерію Фур'є  $Fo$ , а за ним – і необхідний час  $\tau$ .

### 2.1.5.3 Нагрівання і охолодження циліндра

Для нескінченно довгого циліндра (стрижня) з радіусом  $R$  диференціальне рівняння теплопровідності має наступний вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right). \quad (2.108)$$

Початкові умови

$$\text{при } \tau=0 \quad \vartheta = \vartheta_o = t_o - t_{сер}. \quad (2.109)$$

Граничні умови на осі і на поверхні циліндра:

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } \text{іà } \text{ĩñ}^3 \text{ òèè}^3\text{üäð} \quad \text{ïðè } r=0 \quad \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \\ \text{á) } \text{іà } \text{ĩãäðõí}^3 \text{ òèè}^3\text{üäð} \quad \text{ïðè } r=R \quad \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)_{r=R} = -\frac{\alpha}{\lambda} \vartheta_{r=R} \end{array} \right\}. \quad (2.110)$$

Розв'язання диференціального рівняння (2.108) відносно  $\vartheta_n/\vartheta_o$ ,  $\vartheta_u/\vartheta_o$  і відношення  $Q_\tau/Q_{нов}$  також є функціями тільки двох чисел подоби:

$Bi = \alpha R / \lambda_{cm}$  і  $Fo = \alpha \tau / R^2$ . Ці залежності у виді графіків наведено відповідно на рисунках *К.3*, *К.4* і *К.6* додатка *К*.

Температури циліндра на поверхні і на осі для будь-якого моменту часу визначаються аналогічно плоскій стінці за рівняннями (2.107).

Величина  $Q_{нов}$  для ділянки циліндра довжиною  $l$  дорівнює

$$Q_{нов} = \pi R^2 C \rho \vartheta_0 l, \quad (2.111)$$

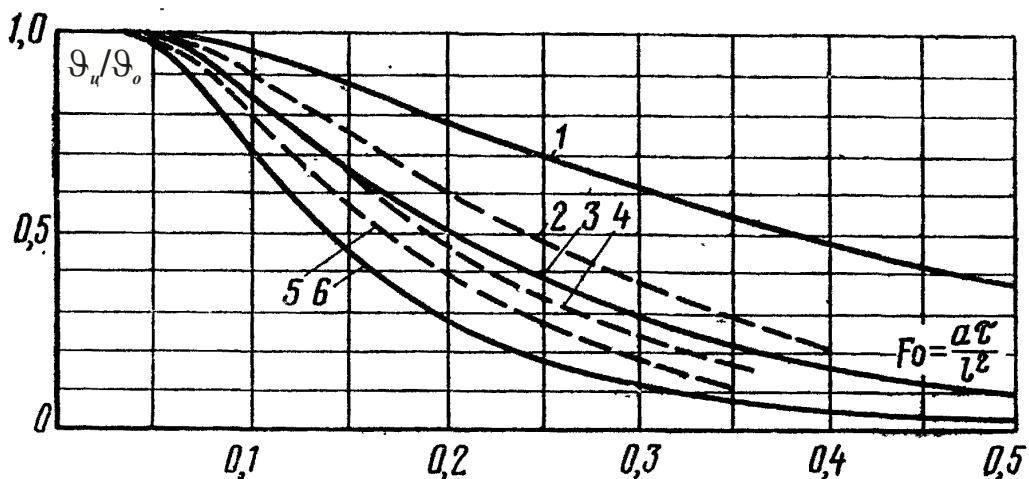
де  $C$  – теплоємність матеріалу циліндру;

$\rho$  – густина матеріалу циліндру.

Визначення часу, необхідного для прогріву тіла до заданої температури, проводиться так само, як і для необмеженої плоскої стінки.

#### 2.1.5.4 Залежність процесу поширення теплоти від форми і розмірів тіла

Швидкість протікання процесу поширення теплоти для будь-якого тіла тим більше, чим більше відношення площі його поверхні до об'єму. У цьому легко переконатися, якщо для тіл різної форми порівняти значення  $\vartheta_u$  при однакових значеннях  $Fo$ . Таке порівняння наведено на рисунку 2.13, де для різних тіл дано залежності  $\vartheta_u / \vartheta_0 = \Phi(Fo)$  при  $Bi \rightarrow \infty$ .



3 - циліндр нескінченної довжини; 4 - куб;

5 - циліндр, довжина якого дорівнює діаметру; 6 - куля

Рисунок 2.13 – Залежність  $\vartheta_u / \vartheta_0 = \Phi(Fo)$  для тіл різної форми при  $Bi \rightarrow \infty$

З рисунка 2.13 видно, що для куль швидкість процесу більше, ніж для будь-яких інших тіл. Для циліндричних і призматичних тіл швидкість процесу великою мірою залежить від їх довжини. Чим менше довжина, тим більше швидкість.

Короткі циліндри, прямокутні призми і паралелепіеди можна розглядати відповідно як тіла, які утворені перетином взаємно перпендикулярних циліндра і пластини, двох пластин і трьох пластин необмежених розмірів, але кінцевої товщини. Для циліндра кінцевої довжини товщина пластини  $2\delta$  береться рівною довжині циліндра  $l$ . Відносна (безрозмірна) температура  $\vartheta/\vartheta_0$  для будь-якої точки циліндра дорівнює добутку відносних температур цієї точки, отриманих для нескінченно довгого циліндра і пластини необмеженої довжини.

Цей метод перемножування відносних температур можна застосовувати також для прямокутних призм і паралелепіедів. Наприклад, відносна температура на поверхні середини довжини циліндра дорівнює добутку відносної температури поверхні нескінченно довгого циліндра  $\vartheta_n/\vartheta_0$  на відносну температуру всередині необмеженої пластини  $\vartheta_{ц}/\vartheta_0$ ; так само відносна температура на осі всередині циліндра дорівнює добутку відносної температури осі  $\vartheta_{ц}/\vartheta_0$  нескінченного циліндру на відносну температуру осі  $\vartheta_{ц}/\vartheta_0$  необмеженої пластини.

### 2.1.6 Питання для самоконтролю

- 1 Сформулюйте основні положення теплопровідності.
- 2 Дайте фізичне і математичне тлумачення температурного поля.
- 3 Що таке градієнт температури, його фізичний зміст?
- 4 Як формулюється основний закон теплопровідності Фур'є?
- 5 Що таке густина теплового потоку?
- 6 Дайте визначення фізичним властивостям коефіцієнта теплопровідності?
- 7 Запишіть формулу диференціального рівняння теплопровідності.
- 8 Сформулюйте умови однозначності для процесів теплопровідності.
- 9 Дайте пояснення фізичної суті граничних умов для процесів теплопровідності.

10 Дайте визначення поняття «теплової провідності стінки» та «термічний опір стінки».

11 Запишіть рівняння теплового потоку для плоскої одношарової і багатошарової стінки при граничних умовах першого роду.

12 Запишіть рівняння теплового потоку для циліндричної одношарової та багатошарової стінки при граничних умовах першого роду.

13 Запишіть рівняння теплового потоку для плоскої одношарової і багатошарової стінки при граничних умовах третього роду.

14 Запишіть рівняння теплового потоку для циліндричної одношарової та багатошарової стінки при граничних умовах третього роду.

15 Сформулюйте, що таке нестационарне температурне поле, наведіть приклади нестационарних процесів теплопровідності.

## 2.2 Конвективний теплообмін

### 2.2.1 Загальні положення

**Конвективним теплообміном** називається процес переносу теплоти між поверхнею твердого тіла і рідким середовищем або газом, при якому перенос теплоти здійснюється одночасною шляхом теплопровідності і конвекції. З іншого боку цей процес також називають **тепловіддачею**.

Конвективний теплообмін характерний для більшості процесів теплової обробки різних матеріалом і виробів, які пов'язані з проходженням газів через шар матеріалу, через садку виробів, над рівнями рідин при сушінні та ін.

Явище теплопровідності в рідинах і газах, так само як і у твердих тілах, цілком визначається коефіцієнтом теплопровідності і градієнтом температури (див. підрозділ 2.1). Інакшою є справа з явищем конвекції, яка являється другим елементарним видом поширення теплоти. Цей процес переносу теплоти нерозривно зв'язаний з переносом самого середовища. Тому конвекція можлива лише в рідинах і газах, частки яких можуть легко переміщатися.

Інтенсивність конвективного теплообміну характеризується коефіцієнтом тепловіддачі  $\alpha$ , який визначається за рівнянням Ньютона-Ріхмана (2.20)

$$q = \alpha (t_{cm} - t_{cep}).$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/м<sup>2</sup> К.

Відповідно до цього закону густина теплового потоку  $q$  пропорційна різниці температур стінки і середовища. У процесі тепловіддачі, незалежно від напрямлення теплового потоку (від стінки до середовища або навпаки), його значення прийнято вважати позитивним. Тому різницю температур  $t-t$  завжди беруть за абсолютною величиною, тобто просто з більшого значення температури віднімають менше.

Коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  дорівнює кількості теплоти, що віддається за одиницю часу одиницею поверхні при різниці температур між поверхнею і середовищем в один градус. У загальному випадку коефіцієнт тепловіддачі може змінюватися уздовж поверхні теплообміну, і тому розрізняють *середній* за поверхнею коефіцієнт тепловіддачі і *місцевий (локальний)* коефіцієнт тепловіддачі, що відповідає одиничному елементу поверхні.

Фактори, що впливають на процес тепловіддачі, і відповідно на коефіцієнт тепловіддачі умовно можна поділити на наступні групи.

**1) Природа виникнення руху середовища (рідини чи газу) уздовж стінки.** У залежності від причин, які сприяють руху рідини, розрізняють два види руху – *вільний (природний)* і *вимушений*. Вільний рух виникає за рахунок піднімальної сили, яка обумовлена різницею густин холодних і нагрітих часток рідини. Інтенсивність вільного руху залежить від виду рідини, різниці температур між окремими її частками і об'єму простору, у якому протікає процес.

Вимушений рух рідини (газу), чи вимушена конвекція, обумовлена роботою зовнішніх агрегатів (насосу, вентилятору та ін.). Сила, яка рухає при цьому виді конвекції, виникає внаслідок різниці тисків, що виникають на вході і виході з каналу, яким переміщується рідина (газ). Якщо швидкість вимушеного руху невелика і є різниця температур між окремими частками рідини (газу), то поряд з вимушеним рухом може спостерігатися і вільний рух.

**2) Режим руху рідини.** Рух рідини (газу) може мати *ламінальний* чи *турбулентний* характер. У першому випадку (ламінальний рух) частки рідини у формі окремих струменів, що не змішуються, рухаються вздовж каналу або стінки, і профіль швидкостей на достатньому віддаленні від початку труби має вид правильної параболи. Подібний розподіл постійних швидкостей обумовлено наявністю сил внутрішнього тертя (в'язкості) між частками рідини (газу). При цьому максимальна швидкість руху часток

рідини (газу), що переміщуються віссю труби, у 2 рази більше середньої швидкості їх руху, яку можна одержати в результаті ділення секундного об'єму рідини (газу) на площу поперечного перерізу труби (рис. 2.14, а).

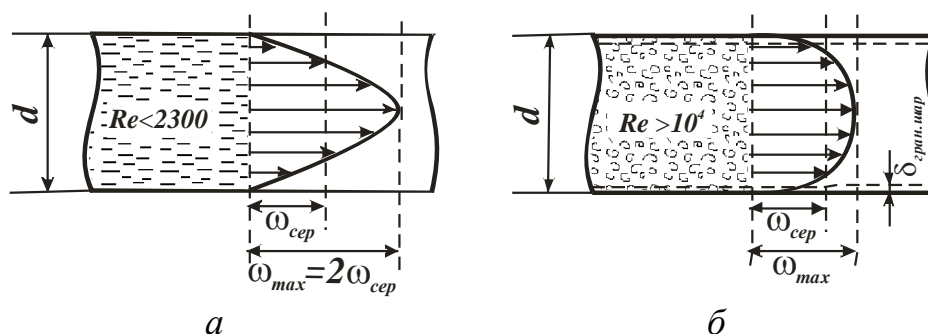


Рисунок 2.14 – Розподіл швидкостей за перерізом труби при ламінарному (а) і турбулентному (б) режимах

Турбулентний режим руху характеризується мінливістю швидкості руху часток рідини в точці простору, що розглядається. Через безупинне перемішування рідини в ній не можна зазначити окремі струмені, і такий рух лише умовно можна називати стаціонарним. У цьому випадку профіль швидкостей за перерізом труби набуде виду усіченої параболи, і максимальна швидкість буде спостерігатися у часток рідини, що рухаються віссю труби, при цьому вона буде усього в 1,2...1,3 рази більше середньої швидкості. Характерно, що не всі частки рідини при турбулентному режимі мають неупорядкований рух. Поблизу стінок, що обмежують потоки, внаслідок в'язкості рідини швидкість зменшується, а біля самої стінки зберігається тонкий граничний шар, що рухається ламінарно. У межах цього шару, що має товщину не більш декількох тисячних часток діаметра труби, швидкість руху часток рідини різко міняється від нуля на самій стінці до 0,4...0,7 середньої швидкості на умовній межі з турбулентним ядром потоку (рис. 2.14, б).

Слід зазначити, що турбулентні пульсації проникають і в ламінарний підшар і загасають у ньому внаслідок дії сил в'язкості. Тому термін «ламінарний підшар» вірніше замінити терміном «в'язкий підшар».

Англійський фізик Рейнольдс встановив, що при русі рідини у трубах перехід з ламінарного режиму в турбулентний визначається значенням безрозмірного комплексу

$$Re = \omega l / \nu, \quad (2.112)$$

де  $\omega$  – середня швидкість рідини (газу), м/с;

$l$  – характерний розмір, м;

$\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м<sup>2</sup>/с.

Цей комплекс називають **числом Рейнольдса** і позначають символом  **$Re$** . При  **$Re < 2300$**  рух рідини у трубах має ламінарний характер, а при  **$Re > 10000$**  – турбулентний, тобто критична швидкість, яка дозволяє визначити перехід будь-якої рідини з ламінарного режиму в турбулентний для труби будь-якого діаметра, може бути знайдена зі співвідношення

$$\omega = 2300 \nu / l. \quad (2.113)$$

У більшості випадків, що зустрічаються в теплотехніці,  **$Re > 10000$** , і рух рідини чи газу являється турбулентним. В особливих умовах (при відсутності шорсткостей на стінках, безвихровому вході рідини у трубу і т.ін.) можна зберігати ламінарний рух при числах  **$Re$**  до 10000, але такий рух є дуже хитливим і при невеликому місцевому збурюванні потоку з ламінарного відразу переходить до турбулентного.

Режим руху рідини визначає механізм переносу теплоти у процесі тепловіддачі. При ламінарному русі перенос теплоти від рідини до стінки (чи навпаки) здійснюється головним чином шляхом теплопровідності. При турбулентному русі такий спосіб передачі теплоти спостерігається лише в ламінарному граничному шарі, а всередині турбулентного ядра теплота переноситься шляхом конвекції. При цьому на інтенсивність тепловіддачі в основному впливає термічний опір граничного шару. Останнє наочно ілюструється рисунком 2.15, на якому зображена схема руху рідини при обтіканні плоскої поверхні (пластини).

Як вже відзначалося, при русі рідини (газу) вздовж поверхні утворюється граничний шар, в якому за рахунок в'язкості швидкість руху середовища значно менше його середньої швидкості, а біля самої поверхні практично дорівнює нулю. Зона потоку, в котрій за рахунок взаємодії з поверхнею швидкість руху потоку менше швидкості руху середовища, називається **динамічним граничним шаром**. Слід зазначити, що при русі потоку уздовж поверхні стінки товщина цього граничного шару поступово зростає. На невеликих відстанях від переднього краю стінки граничний шар ще тонкий і плин рідини в ньому носить ламінарний характер. Далі на деякій відстані  $x_{кр}$  у граничному шарі починають виникати вихри і характер течії стає турбулентним (рис. 2.15). Ці вихри забезпечують інтенсивне перемішування рідини у граничному шарі, але в безпосередній

близькості від поверхні стінки вони загасають, і тут зберігається дуже тонкий *в'язкий підшар*. Товщина динамічного граничного шару  $\delta_{дин}$  залежить від відстані  $x$  від переднього краю стінки, швидкості руху потоку і кінематичної в'язкості  $\nu = \mu/\rho$ . Перехід до турбулентного режиму плинину у граничному шарі визначається критичним значенням числа  $Re_{кр}$ .  $Re_{кр1}=2300$  відповідає перетворенню ламінарного режиму течії на перехідний. У цей час у пограничному шарі починають виникати перші вихри і пульсації, а  $Re_{кр2}=10000$  відповідає переходу до розвинутого турбулентного режиму течії.

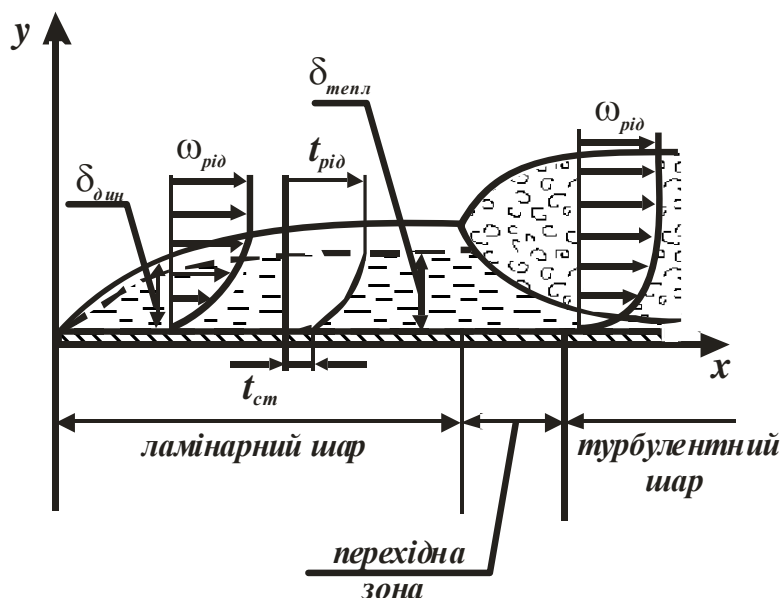


Рисунок 2.15 – Характер зміни температури і швидкості у граничному шарі

Слід також зазначити, що поряд з описаним процесом формування гідродинамічного граничного шару відбувається аналогічний процес формування і **теплого граничного шару**, у межах якого температура змінюється від  $t_{cm}$  до  $t_{pid}$  (див. рис. 2.15). Характер розподілу температури в тепловому граничному шарі залежить від режиму течії рідини (газу) в динамічному граничному шарі.

У загальному випадку товщини теплового і динамічного шарів не співпадають, але досить часто вони близькі один до одного, особливо в газах.

3) *Фізичні властивості рідини (газу)*. На процес тепловіддачі безпосередньо впливають теплопровідність  $\lambda$  (див. підрозділ 2.1), питома



теплоємність  $C$  (див. підрозділ 1.1.4), густина  $\rho$ , а також в'язкість  $\nu$  (див. підрозділ 1.5.1) і температуропровідність  $a$  (див. підрозділ 2.1.2).

**4) Форма, розміри і стан поверхні стінки, яка омивається рідиною (газом).** Зазвичай поверхні стінок мають форму плити або труби, які можуть бути розташовані вертикально, горизонтально чи похило. Кожна з цих форм поверхонь створює специфічні умови для теплообміну між поверхнею стінки і рідиною, яка омиває цю поверхню. Для процесу тепловіддачі дуже важливо, переміщається рідина усередині замкнутого простору чи поверхня стінки з усіх боків омивається рідиною. Велике значення має також стан поверхні стінки, який оцінюється її шорсткістю.

З розгляду факторів, що впливають на процес тепловіддачі, видно, наскільки складно визначити кількість теплоти, яка передається при конвективному теплообміні.

### **2.2.2 Теорія подоби**

Вивчити яке-небудь явище – значить установити залежність між величинами, що характеризують його. Для складних явищ, в яких визначальні величини міняються з часом й у просторі, встановити залежність між перемінними дуже важко. У таких випадках застосовують загальні закони фізики і обмежуються встановленням зв'язку між змінними (координатами, часом і фізичними властивостями), які охоплюють невеликий проміжок часу й елементарний об'єм простору. Отримана в такий спосіб залежність є загальним диференціальним рівнянням процесу, що розглядається. Після інтегрування цього рівняння одержують аналітичну залежність між величинами для всієї області інтегрування і необхідного інтервалу часу.

Такі диференціальні рівняння можуть бути складені для будь-якого процесу і, зокрема, для процесу тепловіддачі. Але ці диференціальні рівняння описують процес тепловіддачі в самому загальному виді. При розв'язанні конкретних задач конвективного теплообміну до системи зазначених диференціальних рівнянь необхідно додати математичний опис усіх окремих особливостей задачі, що розглядається. Цей додатковий математичний опис називається **крайовими умовами** чи **умовами однозначності**. Вони включають:

1) геометричні умови, що визначають розміри і форму тіла чи системи тіл, де протікає процес;

2) фізичні умови, що характеризують фізичні властивості тіл, які мають істотне значення для явища, що розглядається;

3) граничні умови, що описують особливості процесу, який протікає на межах системи з навколишнім середовищем;

4) часові умови, що показують особливості протікання даного процесу в часі. Для стаціонарних процесів тимчасові умови не враховуються.

Процес тепловіддачі є складним процесом, а коефіцієнт тепловіддачі є складною функцією різних величин, що характеризують цей процес. У загальному випадку коефіцієнт тепловіддачі є функцією форми  $\Phi$ , розмірів  $l_1, l_2, \dots$ , температури поверхні нагрівання  $t_{cm}$ , швидкості рідини  $\omega$ , її температури  $t_{pid}$ , фізичних властивостей рідини – коефіцієнта теплопровідності  $\lambda$ , питомої теплоємності  $C_p$ , густини  $\rho$ , коефіцієнта в'язкості  $\mu$  й інших факторів.

Таким чином, тепловіддача визначається не тільки тепловими, але і гідродинамічними явищами. Сукупність цих явищ описується системою диференціальних рівнянь, до котрої входять рівняння теплопровідності, рівняння руху і рівняння суцільності. Аналітично розв'язати задачу з визначення кількості теплоти, яка передається від стінки до рідини, методом інтегрування диференціальних рівнянь практично неможливо через складність цих рівнянь. Цей метод застосовується зазвичай лише для окремих найбільш елементарних задач процесу тепловіддачі та лише при цілій низці умов, що спрощують їх розв'язання.

Найбільш точно коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  можна визначити практичним шляхом. Але цей спосіб визначення  $\alpha$  являє собою нелегку задачу, особливо для складних і громіздких теплових пристроїв, наприклад таких, як паровий котел. Але при проведенні експерименту не можна бути упевненим у тому, що закономірності, знайдені для даного теплового агрегату, являються справедливими для іншого, який ще не побудовано і тому є недоступним для безпосереднього вивчення.

У даний час практичне визначення коефіцієнта тепловіддачі проводиться, як правило, не на самих теплових пристроях, а на їх спрощених моделях, які є більш зручними для проведення експерименту. Результати експериментів, проведених на моделях, узагальнюють, використовуючи теплову теорію подоби.

**Теорія подоби** – це наука про подібні явища. Термін «подоба» взято

з геометрії. Наприклад, добре відомо, що для геометрично подібних фігур відповідні кути рівні, а схожі сторони пропорційні. Якщо  $l_1', l_2', \dots, l_n'$  – лінійні розміри однієї фігури, а  $l_1'', l_2'', \dots, l_n''$  – схожі лінійні розміри іншої фігури, подібної першій, то справедлива рівність

$$l_1''/l_1' = l_2''/l_2' = \dots = l_n''/l_n' = k_l, \quad (2.114)$$

де  $k_l$  – коефіцієнт пропорційності або константа подоби.

Для відношення площ поверхні  $S$  або об'ємів  $V$  подібних геометричних тіл чисельні значення констант подоби будуть іншими, наприклад:

$$S''/S' = k_s = k_l^2; \quad V''/V' = k_v = k_l^3. \quad (2.115)$$

Умова (2.114) являє собою математичне формулювання геометричної подоби. Поняття подоби може бути поширено на будь-які фізичні явища. Наприклад, якщо розглядати подобу руху двох потоків рідини, то мова йде про кінематичну подобу; якщо розглядати подобу сил, що викликають подібний рух, – то про динамічну подобу. Нарешті, якщо говорять про подобу температур і теплових потоків, то мають на увазі теплову подобу.

Поняття подоби може застосовуватися до таких фізичних явищ, котрі якісно однакові як за формою, так і за змістом, тобто мають одну фізичну природу, розвиваються під дією однакових сил і описуються однаковими за формою диференціальними рівняннями і крайовими умовами. У протилежному випадку явища будуть називатися *аналогічними*. Їх прикладом можуть служити теплопровідність і дифузія. Обов'язковою передумовою подоби фізичних явищ повинна бути геометрична подоба систем, де ці явища протікають.

Таким чином, два потоки рідини будуть подібні в тепловому відношенні, якщо вони обидва будуть обмежені стінками геометрично подібної конфігурації й в обох потоках рідини будуть подібні усі фізичні величини, що визначають це явище, тобто  $\omega'' = k_\omega \omega'$ ;  $\mu'' = k_\mu \mu'$ ;  $\rho'' = k_\rho \rho'$  і т.ін.

Індекс, що ставиться у константи подоби, показує, до якої величини вона відноситься. Ні від координат, ні від часу  $k$  не залежить. При розгляді складних процесів, що визначаються великою кількістю фізичних величин, вибирати довільно константи подоби цих величин не можна. Для таких процесів при виборі констант подоби існують обмеження, які знаходять при дослідженні рівнянь, що описують цей процес.

Таким чином, для всіх подібних систем існують безрозмірні комплекси величин, що зберігають своє числове значення. Ці комплекси називають інваріантами, що означає «незмінні», чи **критеріями подоби**. Звичайно критерії подоби прийнято позначати двома першими буквами прізвищ учених, що багато зробили для розвитку відповідних галузей знання, наприклад **Re** (Reynolds), **Nu** (Nusselt) і т. ін. Критерії, що не мають таких загальноприйнятих назв, позначають буквами **K<sub>1</sub>**, **K<sub>2</sub>** та ін.

Основні положення теорії подоби формулюють у виді трьох теорем подоби. **Перша теорема подоби** доводить, що *подібні явища мають однакові критерії подоби*.

**Друга теорема подоби** стверджує, *що будь-яка залежність між змінними, які характеризують будь-яке явище, може бути подана у формі залежності між критеріями подоби, які складаються з цих змінних*, тобто  $f(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0$ . Подібні залежності називаються **критеріальними рівняннями або рівняннями подоби**.

**Третя теорема подоби** трактує про ті умови, що є необхідними і достатніми для подоби двох явищ. Цю теорему сформульовано радянськими вченими М.В. Кірпицевим і А.А. Гухманом у 1931 році. Відповідно до неї *два явища подібні, якщо вони мають подібні умови однозначності і чисельно однакові визначальні критерії подоби*. **Визначальними критеріями** подоби називаються такі критерії, які складаються з параметрів, що входять до умови однозначності.

Природно, що рівність визначальних критеріїв подоби призводить до рівності всіх інших критеріїв, до складу яких входять величини, які не передбачені умовами однозначності. Останні величини на відміну від визначальних називаються **невизначальними критеріями** або **критеріями, що визначаються**. Таким чином, *кожний з невизначальних критеріїв подоби являє собою однозначну функцію сукупності визначальних критеріїв*. Це положення має велике значення для узагальнення практичних даних і являє собою центральну ланку всієї теорії подоби.

Теореми подоби дозволяють повно відповісти на питання про те, як треба ставити експеримент, що потрібно вимірювати під час дослідження, як обробляти отримані результати і які явища будуть подібні тому, що досліджується.

Під час дослідів потрібно вимірювати всі ті величини, які входять до критерію подоби. Це впливає з першої теореми подоби. Результати

дослідів слід обробляти у формі критеріальних рівнянь, при цьому визначальні критерії є аргументами, а невизначальні – функціями (це складає зміст другої теореми подоби), тобто якщо  $K_1, K_2, \dots, K_n$  – визначальні критерії, а  $K$  – невизначальний критерій, то  $K=f(K_1, K_2, \dots, K_n)$ .

Й, нарешті, на питання про те, які явища будуть подібні тому, що досліджується, відповідає теорема Кірпічева-Гухмана.

Таким чином, основний висновок, що можна зробити на основі цієї теорії, полягає в тому, що при дослідженні конвективного теплообміну немає потреби шукати залежність коефіцієнта тепловіддачі від кожного з факторів, що на нього впливають, а досить знайти залежність між певними безрозмірними комплексами величин, характерними для окремих умов процесу тепловіддачі, тобто між критеріями подоби. Так як критерії подоби складаються з розмірних величин, то вони відображають фізичну сутність, чи, як говорять, модель процесу. Отже, задача полягає в тому, щоб знайти вид залежностей між критеріями подоби. Ці залежності називаються критеріальними рівняннями.

При розгляді конвективного теплообміну ми будемо використовувати наступні критерії подоби: число Нуссельта, число Рейнольдса, число Прандтля, число Грасгофа.

### Число Нуссельта $Nu$

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (2.116)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$l$  – характерний розмір, м;

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності газу чи рідини, Вт/(м·К), наводиться у довідниках (додатки **Ж**, **И**).

Число Нуссельта – це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі, який виражає відношення термічного опору теплопровідності  $R_\lambda$  шару рідини (газу) товщиною  $l$  до термічного опору тепловіддачі  $R_\alpha$

$$\frac{R_\lambda}{R_\alpha} = \frac{l}{\lambda} / \frac{l}{\alpha} = \frac{\alpha l}{\lambda} = Nu \quad (2.117)$$

і характеризує інтенсивність конвективного теплообміну між рідиною (газом) і поверхнею твердого тіла

**Число Рейнольдса  $Re$**  (див. підрозділ 2.2.1)

$$Re = \omega l / \nu,$$

де  $\omega$  – середня швидкість рідини (газу), м/с;

$l$  – характерний розмір, м;

$\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м<sup>2</sup>/с (додатки **Ж**, **И**).

Число Рейнольдса  $Re$  виражає відношення сил інерції (швидкісного напору) до сил в'язкого тертя. При малих числах  $Re$  переважають сили в'язкості, і режим течії рідини (газу) являється ламінарним. При турбулентній течії переважають сили інерції, тому інтенсивно розвиваються завихрення.

**Число Прандтля  $Pr$**

$$Pr = \frac{\nu}{a}, \quad (2.118)$$

де  $\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини (газу), м<sup>2</sup>/с;

$a$  – коефіцієнт температуропровідності, м<sup>2</sup>/с.

Число Прандтля  $Pr$  складається з величин, що характеризують теплофізичні властивості речовини, і встановлює співвідношення між товщиною динамічного і теплового граничних шарів, які утворюються при русі рідини (газу) (див. підрозділ 2.2.1). Значення числа Прандтля наводяться у довідниках (додатки **Ж**, **И**).

**Число Грасгофа  $Gr$**

$$Gr = \frac{g \beta l^3 \Delta t}{\nu^2}, \quad (2.119)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;

$\beta$  – коефіцієнт температурного розширення, 1/К, для рідин знаходиться за довідниками (див. додаток **И**), для газів розраховується за рівнянням  $\beta = 1/T$  [ $T$  – характерна (визначальна) температура газу];

$l$  – характерний розмір, м;

$\Delta t$  – різниця температур часток рідини (газу), °С;

$\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини (газу), м<sup>2</sup>/с.

Число Грасгофа  $Gr$  характеризує інтенсивність вільного конвективного теплообміну, який обумовлений тим, що більш нагріті частки рідини (газу) виштовхуються холодними наверх за рахунок впливу сили ваги, тобто число Грасгофа  $Gr$  характеризує відношення піднімальної сили, що виникає внаслідок теплового розширення рідини (газу), до сил в'язкості.

Числа Рейнольдса, Прандтля і Грасгофа являються безрозмірними визначальними критеріями подоби. Вони цілком складаються з величин, які задаються умовами однозначності, тобто відомі ще до рішення задачі.

Число Нуссельта є невизначальним критерієм подоби і містить невідому величину  $\alpha$ , тобто число Нуссельта є обумовленим числом.

Таким чином, при розгляді конвективного теплообміну критеріальне рівняння в самому загальному виді набуде виду

$$Nu=f(Re; Gr; Pr). \quad (2.120)$$

Для зручності критеріальні рівняння виду (2.120) звичайно подають у формі степеневі залежності виду:

$$Nu=C Re^{n_1} Gr^{n_2} Pr^{n_3}. \quad (2.121)$$

Конкретні значення коефіцієнта  $C$  і показників степені  $n_1, n_2, n_3$  визначають з експерименту.

Перед початком експерименту встановлюють всі визначальні безрозмірні числа подоби, від яких залежить число Нуссельта  $Nu$ . Потім будують експериментальну модель, в котрій передбачено вимірювання всіх параметрів, що входять до визначальних і невизначальних чисел подоби. На моделі проводять серії експериментів, причому зазвичай в одній серії умови однозначності змінюють так, щоб змінювалось тільки одне визначальне число. За результатами експерименту будують графічну залежність числа Нуссельта від визначального числа, яке змінювали. У наступних серіях встановлюють залежність значення показника ступеня у критеріальному рівнянні від інших визначальних безрозмірних чисел.

У процесі теплообміну температура рідини (газу) змінюється, і встає питання, при якій температурі вибирати теплофізичні властивості рідини (газу), що входять до визначальних чисел. Ця температура називається **визначальною температурою**. За визначальну приймають температуру, яка характерна для системи, що досліджується. Зазвичай це середня температура рідини (газу).

Вибір **визначального розміру**, що входить до чисел подоби, також є досить умовним. Але намагаються брати такий розмір, котрий оказує найбільший вплив на процес, що досліджується. В якості визначального розміру для круглих труб використовують їх діаметр, для каналів складного перерізу – еквівалентний діаметр, а при обтіканні плит – їх довжину за напрямком руху. Еквівалентний діаметр розраховують за рівнянням

$$d_{\text{екв}} = \frac{4F}{P}, \quad (2.122)$$

де  $F$  – площа перерізу труби;

$P$  – периметр труби, який контактує з теплоносієм.

### 2.2.3 *Тепловіддача при вільній конвекції*

Тепловіддача при вільному русі теплоносія широко використовується як у побуті, так і в техніці. Наприклад, кімнатне повітря нагрівається печами чи опалювальними приладами в умовах природної конвекції. У техніці такий теплообмін спостерігається при нагріванні води в парових котлах, при охолодженні паропроводів, обмуровування котлів, промислових печей та інших теплових пристроїв.

Причиною виникнення вільної конвекції є хитливий розподіл густин у рідині, що обумовлено нерівномірністю її нагрівання. При цьому температурний напір визначає різницю густин і величину піднімаючої сили, а площа поверхні – зону поширення процесу.

Результати численних досліджень показали, що при вільній конвекції в необмеженому просторі вирішальне значення мають ті особливості процесу, які обумовлені фізичними властивостями середовища і температурним напором. Це значить, що критерій  $Nu$  досить точно може бути функцією тільки критеріїв  $Gr$  і  $Pr$  незалежно від окремих особливостей процесу (форма тіла, вид рідини, розташування тіла в просторі).

Узагальнення результатів багатьох експериментів з теплообміну у вільному потоці тіл різних форм і розмірів (дріт і труби діаметром 0,015...245 мм, кулі діаметром 30...16 000 мм, плити і труби висотою 250...6000 мм), які омиваються різними рідинами (повітря, водень,



вуглекислота, вода, анілін, олія та ін.), дозволило підібрати загальну залежність між критеріями подоби. Існує 2 види критеріальних рівнянь, що використовують при розрахунках вільної конвекції, але обидва дають однакові результати.

**Перший спосіб.** Залежність між числами подоби можна подати у формі наступних рівнянь:

1) для горизонтальних труб ( $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^8$ )

$$Nu = 0,5 (Gr \cdot Pr)^{0,25} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}; \quad (2.123)$$

2) для вертикальних поверхонь (труб, пластин):

а) при ламінарному режимі ( $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$ )

$$Nu = 0,76 (Gr \cdot Pr)^{0,25} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}; \quad (2.124)$$

б) при турбулентному режимі ( $Gr \cdot Pr > 10^9$ )

$$Nu = 0,15 (Gr \cdot Pr)^{0,33} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.125)$$

При застосуванні цих рівнянь для інженерних розрахунків середніх значень коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha$ , потрібно мати на увазі наступне.

1) Рівняння (2.123)...(2.125) справедливі для рідин, у яких  $Pr > 0,7$ .

2) Усі фізичні константи, що входять до складу критеріїв, беруться при *середній температурі рідини*.

3) В якості *визначального розміру* у критеріях подоби для горизонтальних труб приймають їх діаметр  $d$ , а для вертикальних поверхонь (труб, пластин) – їх висоту  $h$ .

4) Множник  $(Pr/Pr_{cm})^{0,25}$  враховує залежність фізичних властивостей рідини (в основному, в'язкості) від температури і напрямлення теплового потоку. Критерій  $Pr$  береться при середній температурі рідини, а критерій  $Pr_{cm}$  – при середній температурі стінки. Для газів  $Pr = \text{const}$ ,  $Pr/Pr_{cm} = 1$ , тому наведені вище розрахункові формули спрощуються.

5) При значеннях аргументу  $Gr \cdot Pr < 10^{-3}$  число  $Nu$  практично постійно і дорівнює 0,5, тобто  $\alpha = 0,5\lambda/l$ . Це свідчить про те, що в таких умовах процес теплообміну цілком визначається явищами теплопровідності.

**Другий спосіб.** При розрахунках тепловіддачі в умовах вільної конвекції у великих об'ємах теплоносія зазвичай використовують залежність наступного виду

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)^n. \quad (2.126)$$

Значення коефіцієнта  $C$  і показника степеня  $n$  в залежності від величини добутку  $Gr \cdot Pr$  наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Значення  $C$  і  $n$  в рівнянні (2.126)

$Gr \cdot Pr$	$10^3 \dots 5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^7$	$> 2 \cdot 10^7$
$C$	1,18	0,54	0,135
$n$	1/8	1/4	1/3

Усі параметри теплоносія, що входять до критеріїв подоби, слід брати з довідників для даного теплоносія при *середній температурі між температурами поверхні і теплоносія віддалік від неї*  $t_{сеп} = 0,5(t_{ст} + t_{під})$ . За рівнянням (2.126) можна розраховувати тепловіддачу від поверхонь практично будь-якої форми: вертикальних і горизонтальних труб, куль, вертикальних пластин. Для горизонтальних труб і куль *визначальним лінійним розміром*, що входить до чисел  $Nu$  і  $Gr$ , є діаметр  $d$ , для вертикальних труб, пластин – висота  $h$ .

Крім того, якщо горизонтальна пластина розташована стороною, що гріє, наверх, то коефіцієнт  $C$  збільшують на 30%. Якщо горизонтальна пластина розташована стороною, що гріє, вниз, то коефіцієнт  $C$  зменшують на 30%. В обох випадках визначальним є найменший розмір плити.

#### 2.2.4 Тепловіддача при вимушеній конвекції

Тепловіддача при вимушеному русі теплоносія широко використовується в різних теплообмінних пристроях. У цих умовах інтенсивність теплообміну у значній мірі залежить від швидкості руху середовища.

Розрізняють два принципово різних види плинину рідин: безвідривний

плин, коли потік ніде не відокремлюється від поверхні, що омивається ним, і відривний плин, якщо в системі зустрічаються поверхні з великою кривизною, різкі зміни перерізу, повороти та ін. Прикладами безвідривного плину є рух по каналу постійного перерізу, обтікання тонких пластин, поздовжнє обтікання труб. Цей вид плину вивчено досить повно, і в даний час є багато розрахункових формул для поверхонь різних конструктивних форм. Для плину з відривом потоку від поверхні немає загальних закономірностей, і тут досить повно вивчено лише найпростіші окремі випадки обтікання циліндра, кулі і трубних пакетів типових конфігурацій.

Розрахункові формули, застосовувані в даний час в інженерній практиці, являють собою відповідні окремі випадки загального критеріального рівняння (2.120). Усі рівняння можна розподілити на декілька груп в залежності від виду об'єкта, біля якого протікає процес тепловіддачі.

#### 2.2.4.1 Тепловіддача при русі теплоносія всередині труби

Вивчення процесу тепловіддачі в трубах викликає великий практичний інтерес, тому що труби є елементом різних теплообмінних апаратів.

При вимушеній конвекції розрізняють ламінарний ( $Re < 2300$ ), перехідний ( $2300 < Re < 10000$ ) і турбулентний ( $Re > 10000$ ) режими руху середовища. Формування характеру потоку відбувається на початковій ділянці труби. При вході у трубу швидкості за перерізом розподіляються рівномірно. Надалі при плинні уздовж труби у стінок утворюється гідродинамічний граничний шар, товщина якого поступово збільшується і стає рівною радіусу труби, а в трубі встановлюється постійний розподіл швидкостей, характерний для даного режиму плину, чи настає так звана **стабілізована течія**. Останнє спостерігається як при ламінарному, так і при турбулентному плинні рідини. Довжина ділянки стабілізації дорівнює приблизно  $50d$ .

Теорія і експеримент показують, що тепловіддача при плинні рідини в трубі неоднакова за довжиною, і тому крім ділянки стабілізованого плину утворюється ділянка теплової стабілізації  $l_{d.m.c.}$ . При вході у трубу коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  має максимальне значення, а потім різко

зменшується і при стабілізованій течії  $l_{c.m.}$  прагне до незмінного значення. Тепловий граничний шар, що утворюється у поверхні труби, збільшується по мірі віддалення від входу і на ділянці теплової стабілізації досягає товщини, яка дорівнює радіусу труби. Довжина стабілізованої ділянки для горизонтальної круглої труби залежить від багатьох величин – коефіцієнта теплопровідності, числа  $Re$ , стабілізованої течії та ін., і приймається рівною  $50d$ .

**Ламінарний режим руху теплоносія.** Експериментальні дослідження вимушеної конвекції при ламінарному русі теплоносіїв показали, що можливо два режими руху – *в'язкісний* і *в'язкісно-гравітаційний*.

Перший спостерігається у випадку переваги сил в'язкості над піднімаючими силами, і останні не враховують. В'язкісний режим спостерігається в рідинах з великим коефіцієнтом в'язкості, при цьому режимі немає перемішування шарів, вільна конвекція не впливає на теплообмін, перенос теплоти здійснюється теплопровідністю (наприклад, мазут).

При другому режимі піднімаючі сили враховують. Наявність природної конвекції турбулізує потік і збільшує перенос теплоти. В'язкісно-гравітаційний режим характерний для малов'язких рідин і газів; при цьому спостерігається додаткове перемішування шарів за рахунок вільної конвекції. Важливе значення при цьому мають напрямки вільної і вимушеної конвекції. Можливі 3 випадки:

- напрямки збігаються – теплообмін поліпшується за рахунок збільшення швидкості рідини;
- напрямки протилежні – теплообмін погіршується за рахунок зменшення швидкості рідини;
- напрямки взаємно перпендикулярні – теплообмін поліпшується за рахунок перемішування рідини.

Критерієм, за яким розрізняють в'язкісний і в'язкісно-гравітаційний режими, є значення добутку  $Gr \cdot Pr$ .

При  $Gr \cdot Pr > 8 \cdot 10^5$  режим плинучий є в'язкісно-гравітаційний, і оцінку середнього коефіцієнта тепловіддачі при цьому режимі можна визначити за рівнянням

$$Nu = 0,15 Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,1} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.127)$$

Рівняння подоби для в'язкісного режиму, тобто при  $Gr \cdot Pr < 8 \cdot 10^5$ , має вид (вільна конвекція відсутня – число  $Gr$  не враховується)

$$Nu = 0,15 Re^{0,33} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.128)$$

У випадку, коли теплоносієм є не рідина, а газ, для якого відношення  $Pr/Pr_{cm}$  дорівнює одиниці, рівняння (2.127) і (2.128) значно спрощуються. У випадку *повітря*, для якого число Прандтля практично не залежить від температури і  $Pr = 0,7$ , рівняння подоби набуває виду

$$Nu = 0,13 Re^{0,33} Gr^{0,1}. \quad (2.129)$$

У рівняннях (2.127)...(2.129) в якості *визначального розміру* прийнято еквівалентний діаметр  $d$ , а в якості *визначальної температури* – середня температура рідини.

Для краплинних рідин експериментальним шляхом було виявлено, що при їх нагріванні від стінки коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_{нагр}$  більше коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha_{охол}$  при охолодженні. При цьому різниця  $\alpha_{нагр} - \alpha_{охол}$  зростає через збільшення температурного напору  $t_{ст} - t_{рід}$ . Це положення враховують введенням до критеріального рівняння множника  $(Pr/Pr_{cm})^{0,25}$ . Як вказувалося вище, множник  $Pr_{cm}$  розраховують при середній температурі стінки. Для води цей множник змінюється в межах 0,5...2, а для газів він дорівнює 1. Рівняння (2.127) застосовується для будь-якої рідини і дає середнє за всією довжиною труби  $l$  значення коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha$  за умови, що довжина ділянки *теплової стабілізації*  $l_{стаб} > 50d$ .

Для коротких труб, довжина яких менше  $50d$ , тепловіддача трохи вище, ніж для довгих, і в цьому випадку отримане з формул (2.127), (2.128) значення  $\alpha$  потрібно помножити на поправковий коефіцієнт  $\varepsilon_l$ . Залежність числових значень коефіцієнта  $\varepsilon_l$  від відношення  $l/d$  наведено в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Залежність коефіцієнта  $\varepsilon_l$  від відношення  $l/d$

$l/d$	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$\varepsilon_l$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

Після визначення числа Нуссельта  $Nu$  коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  розраховують за рівнянням (2.116)

$$\alpha = \frac{\lambda Nu}{l}, \quad (2.130)$$

де  $l$  – характерний розмір, м;

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності газу чи рідини, Вт/(м·К).

**Перехідний режим руху теплоносія.** Для перехідного режиму плинину теплоносія у трубах і каналах, якому відповідає число  $Re$ , що перевищує 2300, але менше 10000, немає розрахункових формул, що узагальнюють результати різних досвідів. У цій сфері для потоку характерно нестійкість режиму, на нього впливають окремі місцеві збурювання, які обумовлені розміром і формою каналів, шорсткістю поверхні стінок та ін. Тобто тепловіддача при цьому режимі залежить від дуже багатьох величин, які важко врахувати. Тому тепловіддача при перехідному режимі руху теплоносія не може бути описана одним рівнянням подоби. При визначенні коефіцієнта тепловіддачі при перехідному режимі використовують комплекс  $K_o$ , значення якого визначають графічним методом (рис. 2.16).

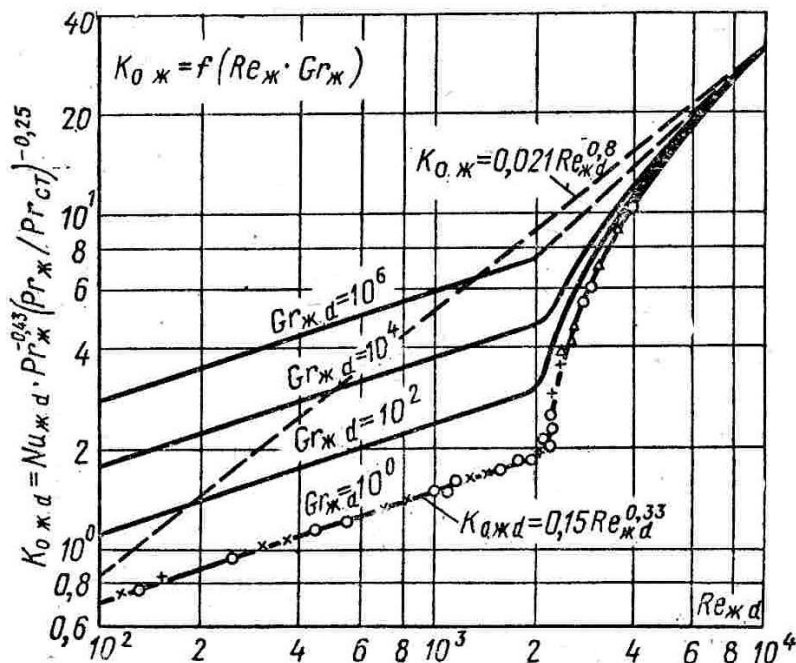


Рисунок 2.16 – Залежність  $K_o$  від  $Re$

Визначення коефіцієнта тепловіддачі може бути зроблено тільки приблизно за допомогою рівняння подоби

$$K_o = Nu Pr^{-0,43} (Pr/Pr_{cm})^{-0,25}. \quad (2.131)$$

На рисунку 2.16 подано хід кривих комплексу  $K_o$  у перехідній області в залежності від числа  $Re$ . Як видно з рисунка 2.16, в області перехідного режиму експериментальні точки не поєднуються єдиною залежністю. Зі збільшенням  $Re$  тепловіддача різко зростає, причому істотний вплив на теплообмін робить природна конвекція, величину котрої характеризує число Грасгофа. Чим більше число Грасгофа, тим більше величина комплексу  $K_o$  і, отже, коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha$ . При розвитку турбулентному плинні ( $Re > 10^4$ ) усі криві зливаються в одну лінію.

**Турбулентний режим руху теплоносія.** Розвинутий турбулентний рух устанавлюється лише при  $Re > 10^4$ . При цьому процес перемішування часток рідини протікає настільки інтенсивно, що на перерізі турбулентного ядра потоку температура практично залишається постійною. Різка зміна температури спостерігається лише усередині граничного шару. Природно, що при подібному розподілі температури розвиток вільної конвекції стає неможливим і процес тепловіддачі цілком визначається тільки факторами вимушеного руху. У результаті аналізу й узагальнення експериментальних досліджень, проведених з різними рідинами (крім рідких металів), у широкому діапазоні зміни їх параметрів для прямих гладких труб, для визначення числа  $Nu$  рекомендується наступна формула

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.132)$$

Для *повітря*, якщо прийняти  $Pr = 0,7$ , рівняння (2.132) набуде виду

$$Nu = 0,018 Re^{0,8}. \quad (2.133)$$

В якості *визначального розміру* у рівняннях (2.132), (2.133) прийнято еквівалентний діаметр, а за *визначальну температуру* – середню температуру рідини.

Формули (2.132), (2.133) можна застосовувати для різних теплоносіїв: рідин, газів, перегрітих пар при  $l/d \geq 50$ ,  $Re = 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$  і  $Pr = 0,6 \dots 2500$ .

Якщо довжина каналу буде менше  $50d_{екв}$ , то отримане з формули значення коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha$  потрібно помножити на поправковий коефіцієнт  $\epsilon_l$ , значення якого наведено в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Залежність коефіцієнта  $\varepsilon_l$  від відношення  $l/d$

$Re$	Значення $\varepsilon_l$ при $l/d$ , яке дорівнює								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$10^4$	1,65	1,5	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \times 10^4$	1,51	1,4	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \times 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

При плинні теплоносія у вигнутих трубах процес тепловіддачі ускладнюється через дію на потік відцентрової сили. Її вплив враховують при введенні до рівняння (2.132) поправкового коефіцієнта  $\varepsilon_R$ , що для змієвикових труб визначається за співвідношенням

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 d/R, \quad (2.134)$$

де  $R$  – радіус змієвика,  
 $d$  – діаметр труби.

#### 2.2.4.2 Тепловіддача при поперечному омиванні труби

Для багатьох теплообмінників, наприклад водотрубних котлів, повітряпідігрівачів, економайзерів й ін., характерно поперечне розташування труб у потоці теплоносія. При цьому, як указувалося вище, потік рідини відривається від поверхні, яку він омиває, і рух теплоносія має дуже складний характер: утворюються застійні області, виникають зворотні плинні, великі вихри й інші явища, які змінюють природні умови плинну, що відповідають формі русла потоку.

Результати експериментальних досліджень для даного випадку поперечного обтікання циліндра рідиною подаються звичайно у виді залежності  $Nu = f(Re; Pr)$ , при цьому *визначальним розміром* вважають діаметр циліндра, а в якості *визначальної температури* використовують середню температуру рідини, а швидкість відносять до самого вузького перерізу каналу, у якому розташовано циліндр. При зазначених умовах



розрахункові формули для будь-яких рідин при куті атаки  $\varphi=90^\circ$  мають вид:

при  $Re=5...10^3$

$$Nu=0,5 Re^{0,5} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}, \quad (2.135)$$

при  $Re=10^3...10^5$

$$Nu=0,25 Re^{0,6} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.136)$$

Для повітря наведені формули можна записати в більш спрощеній формі, а саме:

при  $Re=5...10^3$

$$Nu=0,49 Re^{0,5}, \quad (2.137)$$

при  $Re=10^3...10^5$

$$Nu=0,245 Re^{0,6}. \quad (2.138)$$

Якщо кут атаки  $\varphi$ , який утворюється напрямком потоку і віссю труби, буде менше  $90^\circ$ , то значення  $\alpha$ , отримане з рівнянь (2.135)...(2.138), потрібно помножити на поправковий коефіцієнт  $\varepsilon_\varphi$ , числові значення якого наведено в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Залежність коефіцієнта  $\varepsilon_\varphi$  від кута атаки  $\varphi$

$\varphi$	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\varepsilon_\varphi$	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Розрахунок конвективного теплообміну в пучках (пакетах) труб при їх поперечному вимушеному обтіканні рідиною являє собою більш складну задачу в порівнянні з розрахунком при обтіканні одиночної труби, оскільки на характер руху рідини буде додатково впливати взаємне розташування труб у пучку. На практиці найчастіше зустрічаються два типи пакетів: з коридорним і шаховим розташуванням, при цьому характеристиками пучка прийнято вважати діаметр труб  $d$  і відстані між їх осями за шириною  $x_1$  і глибиною  $x_2$  пучка, які виражаються звичайно через кількість діаметрів  $n_d$ .

Слід зазначити, що для пучка із шаховим розташуванням труб умови їх омивання у всіх рядах близькі до умов омивання одиночного циліндра. Для пучка з коридорним розташуванням труб це не характерно, у ньому тільки характер омивання труб першого ряду такий самий, як для одиночного циліндра, а труби усіх наступних рядів знаходяться у вихровій зоні труб, розташованих у попередніх рядах. Максимум тепловіддачі спостерігається не в лобовій точці, а приблизно через 45...50° від неї в місцях удару струменів. Характер процесу тепловіддачі в пучку із шаховим розташуванням труб аналогічний характеру процесу тепловіддачі по окружності одиночного циліндра.

Унаслідок збільшення турбулентності потоку при проходженні через пучок найбільша тепловіддача спостерігається у труб, починаючи з третього ряду (приблизно на 40 % більше, ніж у труб першого ряду, і на 20...30 % більше в порівнянні з трубами другого ряду). Після третього ряду турбулентність потоку стабілізується відповідно до характеру пучка, при цьому через краще перемішування часток рідини абсолютне значення коефіцієнта тепловіддачі при шаховому розташуванні труб вище, ніж при коридорному. Потрібно мати на увазі, що при виборі компонування пучка необхідно враховувати також його габарити, величину гідравлічних опорів і засмічення.

На підставі узагальнення багатьох експериментальних даних використовують наступні формули для розрахунку середньої тепловіддачі труб третього і наступного рядів у пучку:

для  $Re=10^3...10^5$

*при коридорному розташуванні*

$$Nu=0,26 Re^{0,65} Pr^{0,33} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}, \quad (2.139)$$

*при шаховому розташуванні*

$$Nu=0,41 Re^{0,6} Pr^{0,33} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.140)$$

В якості *визначального розміру* цих формулах прийнято зовнішній діаметр труб пучка, в якості *визначальної температури* – середня температура рідини, *визначальній швидкості* – швидкість у самому вузькому поперечному перерізі пучка.

Формули (2.139) і (2.140) справедливі для будь-яких рідин і дозволяють знаходити середнє значення  $\alpha$  для труб третього і всіх наступних рядів у пучку.

Для визначення значення  $\alpha$  труб першого ряду пучка потрібно знайдене значення коефіцієнта тепловіддачі для труб третього ряду помножити на поправковий коефіцієнт  $\varepsilon_i=0,6$ , для труб другого ряду при їх коридорному розташуванні – на  $\varepsilon_i=0,9$ , а при шаховому – на  $\varepsilon_i=0,7$ . Середній коефіцієнт тепловіддачі пучка труб у цілому визначають шляхом усереднення розрахункових значень по рядах труб за рівнянням

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \dots + \alpha_n S_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n}, \quad (2.141)$$

де  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  – коефіцієнти тепловіддачі рядів труб пучка;

$S_1, S_2, \dots, S_n$  – площі поверхні нагрівання всіх труб у ряді.

Якщо  $S_1=S_2=\dots=S_n$ , то

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\alpha_3}{n}. \quad (2.142)$$

Для газів рівняння (2.139) і (2.140) спрощуються і, зокрема, для повітря набувають виду:

*при коридорному розташуванні труб*

$$Nu=0,21 Re^{0,65}, \quad (2.143)$$

*при шаховому розташуванні*

$$Nu=0,37 Re^{0,6}. \quad (2.144)$$

Тепловіддачу пучків труб, що омиваються поперечно, у промислових теплообмінниках унаслідок забруднення поверхні нагрівання приймають у середньому на 20 % нижче розрахункової, яку одержують з рівнянь (2.143) і (2.144).

Слід зазначити, що наведені критеріальні рівняння (2.139), (2.140) (2.143) і (2.144) справедливі тільки для кута атаки  $\varphi=90^\circ$ . При значенні  $\varphi<90^\circ$  розрахункова формула набуває виду

$$\alpha_\varphi = \varepsilon_\varphi \alpha_{\varphi=90^\circ}. \quad (2.145)$$

### 2.2.4.3 Тепловіддача при русі теплоносія вздовж пластини

Якщо плоска поверхня пластини омивається безмежним потоком з рівномірним розподілом швидкостей, то, починаючи від переднього краю пластини, на ній утвориться гідродинамічний граничний шар. В останньому внаслідок тертя швидкість рідини змінюється від швидкості, рівної швидкості спокійного потоку, до нуля. Плин рідини у граничному шарі може бути як ламінарним, так і турбулентним.

Про режим течії у граничному шарі висновують за величиною числа Рейнольдса. Так, ламінарний режим плин у граничному шарі має місце в ізотермних потоках при  $Re < 5 \times 10^5$ , а в неізотермних – при  $Re < 4 \times 10^4$ , і руйнування ламінарного шару залежить від ступеня турбулентності потоку, що набігає. При наявності різниці температур між потоком рідини і пластиною біля поверхні останньої, крім гідродинамічного, виникає також і тепловий граничний шар. У межах теплового примежевого шару температура рідини змінюється від температури потоку удалині від пластини до температури, рівній температурі поверхні пластини.

Для визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі пластини, яка омивається поздовжнім потоком рідини при ламінарному режимі у граничному шарі, можна рекомендувати наступні наближені формули:

при  $Re < 4 \times 10^4$

$$Nu = 0,66 Re^{0,5} Pr^{0,33} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.146)$$

Для повітря рівняння (2.146) при  $Re < 4 \times 10^4$  має вид

$$Nu = 0,57 Re^{0,5}. \quad (2.147)$$

У рівняннях (2.146) і (2.147) за *визначальну температуру* прийнята температура потоку, що набігає, ( $Pr_{cm}$  береться за температурою стінки); за *визначальну швидкість* – швидкість потоку, що набігає; за визначальний розмір – довжина пластини за напрямком потоку. Вплив вільної конвекції на тепловіддачу в цих формулах не враховується.

При турбулентному гідродинамічному граничному шарі біля поверхні пластини утворюється тонкий шар рідини з ламінарним режимом руху, який називається ламінарним підшаром, у якому відбувається основна зміна швидкості потоку. Також у ламінарному підшарі відбуваються майже всі зміни температури рідини, що рухається, тобто

ламінарний підшар являє собою головний гідродинамічний і термічний опір.

Для визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі краплинних рідин при турбулентному граничному шарі біля поверхні пластини рекомендуються наступні рівняння:

при  $Re > 4 \times 10^4$

$$Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (2.148)$$

Для *повітря* рівняння (2.148) спрощується і набуває виду

$$Nu = 0,032 Re^{0,8}. \quad (2.149)$$

За *визначальну температуру* приймають температуру рідини удалині від пластини, за *визначальний розмір* береться довжина пластини за напрямком потоку.

Досвіди показують, що при розвитку турбулентному плинні рідини тепловіддача не залежить від числа  $Gr$  і, відповідно, у передачі всієї кількості теплоти бере участь тільки вимушена конвекція.

### 2.2.5 Питання для самоконтролю

- 1 Сформулюйте основні положення конвективного теплообміну.
- 2 Як формулюється основний закон Ньютона-Ріхмана?
- 3 Сформулюйте фізичний зміст коефіцієнта тепловіддачі.
- 4 Поясніть, як впливає розташування тіла у просторі на інтенсивність теплообміну при вільній конвекції?
- 5 Які критеріальні залежності при конвективному теплообміні характеризують вільний рух середовища? Поясніть рівняння.
- 6 Які критеріальні залежності при конвективному теплообміні характеризують вимушений рух середовищ у трубах і каналах? Пояснити рівняння.
- 7 За рахунок чого можна інтенсифікувати вимушену конвекцію у трубах і каналах?
- 8 За рахунок чого можна інтенсифікувати вільну конвекцію?
- 9 Порядок розрахунку коефіцієнта тепловіддачі при вільній конвекції різними методами.

10 Визначити температуру стінки в умовах конвективного теплообміну.

11 Назвіть основні теореми теорії подоби.

12 Назвіть основні режими руху рідини.

## 2.3 Теплообмін випромінюванням

### 2.3.1 Загальні положення

Промениста енергія виникає за рахунок енергії інших видів у результаті складних молекулярних і внутрішньоатомних процесів. Природа всіх променів однакова. Вони являють собою електромагнітні хвилі, що поширюються у просторі. Джерелом теплового випромінювання є внутрішня енергія нагрітого тіла. Кількість променистої енергії в основному залежить від фізичних властивостей і температури тіла, яке випромінює.

При перенесенні теплоти теплопровідністю і конвекцією необхідна наявність фізичного середовища. Перенесення теплоти випромінюванням не потребує обов'язкової наявності середовища між об'єктами і може без перешкод проходити через діатермічне середовище, вакуум та ін.

Електромагнітні хвилі розрізняються між собою за довжиною хвилі. У залежності від довжини хвилі  $\lambda$  промені мають різні властивості. Найменшу довжину хвилі мають космічні промені  $\lambda=0,1-10 \text{ \AA}$  (де  $\text{\AA}$  – ангстрем, одиниця довжини,  $1 \text{ \AA}=10^{-10} \text{ м}$ ). Гамма-промені, що випромінюються радіоактивними речовинами, мають довжину хвилі до  $10 \text{ \AA}$ ; промені Рентгена –  $\lambda=10-200 \text{ \AA}$ ; ультрафіолетові промені –  $\lambda=200 \text{ \AA} - 0,4 \text{ мк}$  (де мк – мікрон,  $1 \text{ мк}=1 \text{ мкм}=0,001 \text{ мм}=10^{-6} \text{ м}$ ), світлові промені –  $\lambda=0,4-0,8 \text{ мк}$ , інфрачервоні чи теплові промені –  $\lambda=0,8-400 \text{ мк}$ , радіо чи електромагнітні промені –  $\lambda>400 \text{ мк}$ . Із усіх променів найбільший інтерес для теплопередачі викликають теплові промені з  $\lambda=0,8-40 \text{ мк}$ .

Випромінювання властиве всім тілам, і кожне з них випромінює і поглинає енергію безупинно, якщо температура його не дорівнює  $0 \text{ К}$ . При однакових чи різних температурах між тілами, розташованими як завгодно у просторі, існує безупинний променистий теплообмін.

При температурній рівновазі тіл кількість променистої енергії, що віддається, буде дорівнювати кількості променистої енергії, що

поглинається. Спектр випромінювання більшості твердих і рідких тіл безупинний. Ці тіла випускають промені всіх довжин хвиль від малих до великих.

Спектр випромінювання газів має лінійчатий характер. Гази випускають промені не всіх довжин хвиль. Таке випромінювання називається *селективним (вибірковим)*. Випромінювання газів має об'ємний характер.

У теплотехніці в основному розглядається випромінювання лише твердих тіл і газів, тому що рідини застосовуються при температурах, яким відповідає досить висока густина випромінювання, і вони при цьому можуть знаходитися тільки в газоподібному стані.

Теплове випромінювання, як процес поширення електромагнітних хвиль, характеризується довжиною хвилі  $\lambda$  (у метрах) і частотою коливань  $\nu$  (у герцах). При цьому хвилі поширюються зі швидкістю світла  $c=3 \times 10^8$  м/с, а частота коливань і довжина хвилі зв'язані між собою рівнянням

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \quad (2.150)$$

Сумарне випромінювання з поверхні тіла в усіх напрямках напівсферичного простору і за всіма довжинами хвиль спектра називається **інтегральним випромінюванням** чи **повним променистим потоком**, позначається  $Q$  і вимірюється у ватах (Вт).

Інтегральний променистий потік, який випромінюється одиницею поверхні в усіх напрямках, називається **густиною інтегрального випромінювання** і позначається  $E$

$$E = Q / F, \quad (2.151)$$

де  $Q$  – повний променистий потік, Вт;

$F$  – площа поверхні, м<sup>2</sup>.

Густина інтегрального випромінювання  $E$  вимірюється у ватах на метр у квадраті (Вт/м<sup>2</sup>).

Кожне тіло здатне не тільки випромінювати, але і відбивати, поглинати і пропускати через себе промені, що падають від іншого тіла. Позначимо загальну кількість променистої енергії, що падає на тіло, через  $Q$ , частину енергії, яка поглинається тілом, через  $A$ , частину, яка

відбивається, через  $R$ , а частину, яка проходить крізь тіло, через  $D$ . Тоді

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D \quad (2.152)$$

або

$$A + R + D = 1. \quad (2.153)$$

Величину  $A$  називають *коефіцієнтом поглинання*. Він являє собою відношення променистої енергії, що поглинається, до всієї променистої енергії, що падає на тіло.

Величину  $R$  називають *коефіцієнтом відбивання*.  $R$  дорівнює відношенню променистої енергії, яка відбивається, до усієї, що падає на тіло.

Величину  $D$  називають *коефіцієнтом пропускання*.  $D$  дорівнює відношенню променистої енергії, яка пройшла крізь тіло, до всієї променистої енергії, що падає на тіло.

Для більшості твердих тіл, що практично не пропускають крізь себе променисту енергію,  $A + R = 1$ .

Якщо поверхня поглинає всі промені, що падають на неї, тобто  $A=1$ ,  $R=0$  і  $D=0$ , то таку поверхню називають *абсолютно чорною*.

Якщо поверхня відбиває цілком усі промені, що падають на неї, то таку поверхню називають *абсолютно білою*. При цьому  $R=1$ ,  $A=0$ ,  $D=0$ .

Якщо тіло є абсолютно прозорим для теплових променів, то  $D=1$ ,  $R=0$  і  $A=0$ . Таке тіло називається *абсолютно прозорим* або *діатермічним*.

Якщо поверхня відбиває промені під тим же кутом, під яким вони падають на неї, то таку поверхню називають *дзеркальною*. Якщо падаючий промінь при відбиванні розщеплюється на безліч променів, що йдуть за всілякими напрямками, то таке відбивання називають *дифузним* а поверхню – *матовою* (наприклад, поверхня крейди).

Якщо тіло в однаковому ступені поглинає промені, що падають, у всіх довжинах хвиль при будь-яких температурах, то воно називається *сірим*, у протилежному випадку – *кольоровим*.

У природі абсолютно чорних, білих і прозорих тіл не існує, проте поняття про них є дуже важливим для порівняння з реальними поверхнями. Кварц для теплових променів непрозорий, а для світлових і ультрафіолетових променів прозорий. Кам'яна сіль прозора для теплових променів і непрозора для ультрафіолетових променів. Віконне скло



прозоре для світлових променів, а для ультрафіолетових і теплових майже непрозоре. Біла поверхня (тканина, фарба) добре відбиває лише видимі промені, а теплові промені поглинає також добре, як і темна. Таким чином, властивість тіл поглинати чи відбивати теплові промені залежать в основному від стану поверхні, а не від її кольору. Реальні тіла приблизно можна вважати сірими, при цьому у металів коефіцієнт поглинання (середній за довжинами хвиль) зростає зі збільшенням температури, а у неметалів знижується.

При дослідженні променистих потоків велике значення має розподіл енергії, що випромінюється абсолютно чорним тілом, за окремими довжинами хвиль спектра. Кожній довжині хвилі променів при визначеній температурі відповідає визначена інтенсивність випромінювання –  $I_{s\lambda}$  (індекс «s» означає, що дана величина відноситься до абсолютно чорного тіла). Інтенсивність випромінювання чи спектральна (монохроматична) інтенсивність абсолютно чорного тіла являє собою густину променистого потоку тіла для довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ , яку віднесено до інтервалу довжин хвиль  $d\lambda$ , що розглядається, тобто

$$I_{s\lambda} = \frac{dE_s}{d\lambda}. \quad (2.154)$$

Інтенсивність інтегрального випромінювання будь-якого тіла в загальному випадку дорівнює відношенню густини інтегрального випромінювання даного тіла до довжини хвилі

$$I_\lambda = \frac{E}{\lambda}. \quad (2.155)$$

Інтенсивність інтегрального випромінювання вимірюється у ватах на метр в кубі ( $\text{Вт}/\text{м}^3$ ).

### 2.3.2 Основні закони теплового випромінювання

#### Закон Планка

Інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла  $I_{s\lambda}$  і будь-якого реального тіла  $I_\lambda$  залежать від температури і довжини хвилі.

Абсолютно чорне тіло при даній температурі випускає промені всіх довжин хвиль від  $\lambda=0$  до  $\lambda=\infty$ . Якщо яким-небудь чином відокремити промені з різними довжинами хвиль один від одного і вимірити енергію кожного променя, то виявиться, що розподіл енергії уздовж спектра непостійний.

Через збільшення довжини хвилі енергія променів зростає, при деякій довжині хвилі досягає максимуму, потім убуває. Крім того, для променя однієї і тієї ж довжини хвилі його енергія збільшується зі зростанням температури тіла, що випускає промені (рис. 2.17).

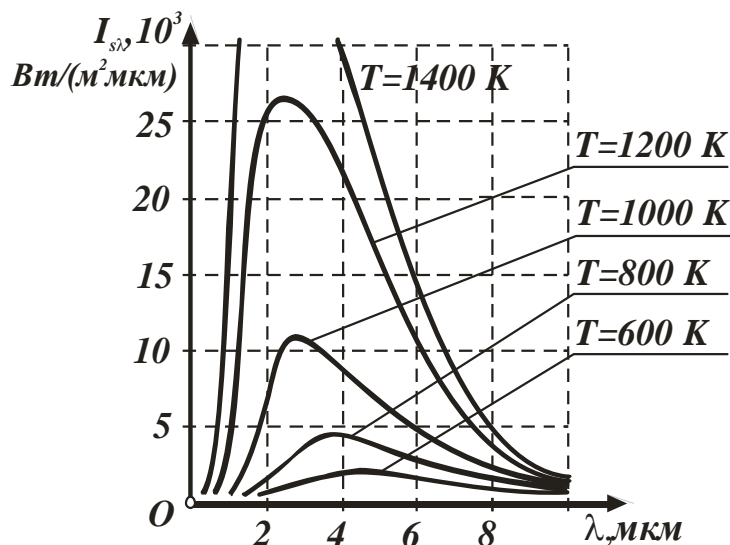


Рисунок 2.17 – Залежність інтенсивності випромінювання від довжини хвилі при різних температурах

Планк встановив наступний закон зміни інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла в залежності від температури і довжини хвилі:

$$I_{s\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1}, \quad (2.156)$$

де  $e$  – основа натурального логарифму;

$C_1 = 3,74 \times 10^{-16} \text{ Вт}/\text{м}^2$  – перша постійна Планка;

$C_2 = 1,44 \times 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$  – друга постійна Планка;

$\lambda$  – довжина хвилі, м;

$T$  – температура тіла, яке випромінює, К.

З рисунку 2.17 видно, що для будь-якої температури інтенсивність випромінювання  $I_{s\lambda}$  зростає від нуля (при  $\lambda=0$ ) до свого найбільшого

значення, а потім зменшується до нуля (при  $\lambda=\infty$ ). При підвищенні температури інтенсивність випромінювання для кожної довжини хвилі зростає.

### **Закон зсуву Віна**

З рисунку 2.17 випливає, що максимуми кривих інтенсивності випромінювання  $I_{s\lambda}$  з підвищенням температури зміщаються у бік більш коротких хвиль. Довжина хвилі  $\lambda_{max s}$ , що відповідає максимальному значенню  $I_{s\lambda}$ , визначається законом зсуву Віна:

$$\lambda_{max s} = 2,9/T. \quad (2.157)$$

Тобто згідно із законом Віна *зі збільшенням температури  $T$  довжина хвилі  $\lambda_{max s}$  зменшується.*

За допомогою даного закону зсуву Віна можна вимірювати високі температури тіл на відстані, наприклад, температури розплавлених металів, космічних тіл й ін.

### **Закон Стефана-Больцмана**

Планк встановив, що кожній довжині хвилі відповідає певна інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла (див. рівняння (2.156)), що збільшується зі зростанням температури. Тепловий потік, який випромінюється одиницею поверхні чорного тіла в інтервалі довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ , може бути визначений з рівняння (2.154)

$$dE_s = I_{s\lambda} \cdot d\lambda. \quad (2.158)$$

Після підстановки в рівняння (2.158) закону Планка й інтегрування в межах від  $\lambda=0$  до  $\lambda=\infty$  отримаємо, що *густина інтегрального випромінювання абсолютно чорного тіла  $E_s$  прямо пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури (закон Стефана-Больцмана)*

$$E_s = C_s \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.159)$$

де  $C_s=5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  – *коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла.*

Усі реальні тіла, які використовуються в техніці, не є абсолютно

чорними і при одній і тій же температурі випромінюють менше енергії, чим абсолютно чорне тіло. Випромінювання реальних тіл, як абсолютно чорного, також залежить від температури і довжини хвилі. Щоб закони випромінювання чорного тіла можна було застосувати для реальних тіл, введено поняття про *сіре тіло* і *сіре випромінювання*. Під сірим розуміють таке випромінювання, яке аналогічно випромінюванню чорного тіла має безперервний спектр, але інтенсивність променів для кожної довжини хвилі  $I_\lambda$  при будь-якій температурі складає незмінну частку від інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла  $I_{s\lambda}$ , тобто існує відношення

$$\frac{I_\lambda}{I_{s\lambda}} = \varepsilon = \text{const} . \quad (2.160)$$

Величину  $\varepsilon$  називають ступенем чорноти. **Ступінь чорноти** – це відношення випромінювання сірого тіла до інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла при тій самій температурі. Ступінь чорноти  $\varepsilon$  залежить від фізичних властивостей тіла, і для сірих тіл він завжди менше одиниці. У таблиці *Л.1* додатка *Л* наведено ступінь чорноти деяких матеріалів.

Більшість реальних твердих тіл з певним ступенем точності можна вважати сірими тілами, а їх випромінювання – сірим випромінюванням. Енергія інтегрального випромінювання сірого тіла дорівнює

$$E = \varepsilon E_s = C \left( \frac{T}{100} \right)^4 , \quad (2.161)$$

Тобто випромінювальна здатність сірого тіла складає частку, рівну  $\varepsilon$  від випромінювальної здатності чорного тіла.

Величину  $C$  називають **коефіцієнтом випромінювання сірого тіла** і визначають за рівнянням

$$C = \varepsilon C_s . \quad (2.162)$$

Величина  $C$  реальних тіл у загальному випадку залежить не тільки від фізичних властивостей тіла, але і від стану поверхні чи від її шорсткості, а також від температури і довжини хвилі. При розрахунках значення коефіцієнтів випромінювання  $C$  і ступенів чорноти  $\varepsilon$  тіл беруть з

довідкових таблиць (див. табл. *Л.1* додатка *Л*).

### **Закон Кірхгофа**

Цей закон встановлює кількісний взаємозв'язок між енергіями випромінювання і поглинання для сірого і абсолютно чорного тіла.

Для всякого тіла випромінювальна  $E$  і поглинальна  $A$  здатності залежать від температури і довжини хвилі. Різні тіла мають різні значення  $E$  і  $A$ . Залежність між ними встановлюється законом Кірхгофа:

$$E = E_s A \quad \text{àáî} \quad \frac{E}{A} = E_s = \frac{E_s}{A_s} = C_s \left( \frac{T}{100} \right)^4. \quad (2.163)$$

*Відношення випромінювальної здатності тіла  $E$  до його поглинальної здатності  $A$  однакове для всіх сірих тіл, що знаходяться при однакових температурах і дорівнює випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла при тій самій температурі.*

Із закону Кірхгофа випливає, що якщо тіло має малу поглинальну здатність, то воно одночасно має і малу випромінювальну здатність (наприклад, поліровані метали). Абсолютно чорне тіло, яке максимальну поглинальну здатність, має й найбільшу випромінювальну здатність.

Закон Кірхгофа залишається справедливим і для монохроматичного випромінювання. Відношення інтенсивності випромінювання тіла при певній довжині хвилі до його поглинальної здатності при тій же довжині хвилі для всіх тіл є однаковим, якщо тіла знаходяться при однакових температурах, і чисельно дорівнює інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла при тій же довжині хвилі і температурі, тобто є функцією тільки довжини хвилі і температури:

$$\frac{E_\lambda}{A_\lambda} = I_{s\lambda} = f(\lambda, T). \quad (2.164)$$

Таким чином, тіло, яке випромінює енергію при якій-небудь довжині хвилі, має здатність поглинати її при цій же довжині хвилі. Якщо тіло не поглинає енергію в якійсь частині спектра, то воно в цій частині спектра і не випромінює.

Із закону Кірхгофа також випливає, що ступінь чорноти сірого тіла  $\epsilon$  при одній і тій же температурі чисельно дорівнює коефіцієнту поглинання  $A$ :

$$\varepsilon = \frac{I_{\lambda}}{I_{s\lambda}} = \frac{E_{\lambda}}{E_{s\lambda}} = \frac{C}{C_{s\lambda}} = A. \quad (2.165)$$

### Закон Ламберта

Промениста енергія, яка випромінюється тілом, поширюється у просторі за різними напрямками з різною інтенсивністю. Вона залежить від напрямку, що визначається кутом  $\varphi$ , який цей напрямок утворює з нормаллю до поверхні. Закон, що встановлює залежність інтенсивності випромінювання від напрямку, називається *законом Ламберта*. Цей закон встановлює, що *максимальне випромінювання  $E_n$  має місце в напрямку нормалі до поверхні*. Кількість енергії  $E_{\varphi}$ , яка випромінюється під кутом  $\varphi$  до нормалі, пропорційна косинусу кута  $\varphi$ :

$$E_{\varphi} = E_n \cos \varphi. \quad (2.166)$$

Отже, найбільша кількість енергії випромінюється в напрямку, перпендикулярному до поверхні випромінювання, тобто при ( $\varphi=0$ ). Зі збільшенням  $\varphi$  кількість променистої енергії зменшується і при  $\varphi=90^\circ$  дорівнює нулю. Закон Ламберта цілком справедливий для абсолютно чорного тіла і для тіл, що мають дифузне випромінювання при  $\varphi=0-60^\circ$ .

Для полірованих поверхонь закон Ламберта не застосовується. Для них випромінювання при куті  $\varphi>0$  буде більшим, ніж у напрямку, нормальному до поверхні.

### 2.3.3 Теплообмін випромінюванням між тілами

Визначення кількості теплоти, яка передається випромінюванням між тілами, являє собою дуже складну задачу, тому що при її розв'язанні необхідно враховувати температури і ступені чорноти тіл, які беруть участь у теплообміні, форми, розміри, взаємне розташування і відстань між ними. Аналітичне рішення даної задачі можливо лише в окремих випадках. Розглянемо два з них:

- 1) *тіла мають форму пластин;*
- 2) *розташування поверхонь тіл концентричне.*

У *першому випадку* ми маємо два непрозорих тіла ( $D=0$ ) у формі пластин, які розташовані паралельно і відокремлені діатермічним

(прозорим) середовищем. Площа поверхні пластин  $F$  велика в порівнянні з відстанню між ними, тому випромінюванням у простір від торцевих країв пластин можна зневажати. Температура, поверхнева густина випромінювання, коефіцієнти поглинання і ступені чорноти, відповідно, дорівнюють  $T_1, E_1, A_1, \varepsilon_1$  і  $T_2, E_2, A_2, \varepsilon_2$ . Конвекція між поверхнями пластин відсутня, і режим променистого теплообміну являється стаціонарним. Прийнемо, що  $T_1 > T_2$ .

Густина теплового потоку за рахунок випромінювання між паралельними пластинами визначається за рівнянням

$$E = C_{\text{в}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.167)$$

де  $C_{\text{в}}$  – наведений коефіцієнт випромінювання, який розраховується за рівнянням

$$C_{\text{в}} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 - 1/C_s}, \quad (2.168)$$

де  $C_1, C_2, C_s$  – коефіцієнти випромінювання 1-, 2-го і абсолютно чорного тіла.

Замість наведеного коефіцієнта випромінювання в розрахунках можна застосовувати наведений коефіцієнт чорноти системи тіл  $\varepsilon_{\text{в}}$ :

$$C_{\text{в}} = \varepsilon_{\text{в}} C_s. \quad (2.169)$$

Коефіцієнт чорноти системи тіл  $\varepsilon_{\text{в}}$  розраховується за рівнянням

$$\varepsilon_{\text{в}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}. \quad (2.170)$$

У цьому випадку рівняння (2.167) має вид:

$$E = \frac{\left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/C_1 + 1/C_2 - 1/C_s} = \frac{C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}. \quad (2.171)$$

Згідно з рівнянням (2.151) повне інтегральне випромінювання  $Q$  дорівнює

$$Q = E F. \quad (2.172)$$

Повний потік теплоти, яка передається випромінюванням від гарячого тіла більш холодному, пропорційний площі поверхні тіла  $F$ , наведеному коефіцієнту теплового випромінювання системи тіл  $\epsilon_{np}$  і різниці четвертих ступенів абсолютних температур тел.

Розглянемо *другий випадок*, тобто теплообмін між тілами, коли один з них (площа поверхні  $F_1$ ) знаходиться всередині іншого (площа поверхні  $F_2$ ). Поверхня внутрішнього тіла опукла, а внутрішня поверхня зовнішнього тіла увігнута. У цьому випадку частина випромінювання поверхні, всередині якої знаходиться менша поверхня, потрапляє на першу поверхню; інша енергія сприймається самою ж поверхнею. Кількість теплоти, що випромінюється внутрішнім тілом зовнішньому тілу, визначається за рівнянням

$$Q = F_1 C_{i\ddot{o}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.173)$$

де  $C_{np}$  – наведений коефіцієнт випромінювання даної системи тіл, який розраховується за рівнянням

$$C_{i\ddot{o}} = \frac{1}{1/C_1 + F_1/F_2 (1/C_2 - 1/C_s)}, \quad (2.174)$$

де  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_s$  – коефіцієнти випромінювання 1-, 2-го і абсолютно чорного тіла.

Відповідно, ступінь чорноти даної системи тіл розраховується за рівнянням

$$\epsilon_{i\ddot{o}} = \frac{1}{1/\epsilon_1 + F_1/F_2 (1/\epsilon_2 - 1)}. \quad (2.175)$$

Тоді повний тепловий потік системи тіл, коли один з них розташований всередині іншого, дорівнює



$$Q = \frac{F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/C_1 + F_1/F_2 (1/C_2 - 1/C_s)} = \frac{F_1 C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/\varepsilon_1 + F_1/F_2 (1/\varepsilon_2 - 1)}. \quad (2.176)$$

Якщо перша поверхня мала в порівнянні з другою поверхнею, то відношення  $F_1/F_2$  наближається до нуля, а рівняння теплообміну (2.176) набуває виду:

$$Q = C_1 F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = F_1 \varepsilon_1 C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.177)$$

*Теплообмін між двома довільно розташованими тілами* може бути розрахований за рівнянням

$$Q = \varphi_{1,2} C_{\text{в}} F \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \varphi_{1,2} \varepsilon_{\text{в}} C_s F \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.178)$$

де  $\varphi_{1,2}$  – **коефіцієнт опромінення тіла**, який враховує частку випромінювання першого тіла, що сприймається другим.

Коефіцієнт опромінення тіла називають також кутовим коефіцієнтом випромінювання. Це чисто геометричний фактор, що залежить від форми, розмірів тіл і їх взаємного розташування. Розрізняють коефіцієнт опромінення першим тілом другого  $\varphi_{1,2}$  і коефіцієнт опромінення другим тілом першого  $\varphi_{2,1}$ . При цьому  $\varphi_{1,2} F_1 = \varphi_{2,1} F_2$ . Коефіцієнт опромінення визначається аналітично або експериментально. Для більшості окремих випадків значення коефіцієнта опромінення тіл наводяться у довідниках.

Якщо все випромінювання одного тіла потрапляє на інше, то  $\varphi_{1,2} = 1$ .

У наближених розрахунках теплообміну між двома довільно розташованими тілами величину наведеного коефіцієнта ступеня чорноти  $\varepsilon_{np}$  можна розраховувати за рівнянням

$$\varepsilon_{np} = \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (2.179)$$

З наведених вище формул для розрахунку  $Q$  випливає, що для інтенсифікації теплообміну випромінюванням необхідно збільшувати температуру тіла, яке випромінює, і збільшувати ступінь чорноти системи тіл.

У техніці зустрічаються випадки, коли прагнуть зменшити вплив теплообміну випромінюванням: наприклад, при огороженні від дії теплових променів людей, які працюють біля поверхні з високою температурою, при огороженні від променистої енергії окремих частин машин і приладів, зокрема термометрів, призначених для виміру температур холодних газів, й ін. Якщо в цих випадках не можна знизити тепловіддачу випромінюванням за рахунок зменшення температури чи ступеня чорноти тіла, яке випромінює, то використовують **екрани** – тонкі металеві плоскі чи циліндричні пластини, які встановлюють на шляху променів між гарячими і холодним тілами. Екрани зменшують температурний напір, а відповідно, і кількість теплоти, яка передається випромінюванням.

Виявляється, що при наявності одного екрана кількість теплоти, що передається між тілами, зменшується у 2 рази, при наявності двох екранів – у 3 рази, при наявності  $n$  екранів – у  $(n+1)$  разів, тобто

$$Q_{1-2} = \frac{1}{n+1} Q_{1-2}. \quad (2.180)$$

Цим, зокрема, пояснюються такі факти, що дверцята топкових пристроїв виробляють звичайно з декількох сталевих листів; термопари, що вимірюють температуру газу, роблять з екранними щитками, які захищають гарячий спай від променистої енергії з боку нагрітих поверхонь.

Іноді треба визначити температуру поверхні екрана. Для цього розглянемо захисну дію екрана на прикладі. Дві поверхні рівнобіжні, причому  $T_1 > T_2$ . Площі поверхонь і екрана вважаємо однаковими. Допускаємо, що коефіцієнти випромінювання поверхонь і екрана рівні між собою. Тоді наведені коефіцієнти випромінювання між поверхнями без екрана, між 1-ю поверхнею й екраном і 2-ю поверхнею й екраном рівні між собою, тобто  $C_{12} = C_{1екр} = C_{екр2} = C_{пр}$ .

Визначимо густину променистого потоку, який передається від першої поверхні до другої без екрана (див. рівняння ( 2.167)):

$$E_{12} = C_{пр} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.181)$$

густину променистого потоку, який передається від першої поверхні до екрана:

$$E_{1\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}} = C_{\dot{i}\dot{o}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}}{100} \right)^4 \right], \quad (2.182)$$

густину променистого потоку, який передається від екрана до другої поверхні:

$$E_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}2} = C_{\dot{i}\dot{o}} \left[ \left( \frac{T_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.183)$$

При стаціонарній тепловій рівновазі  $E_{1\text{екр}} = E_{\text{екр}2}$ , а  $E_{1\text{екр}} + E_{\text{екр}2} = E_{12}$ . Тоді можна встановити температуру екрана за наступним рівнянням

$$\left( \frac{T_{\dot{a}\dot{e}\dot{\delta}}}{100} \right)^4 = \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] / 2. \quad (2.184)$$

### 2.3.4 Випромінювання газів

Випромінювання газоподібних тіл різко відрізняється від випромінювання твердих і рідких тел. Випромінювання твердих і рідких тіл залежить, у першу чергу, від стану поверхні тіла, а гази випромінюють енергію по всьому об'єму, тобто у випромінюванні беруть участь усі частки газу.

Одно- і двоатомні гази ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $Ar$ ,  $He$  й ін.) мають зовсім малу випромінювальну здатність і коефіцієнт поглинання. Ці гази вважаються прозорими для теплових променів. Три- і багатоатомні гази ( $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $NO_2$ ,  $SO_2$  й ін.) мають значну випромінювальну здатність, а отже, і коефіцієнт поглинання.

На відміну від твердих тіл гази випромінюють і поглинають енергію тільки на певних довжинах хвиль, тобто випромінювання має селективний характер, і спектр випромінювання не є безперервним. Це явище використовують для визначення складу газів.

Найбільший інтерес викликають дані про випромінювання  $CO_2$  і водяної пари, які утворюються при спалюванні палива. Інтенсивністю їх

випромінювання, в основному, визначається теплообмін між розпеченими газоподібними продуктами згорання і тілами, що обігріваються, в топках і печах.

Так як гази випромінюють і поглинають випромінювання по всьому об'єму, то інтенсивність випромінювання газів залежить від парціального тиску газу  $P$  і товщини газового шару  $l$ . Зазвичай коефіцієнти теплового випромінювання газів  $\varepsilon$  наводять у виді залежності  $\varepsilon$  від добутку  $Pl$ . Величина  $l$  являється одночасно і товщиною газового шару, і довжиною шляху променя, який пронизує газовий об'єм. На рисунках *M.1* і *M.2* додатка *M* наведено залежності коефіцієнтів теплового випромінювання двооксиду вуглецю  $\varepsilon(\text{CO}_2)$  і водяної пари  $\varepsilon(\text{H}_2\text{O})$  від температури при різних значеннях  $Pl$ .

Для водяної пари у зв'язку зі здатністю її молекул до асоціації вплив  $P(\text{H}_2\text{O})$  є більшим ніж  $l$ , тому значення  $\varepsilon(\text{H}_2\text{O})$ , знайдене за номограмою (див. рис. *M.2* додатка *M*), слід помножити на поправковий коефіцієнт  $\beta$  (рис. *M.3* додатка *M*), який залежить від парціального тиску  $P(\text{H}_2\text{O})$ .

Двооксид вуглецю і водяна пара зазвичай містяться у топкових газах одночасно. У цьому випадку коефіцієнт випромінювання цих газів визначається за рівнянням

$$\varepsilon_2 = \varepsilon(\text{CO}_2) + \beta \varepsilon(\text{H}_2\text{O}). \quad (2.185)$$

У газах в топкових пристроях можлива наявність золи і сажі, що значною мірою збільшує коефіцієнт випромінювання об'єму, і має враховуватися окремо.

Товщину шари  $l$  газового об'єму, що випромінює, визначають за спеціальними рекомендаціями, які наводяться в довідковій літературі.

Розрахунок теплообміну випромінюванням між газом і стінками каналу є дуже складним і виконується за допомогою цілого ряду графіків і таблиць. Більш простий і цілком надійний метод розрахунку було розроблено Шаком. Він запропонував рівняння для поверхневої густини променистого потоку газів у середовищі з температурою 0 К:

$$E_{\hat{N}2} = 8,78 \sqrt[3]{Pl} \left( \frac{T}{100} \right)^{3,5}, \quad (2.186)$$

$$E_{i_2 i} = 87,8 P^{0,8} l^{0,6} \left( \frac{T}{100} \right)^3, \quad (2.187)$$

де  $P$  – парціальний тиск, МПа;

$l$  – середня товщина шару газу, м;

$T$  – середня температура газів, К.

За цими же рівняннями обчислюється променистий потік, який поглинається газами від стінок каналу, але тоді підставляється середня температура стінок каналу.

Поверхневу густину променистого потоку, який сприймається стінками каналу в результаті теплообміну випромінюванням між газом і стінкою, знаходиться за рівнянням

$$E_{випр} = (E_2 - E_{cm}), \quad (2.188)$$

де  $E_2$  – поверхнева густина променевого потоку, який випромінюється вуглекислим газом і водяною парою при середній температурі газу;

$E_{cm}$  – поверхнева густина променевого потоку, який поглинається вуглекислим газом і водяною парою при середній температурі стінок каналу.

Коефіцієнт тепловіддачі випромінюванням визначається за рівнянням

$$\alpha_{\hat{a}\hat{i}\hat{o}} = \frac{E_{\hat{a}\hat{i}\hat{o}}}{\hat{O}_{\hat{a}} - \hat{O}_{\hat{n}\hat{o}}}, \quad (2.189)$$

де  $T_2$  і  $T_{cm}$  – абсолютні температури газу і стінки, К.

Для практичних розрахунків при визначенні *теплообміну між газом і стінками каналу* можна використовувати також наступне рівняння

$$E_{\hat{a}\hat{i}\hat{o}} = \varepsilon'_{\hat{n}\hat{o}} C_s \left[ \varepsilon_{\hat{a}} \left( \frac{T_{\hat{a}}}{100} \right)^4 - \varepsilon'_{\hat{a}} \left( \frac{T_{\hat{n}\hat{o}}}{100} \right)^4 \right], \quad (2.190)$$

де  $\varepsilon'_{cm}$  – наведена ступінь чорноти стінки, яка враховує внутрішнє випромінювання газів, розраховується за рівнянням

$$\varepsilon'_{\tilde{n}\delta} = \frac{\varepsilon_{\tilde{n}\delta} + 1}{2}; \quad (2.191)$$

$T_2$  – середня температура газу, К;

$T_{cm}$  – середня температура стінок каналу, К;

$\varepsilon'_2$  – ступінь чорноти газу при температурі стінок каналу, визначається за рівнянням (2.185);

$\varepsilon_2$  – відношення поверхневої густини променевого потоку газу до поверхневої густини променевого потоку абсолютно чорного тіла, тобто  $\varepsilon_2 = E_2/E_s$ ,  $\varepsilon_2$  визначається за рівнянням

$$\varepsilon_2 = \varepsilon(CO_2) + \beta \varepsilon(H_2O) - \Delta\varepsilon_2, \quad (2.192)$$

де величини  $\varepsilon(CO_2)$ ,  $\varepsilon(H_2O)$  і  $\beta$  визначаються за графіками *M.1*, *M.2* і *M.3* додатка *M*,

$\Delta\varepsilon_2$  – поправка, що враховує взаємне поглинання енергії випромінювання газами, для димових газів вона зазвичай дорівнює 2...4%, тому її не враховують.

Потім  $E_{випр}$  використовують для визначення коефіцієнта тепловіддачі випромінюванням за рівнянням (2.189).

### 2.3.5 Складний теплообмін

Розподіл переносу теплоти на теплопровідність, конвекцію і випромінювання дуже зручно для вивчення цих процесів. У дійсності дуже часто зустрічається **складний теплообмін**, при якому теплота передається двома чи навіть усіма трьома способами одночасно.

Найбільш розповсюдженим випадком теплообміну є **тепловіддача від поверхні до газу** чи від газу до поверхні. При цьому теплота переноситься конвекцією за рахунок контакту поверхні з газом, який її омиває. Крім того, сама поверхня випромінює і поглинає енергію, при цьому спостерігається обмін потоками випромінювання з газом і навколишніми предметами. У цьому випадку сумарний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює

$$\alpha_{заг} = \alpha_{конв.} + \alpha_{випр.} \quad (2.193)$$

Звичайно вважають, що конвекція і випромінювання не впливають один на одного. Коефіцієнт тепловіддачі конвекцією  $\alpha_{\text{конв.}}$  визначають за допомогою теорії подоби (див. підрозділ 2.2.2), а коефіцієнтом тепловіддачі випромінюванням  $\alpha_{\text{випр.}}$  розраховують за рівнянням (2.189). Як показують розрахунки, навіть при низьких температурах внесок випромінювання до теплообміну між поверхнею і газом може бути значним, особливо при низькій інтенсивності тепловіддачі конвекцією.

У ряді випадків однією зі складових можна зневажити. Наприклад, зі збільшенням температури різко зростає тепловий потік випромінюванням, тому в топках парових котлів і печей, де швидкості плинущ газів невеликі, а температури більш  $1000^\circ\text{C}$ , можна зневажити коефіцієнтом тепловіддачі конвекцією  $\alpha_{\text{конв.}}$ . І, навпаки, при теплообміні поверхні з потоком краплинної рідини, де переважає конвективний теплообмін, випромінюванням можна зневажити.

Інший дуже розповсюджений випадок складного теплообміну – **перенос теплоти від одного теплоносія до іншого через відокремлювальну стінку**. Такий процес називається теплопередачею, він поєднує всі розглянуті нами елементарні процеси передачі теплоти.

Теплопередача складається з трьох етапів, причому на першому і третьому при визначенні інтенсивності передачі теплоти необхідно враховувати не тільки конвекцію, а і випромінювання. Загальний коефіцієнт тепловіддачі на цих етапах визначається за рівнянням (2.193). Тоді загальний коефіцієнт теплопередачі у випадку плоскості багаточарової стінки буде дорівнювати

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{1\text{випр.}}} + \alpha_{1\text{конв.}} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{2\text{випр.}}} + \alpha_{2\text{конв.}}}. \quad (2.194)$$

Важливо підкреслити, що коефіцієнт теплопередачі ніколи не може бути більше  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і  $\lambda/\delta$ . Найбільш сильно він залежить від найменшого з цих значень.

### 2.3.6 Питання для самоконтролю

1 Назвіть основні відмінності теплообміну випромінюванням від конвекцій та теплопровідності.

- 2 Сформулюйте закони теплового випромінювання: закон Планка, Віна, Стефана-Больцмана.
- 3 Сформулюйте і запишіть закони Кірхгофа, Ламберта.
- 4 Дайте поняття видів теплового випромінювання.
- 5 Поясніть визначення «абсолютно чорне тіло», «абсолютно біле тіло», коефіцієнт поглинання та випромінювання абсолютно чорного тіла.
- 6 Пояснити фізичний зміст поняття «сіре тіло», селективне випромінювання.
- 7 Запишіть формулу теплообміну між тілами, які вільно розташовані у просторі.
- 8 У чому полягають особливості випромінювання газів?
- 9 Вкажіть особливості складного теплообміну.

## 2.4 Приклади розв'язання задач

**Приклад 2.1.** Визначити тепловий потік, який проходить через одиницю довжини стінки камери згорання діаметром 180 мм, якщо товщина стінки 2,5 мм, коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки 34,9 Вт/(м·К). Температури поверхонь стінки, відповідно, дорівнюють 1200°C і 600°C.

*Розв'язання.* Згідно з умовою задачі процес теплопровідності протікає через циліндричну стінку, тому розраховуємо густину теплового потоку за формулою

$$q_l = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 34,9 \cdot 1 \cdot (1200 - 600)}{\ln \frac{0,18 + 2 \cdot 0,0025}{0,18}} = 4,815 \cdot 10^6 \text{ Вт/м.}$$

**Приклад 2.2.** Визначити температури на поверхнях шарів стінки камери згорання та на зовнішній поверхні, якщо діаметр камери 190 мм, товщина захисного покриття 1 мм, його коефіцієнт теплопровідності 1,15 Вт/(м·К), товщина стінки 2 мм, її коефіцієнт теплопровідності 372 Вт/(м·К). Тепловий потік на одиницю довжини складає 40 750 Вт, температура на поверхні покриття з боку камери – 1200°C.

*Розв'язання.* Запишемо рівняння для теплового потоку через кожний шар двошарової циліндричної стінки:



$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_i \cdot (t_{\tilde{n}\delta 1} - t_\phi)}{\ln \frac{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta}}{d}}; \quad Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda_{\tilde{n}\delta} \cdot (t_\phi - t_{\tilde{n}\delta 2})}{\ln \frac{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta} + 2 \cdot \delta_\phi}{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta}}}$$

Знайдемо з них температури на поверхні шару стінки камери згорання і на зовнішній поверхні:

$$t_\phi = t_{\tilde{n}\delta 1} - \frac{q_l}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln \frac{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta}}{d} = 1200 - \frac{40750}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,15} \cdot \ln \frac{0,19 + 2 \cdot 0,001}{0,19} = 609^\circ \text{C}.$$

$$\begin{aligned} t_{\tilde{n}\delta 2} &= t_\phi - \frac{q_l}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\tilde{n}\delta}} \cdot \ln \frac{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta} + 2 \cdot \delta_\phi}{d + 2 \cdot \delta_{\tilde{n}\delta}} = \\ &= 609 - \frac{40750}{2 \cdot 3,14 \cdot 372} \cdot \ln \frac{0,192 + 2 \cdot 0,002}{0,192} = 608,6^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

**Приклад 2.3.** Неізолюваним трубопроводом діаметром 170/185 мм, який знаходиться на відкритому повітрі, протікає вода з середньою температурою  $95^\circ \text{C}$ , температура повітря складає  $-18^\circ \text{C}$ . Визначити втрати теплоти з 1 м трубопроводу і температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь цього трубопроводу, якщо коефіцієнт теплопровідності матеріалу труби дорівнює  $58,15 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ , коефіцієнт тепловіддачі від води до стінки труби –  $1395 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$  і від труби до повітря –  $14 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ .

**Розв'язання.** Тепловий потік розраховуємо за рівнянням

$$Q = \frac{3,14 \cdot 1 \cdot [95 - (-18)]}{\frac{1}{1395 \cdot 0,17} + \frac{1}{2 \cdot 58,15} \cdot \ln \frac{185}{170} + \frac{1}{14 \cdot 0,185}} = 907 \text{ Вт}.$$

Температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь трубопроводу визначаємо з рівняння для теплового потоку для кожної стадії теплопередачі:

$$t_{\tilde{n}\delta 1} = t_1 - \frac{Q}{\pi \cdot l} \cdot \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} = 95 - \frac{907}{3,14 \cdot 1} \cdot \frac{1}{1395 \cdot 0,17} = 93,8^\circ \text{C}.$$

$$t_{\tilde{n}\delta 2} = t_2 + \frac{Q}{\pi \cdot l} \cdot \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2} = -18 - \frac{907}{3,14 \cdot 1} \cdot \frac{1}{14 \cdot 0,185} = 93,5^\circ \text{C}.$$

**Приклад 2.4.** Стіна із червоної цегли товщиною 300 мм і  $\lambda=0,75 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$  має з одного боку  $t_{cm1}=22^\circ \text{C}$ , а з іншого  $t_{cm2}=-22^\circ \text{C}$ .

Знайти густину теплового потоку через стінку і глибину її промерзання  $\delta_1$  до температури  $t_\delta=0^\circ\text{C}$ , враховуючи теплопровідність цегли постійною.

**Розв'язання.** Густина теплового потоку визначається за рівнянням:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\text{н}\delta 1} - (-t_{\text{н}\delta 2})) = \frac{0,75}{0,3} (22 + 22) = 110 \text{ Вт/м}^2.$$

$$t_\delta = t_{\text{н}\delta 1} - q \frac{\delta_1}{\lambda} \Rightarrow q \frac{\delta_1}{\lambda} = t_{\text{н}\delta 1} - t_\delta \Rightarrow \delta_1 = \frac{(t_{\text{н}\delta 1} - t_\delta) \lambda}{q} = \frac{22 \cdot 0,75}{110} = 0,15 \text{ м.}$$

**Приклад 2.5.** Визначити коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік під час течії води у трубі діаметром 40 мм, довжиною 3 м зі швидкістю 1 м/с, якщо середня температура води  $80^\circ\text{C}$ , а температура стінки  $65^\circ\text{C}$ .

**Розв'язання.** Визначимо режим руху води у трубі. Фізичні параметри води при визначальній температурі, яка дорівнює  $80^\circ\text{C}$  (додаток *И*):

$$Pr = 2,21; \lambda = 67,5 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{К}; \nu = 0,365 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Критерій  $Pr_{cm}$  за даними додатка *И* при температурі стінки ( $65^\circ\text{C}$ ) складає  $Pr_{cm} = 2,74$ .

Знаходимо значення критерію Рейнольдса:

$$Re = \frac{1 \cdot 0,04}{0,365 \cdot 10^{-6}} = 1,095 \cdot 10^5 > 10^4.$$

Режим руху – турбулентний, тому вибираємо відповідне критеріальне рівняння:

$$Nu = 0,021 \cdot (1,095 \cdot 10^5)^{0,8} \cdot 2,21^{0,43} \cdot \left(\frac{2,21}{2,74}\right)^{0,25} = 616.$$

Визначаємо коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{616 \cdot 67,5 \cdot 10^{-2}}{0,04} = 10400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Відношення  $l/d = 3/0,04 = 75$ , тому поправка на довжину труби дорівнює 1. Визначаємо тепловий потік:

$$Q = 10400 \cdot 3,14 \cdot 0,04 \cdot 3 \cdot (80 - 65) = 58800 \text{ Вт}.$$

**Приклад 2.6.** Визначити коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік на одиницю довжини труби, яка знаходиться у поперечному потоці повітря. Діаметр труби 30 мм, температура її поверхні 80°C, температура повітря 20°C, швидкість руху 5 м/с.

**Розв'язання.** Фізичні параметри повітря при визначальній температурі, яка дорівнює 20°C (додаток Ж):

$$Pr = 0,703; \lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Знаходимо значення критерію Рейнольда:

$$Re = \frac{5 \cdot 0,03}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 9,96 \cdot 10^3.$$

Вибираємо критеріальне рівняння – теплообмін при поперечному обтіканні одиночної труби при  $Re > 10^3$ :

$$Nu = 0,216 \cdot (9,96 \cdot 10^3)^{0,6} = 55,2.$$

Визначаємо коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = \frac{55,2 \cdot 2,593 \cdot 10^{-2}}{0,03} = 47,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Тепловий потік на одиницю довжини труби:

$$q_l = 47,7 \cdot 3,14 \cdot 0,03 \cdot (80 - 20) = 270 \text{ Вт/м}.$$

**Приклад 2.7.** Гладка плита довжиною 1,5 м і шириною 1 м обдувається потоком повітря зі швидкістю 5 м/с. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік, який віддає плита повітря, якщо температура поверхні плити 110°C, а температура потоку повітря 20°C.

**Розв'язання.** Знаходимо фізичні параметри повітря при температурі 20°C (додаток Ж):

$$Pr = 0,703; \lambda = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \nu = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Знаходимо значення критерію Рейнольдса:

$$Re = \frac{5 \cdot 1,5}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 4,98 \cdot 10^5.$$

Вибираємо критеріальне рівняння – теплообмін при поперечному обтіканні поверхні при  $Re > 10^5$ :

$$Nu = 0,032 \cdot (4,98 \cdot 10^5)^{0,8} = 1155.$$

Коефіцієнт тепловіддачі та тепловий потік рівні:

$$\alpha = \frac{1155 \cdot 2,593 \cdot 10^{-2}}{1,5} = 20 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; \quad Q = 20 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot (110 - 20) = 2700 \text{ Вт}.$$

**Приклад 2.8.** Визначити коефіцієнт тепловіддачі від вертикальної стінки висотою 2 м повітря, якщо середня температура стінки  $120^\circ\text{C}$ , а температура повітря  $20^\circ\text{C}$ .

**Розв'язання.** Визначальна температура при вільній конвекції дорівнює

$$t = \frac{120 + 20}{2} = 70^\circ\text{C}.$$

Фізичні параметри повітря при температурі  $70^\circ\text{C}$  знаходимо з додатка Ж:

$$Pr = 0,694; \lambda = 2,96 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}; \quad \nu = 20,02 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$$

Визначаємо коефіцієнт об'ємного розширення:

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{70 + 273} = \frac{1}{343} \text{ К}^{-1}$$

Визначаємо значення добутку критерію Грасгоффа і Прандтля:

$$Gr \cdot Pr = \frac{9,81 \cdot 2^3 \cdot (120 - 20)}{343 \cdot (20,02 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0,694 = 39,55 \cdot 10^9.$$

Вибираємо критеріальне рівняння – теплообмін при вільній конвекції при  $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$ :

$$Nu = 0,135 \cdot (39,55 \cdot 10^9)^{0,33} = 460; \quad \alpha = \frac{460 \cdot 2,96 \cdot 10^{-2}}{2} = 6,82 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

**Приклад 2.9.** Визначити власну випромінювальну здатність стінки літучого апарата з коефіцієнтом випромінювання  $4,53 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ , якщо

температура поверхні стінки  $1027^{\circ}\text{C}$ . Визначити також ступінь чорноти стінки і довжину хвилі, що відповідає максимуму інтенсивності випромінювання.

**Розв'язання.** Випромінювальну здатність стінки літучого апарата визначаємо за рівнянням

$$E = C \left( \frac{T}{100} \right)^4 = 4,53 \cdot \left( \frac{1300}{100} \right)^4 = 1,256 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2.$$

Ступінь чорноти визначаємо з рівняння  $\epsilon C_s = C$ . Тоді

$$\epsilon = \frac{C}{C_s} = \frac{4,53}{5,77} = 0,785 \approx 0,8.$$

Довжину хвилі, що відповідає максимуму інтенсивності випромінювання, визначаємо із закону Віна:

$$\lambda_{max} = \frac{2,9}{T} = \frac{2,9}{1300} = 0,00223 \text{ мм} = 2,23 \text{ мкм}.$$

**Приклад 2.10.** Визначити променистий теплообмін між стінками судини Д'юара, всередині якої зберігається рідкий кисень, якщо на зовнішній поверхні внутрішньої стінки температура  $t_1 = -183^{\circ}\text{C}$ , а на внутрішній поверхні зовнішньої стінки  $t_2 = 17^{\circ}\text{C}$ . Стінки судини покриті шаром срібла, ступінь чорноти якого дорівнює 0,02; площі поверхонь стінок  $F_1 \approx F_2 \approx 0,1 \text{ м}^2$ .

**Розв'язання.** Спочатку розрахуємо наведений ступінь чорноти даної системи тіл:

$$\epsilon_{np} = \frac{1}{1/0,02 + 1/0,02 - 1} = \frac{1}{99}.$$

Кількість променистої енергії між рівнобіжними поверхнями можна визначити за рівнянням

$$Q = 0,1 \cdot \frac{1}{99} \cdot 5,77 \cdot \left[ \left( \frac{17 + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{-183 + 273}{100} \right)^4 \right] = 0,396 \text{ Вт}.$$

**Приклад 2.11.** У приміщенні встановлено циліндричний підігрівач (довжина 4 м, діаметр 1 м). Температура поверхні підігрівача 280°C, коефіцієнт випромінювання 4,9 Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). Розміри приміщення: довжина 8 м, ширина 4 м, висота 3 м, температура у приміщенні 22°C, коефіцієнт випромінювання стін 3 Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). Визначити тепловий потік між підігрівачем і поверхнями приміщення.

**Розв'язання.** Визначаємо площі поверхонь підігрівача і стін кімнати:

$$F_1 = 3,14 \cdot 4 \cdot 1 + (3,14 \cdot 1^2 / 4) \cdot 2 = 14,13 \text{ м}^2;$$

$$F_2 = 8 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 + 8 \cdot 4 \cdot 2 = 136 \text{ м}^2.$$

Тепловий потік визначаємо за рівнянням

$$Q = \frac{F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/C_1 + (F_1/F_2)(1/C_2 - 1/C_s)}$$

$$Q = \frac{14,13 \left[ \left( \frac{280 + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{22 + 273}{100} \right)^4 \right]}{1/4,9 + (14,13/136)(1/3 - 1/5,77)} = 52 \text{ Вт}.$$

## 2.5 Завдання для самостійного розв'язання

**Задача 2.1.** Плоска сталева стінка з  $\lambda_1=50$  Вт/(м·К) і товщиною  $\delta_1=0,02$  м ізолювана від теплових втрат шаром азбестового картону з  $\lambda_2=0,15$  Вт/(м·К) і товщиною  $\delta_2=0,2$  м, шаром пробки з  $\lambda_3=0,045$  Вт/(м·К) і  $\delta_3=0,1$  м. Визначити, якої товщини необхідно взяти шар пінобетону з  $\lambda=0,08$  Вт/(м·К) замість азбесту і пробки, щоб теплоізоляційні властивості стінки залишилися без змін.

**Розв'язок:**  $\delta_n=0,28$  м.

**Задача 2.2.** Сталева труба зі співвідношенням діаметрів  $d_1/d_2=200/220$  мм і коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda=50$  Вт/(м·К) покрита двошаровою ізоляцією. Товщина першого шару  $\delta_1=50$  мм,  $\lambda_1=0,2$  Вт/(м·К), другого шару –  $\delta_2=80$  мм,  $\lambda_2=0,1$  Вт/(м·К). Температура внутрішньої

поверхні труби  $327^{\circ}\text{C}$ , зовнішнього шару ізоляції –  $47^{\circ}\text{C}$ . Визначити погонний тепловий потік.

**Розв'язок:**  $q=94\text{ Вт/м}$ .

**Задача 2.3.** У скільки разів збільшиться термічний опір стінки сталевого змійовика, згорнутого з труби діаметром 38 мм, товщиною 2,5 мм, якщо покрити її шаром емалі? Вважати стінку плоскою. Коефіцієнт теплопровідності емалі  $1,05\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ .

**Розв'язок:** у 10 разів.

**Задача 2.4.** Плоска стінка з цегли, що розташована у топці, з однієї сторони омивається продуктами згорання палива з температурою  $t_1=1300^{\circ}\text{C}$ , а з іншого боку – повітрям приміщення з температурою  $t_2=20^{\circ}\text{C}$ . Коефіцієнти тепловіддачі конвекцією дорівнюють, відповідно,  $\alpha_1=150\text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ , і  $\alpha_2=50\text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ . Коефіцієнт теплопровідності стінки  $\lambda=0,6\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ , товщина стінки  $\delta=755\text{ мм}$ . Крім тепловіддачі конвекцією з боку продуктів згорання на стінку падає променистий тепловий потік, частина якого  $q_{\text{пром}}=10^3\text{ Вт/м}^2$  поглинається поверхнею стінки. Визначити густину теплового потоку, що проходить через стінку.

**Розв'язок:**  $q=1996\text{ Вт/м}^2$ .

**Задача 2.5.** Гладка сталева труба повітропідігрівача з внутрішньої сторони омивається димовими газами із середньою температурою  $320^{\circ}\text{C}$ , а ззовні – повітрям, причому повітря нагрівається від  $25$  до  $250^{\circ}\text{C}$ . Коефіцієнт теплопровідності сталі  $58\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ . Визначити: коефіцієнт теплопередачі, віднесений до одного погонного і одного квадратного метра зовнішньої поверхні труби, і кількість тепла, що передана трубою за 1 год., якщо: зовнішній діаметр труби – 51 мм; внутрішній діаметр труби – 48 мм; довжина труби – 4 м; наліт сажі всередині труби  $\delta=1\text{ мм}$ , коефіцієнт теплопровідності сталі –  $0,23\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ .

**Розв'язок:**  $K_u=0,232\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ;  $k=9,15\text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ ;  $Q=1069\text{ Вт}$ .

**Задача 2.6.** Визначити коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік під час руху повітря у трубі діаметром 56 мм, довжиною 2 м зі швидкістю 5 м/с, якщо середня температура повітря  $120^{\circ}\text{C}$ , а середня температура стінки труби  $100^{\circ}\text{C}$ .

**Розв'язок:**  $\alpha=9,14\text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$ ;  $Q=135\text{ Вт}$ .

**Задача 2.7.** Визначити коефіцієнт тепловіддачі від горизонтальної плити шириною 1 м, довжиною 3 м, якщо поверхня, яка віддає теплоту, повернута донизу, її температура  $125^{\circ}\text{C}$ , а температура повітря вдалині від плити  $15^{\circ}\text{C}$ .

**Розв'язок:**  $\alpha = 4,92 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

**Задача 2.8.** Визначити коефіцієнти тепловіддачі і питомі втрати теплоти з двох горизонтально розташованих паропроводів з діаметрами 200 і 100 мм, якщо температури їх стінок однакові і дорівнюють  $310^\circ\text{С}$ , а температура повітря вдалині від паропроводу  $26^\circ\text{С}$ .

**Розв'язок:**  $\alpha_1 = 8,24 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $q_1 = 2340 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ;

$\alpha_2 = 9,18 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $q_2 = 2610 \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

**Задача 2.9.** Сталеву заготовку з початковою температурою  $27^\circ\text{С}$  поставили у муфельну піч, температура стінок якої  $927^\circ\text{С}$ . Визначити, який тепловий потік сприймається заготовкою (у початковий період) за рахунок променистої енергії, якщо відношення площ поверхонь заготовки і муфельної печі  $F_1/F_2 = 1/30$ , а ступені чорноти заготовки і стінок печі, відповідно, дорівнюють 0,7 і 0,85.

**Розв'язок:**  $q = 81750 \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

**Задача 2.10.** Визначити наведений ступінь чорноти і променистий тепловий потік між двома сталевими паралельно розташованими дисками з центрами на загальній нормалі. Температури поверхонь дисків –  $300$  і  $100^\circ\text{С}$ , диски мають однакові діаметри – 300 мм, відстань між ними  $h = 250$  мм. Ступінь чорноти дисків  $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 \approx 0,24$ . Як зміняться ці величини при зменшенні відстані між дисками у 5 разів?

**Розв'язок:** а)  $\varepsilon_{np} = 0,436$ ;  $Q = 31,6 \text{ Вт}$ .

б)  $\varepsilon_{np} = 0,234$ ;  $Q = 43,5 \text{ Вт}$ .

**Задача 2.11.** Між двома рівнобіжними поверхнями встановлено екран. Температура поверхонь –  $367$  і  $32^\circ\text{С}$ . Ступінь чорноти поверхонь і екрана однаковий і дорівнює 0,83. Визначити густину теплового потоку між поверхнями до і після установа екрана, а також температуру екрана.

**Розв'язок:**  $q_0 = 6510 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ;  $q_{ек} = 3255 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ;  $T_{ек} = 545 \text{ К}$ .



## 3 ПРИКЛАДНА ТЕПЛОТЕХНІКА

### 3.1 Теплообмінні апарати

#### 3.1.1 Класифікація теплообмінних апаратів

Теплообмінний апарат (теплообмінник) – це пристрій, призначений для нагрівання чи охолодження матеріального потоку (теплоносія).

Теплові процеси, що відбуваються в теплообмінних апаратах, можуть бути самими різними: нагрівання, охолодження, випар, кипіння, конденсація, плавлення, затвердіння і більш складні процеси. У процесі теплообміну може брати участь кілька теплоносіїв: тепло від одного з них може передаватися декільком і від декількох одному.

Існує декілька класифікацій теплообмінних апаратів:

1) за призначенням:

- підігрівачі,
- конденсатори,
- охолоджувачі,
- випарники,
- пароперетворювачі та ін.;

2) за принципом дії:

- регенератори;
- рекуператори;
- змішувальні апарати.

Окремо варто зазначити теплообмінники з внутрішнім джерелом енергії, у яких застосовуються не два, як звичайно, а один теплоносіє, що відводить теплоту, яка виділяється в самому апараті. Прикладом можуть бути ядерні реактори, електронагрівачі та інші пристрої.

У *регенеративних апаратах* гарячий теплоносіє віддає свою теплоту пристрою, який акумулює її, а потім, в свою чергу, віддає теплоту холодному теплоносію, тобто одна і та сама поверхня омивається то гарячим, то холодним теплоносієм.

Більшість регенеративних теплообмінників працює за принципом *періодичної дії*. Теплообмінники, у яких періодично змінюється подача і відвід теплоносіїв, називаються теплообмінниками періодичної дії. Різні теплоносії надходять у них у різні періоди часу.

На рисунку 3.1 зображено регенеративний підігрівач повітря періодичної дії з переключенням потоків, що рухаються через насадку.

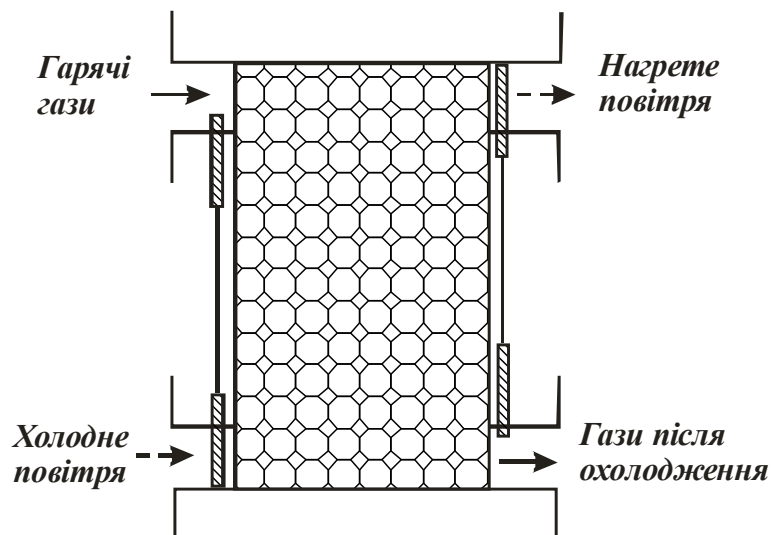


Рисунок 3.1 – Регенеративний підігрівач повітря періодичної дії

У регенераторних теплообмінниках в якості проміжного теплоносія використовують твердий досить міцний матеріал: листи металу, цеглини, різні засипки. Регенеративні теплообмінники використовуються для високотемпературного (вище  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) підігріву газів, тому що жаростійкість металів обмежена, а насадка з вогнетривких цеглин може працювати при дуже високих температурах.

Регенератори можуть працювати і безупинно. У цьому випадку насадка чи стінка, що обертається, поперемінно стикається з потоками різних теплоносіїв і безупинно переносить тепло з одного потоку в іншій.

Регенеративні теплообмінники застосовуються на металургійних, коксових й інших заводах, де за характером технологічного процесу необхідно підігріте повітря й у той же час є велику кількість газів, що відходять з високою температурою.

Особливо широко у всіх галузях техніки використовуються *рекуперативні апарати*, у яких теплота від гарячого до холодного теплоносія передається через роздільну стінку (наприклад: трубчастий теплообмінник). У більшості рекуперативних теплообмінників тепло передається безупинно, тому такі теплообмінники називаються теплообмінниками *безупинної дії*.

На рисунку 3.2 зображено рекуперативний теплообмінник, у якому один з теплоносіїв протікає усередині труб, а другий омиває їх зовнішні поверхні.

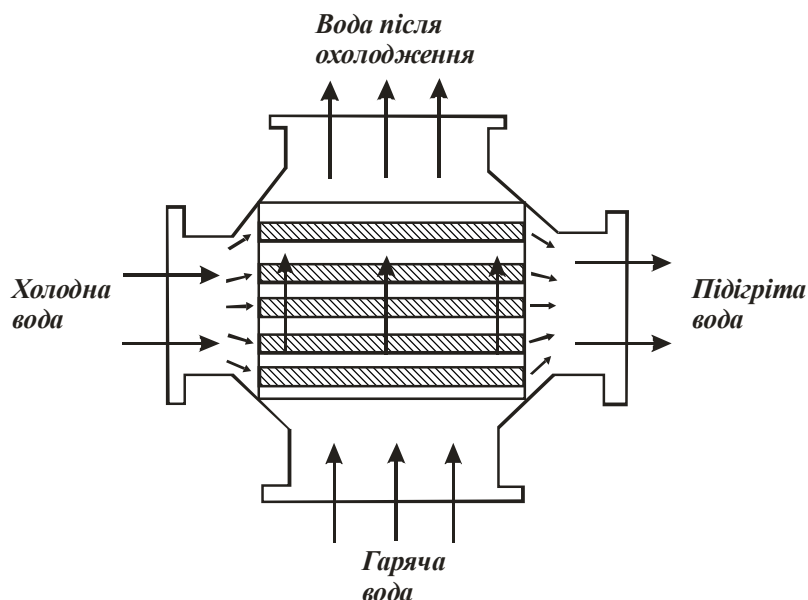


Рисунок 3.2 – Трубчатий теплообмінник безупинної дії

Прикладами рекуператорів можуть бути парові котли, конденсатори поверхневого типу, опалювальні прилади. У промисловості рекуператори широко використовуються для підігріву генераторного газу і повітря теплоносіями, що виходять з печей. Дуже широко рекуператори використовуються для підігріву води.

У **змішувальних апаратах** передача теплоти відбувається при безпосередньому змішуванні теплоносіїв, наприклад, у конденсаторах, що змішують. Такі теплообмінники іноді називають контактними. Найбільш важливим фактором у робочому процесі теплообмінного апарата, що змішує, є поверхня зіткнення теплоносіїв. Для збільшення поверхні теплообміну на шляху руху теплоносіїв розміщують насадку, а у випадку твердої фази її подрібнюють.

Змішувальні теплообмінники найбільш прості і компактні. У них змішуються теплоносії, що не вимагають подальшого розподілу, наприклад, при підігріві води паром чи гарячою водою. Для підтримки заданих температур у системі гарячого водопостачання (від 60 до 75°C) і в радіаторах опалення (до 95°C) змішують воду, що йде від котельні чи ТЕЦ і має температуру до 150°C, з водою (від 20 до 70°C), що повертається від споживача тепла. Змішувальний процес теплопередачі здійснюється, наприклад, у градирнях, де гаряча вода охолоджується навколишнім повітрям.

Вибір того чи іншого типу теплообмінника в кожному конкретному випадку має бути обґрунтованим техніко-економічними розрахунками, оскільки кожний з них має свої переваги і недоліки.

### 3.1.2 Вимоги до теплоносіїв

В якості теплоносіїв в залежності від призначення виробничих процесів можуть застосовуватися найрізноманітніші газоподібні, рідкі і тверді речовини. З погляду технічної і економічної доцільності їх застосування теплоносії повинні мати наступні якості:

1) мати досить велику теплоту пароутворення і теплоємність, відповідну густину, малу в'язкість (при таких характеристиках теплоносіїв забезпечується достатня інтенсивність теплообміну і зменшуються їх масові та об'ємні кількості, необхідні для заданого теплового навантаження теплообмінного апарата);

2) мати необхідну термостійкість і не робити несприятливого впливу на матеріали апаратури (теплоносії повинні бути хімічно стійкими і неагресивними навіть при досить тривалому впливі високих температур);

3) бути недорогими і досить доступними.

При виборі теплоносіїв необхідно в кожному окремому випадку детально враховувати їх термодинамічні і фізико-хімічні властивості, а також техніко-економічні показники.

Внаслідок низки своїх переваг в якості теплоносія найбільше поширення одержала **водяна пара**. Вона має:

- високі коефіцієнти тепловіддачі при конденсації, що дозволяє одержувати відносно невеликі поверхні теплообміну;

- велику зміну ентальпії при конденсації водяної пари, що дозволяє витратити її малу кількість для передачі порівняно великих кількостей теплоти;

- постійну температуру конденсації при заданому тиску, що дає можливість досить просто підтримувати постійний режим і регулювати процес в апаратах.

Основним недоліком водяної пари є значне підвищення тиску в залежності від температури насичення.

**Гаряча вода** одержала велике поширення як теплоносій, що гріє, особливо в опалювальних вентиляційних установках. Підігрів води здійснюється в спеціальних водогрійних котлах, виробничих технологічних агрегатах (наприклад, у печах) чи водонагрівальних установках ТЕЦ і котелень.

**Димові і топкові гази** в якості середовища, що гріє, застосовуються звичайно на місці їх одержання для безпосереднього обігріву промислових

виробів і матеріалів, якщо фізико-хімічні характеристики останніх не змінюються при забрудненні сажею і золою. Якщо за умовами експлуатації забруднення матеріалу, що нагрівається, неприпустимо, димові гази направляються в рекуперативний теплообмінник, де віддають своє тепло повітрю, а останнє вже нагріває матеріал.

Достоїнством топкових газів є можливість нагрівання ними матеріалу до дуже високих температур, що потрібні іноді за технологічними умовами виробництва. Але це достоїнство не завжди може бути використано, тому що внаслідок труднощів регулювання становиться можливим перегрів матеріалу і погіршення його якості; з іншого боку, за умовами техніки безпеки не завжди можна використовувати вогневий обігрів. Висока температура топкових газів призводить до великих теплових витрат. Гази, що залишають топку з температурою вище 1000 °С, доходять до споживача з температурою не вище 700 °С, тому що здійснити задовільну термоізоляцію при такому високому рівні температур досить важко.

У теплообмінних апаратах рух теплоносіїв здійснюється за 3 основними схемами:

- **прямоток** – напрямки руху гарячого і холодного теплоносіїв збігаються;
- **протиток** – напрямки руху теплоносіїв протилежні;
- **поперечний рух** – напрямок потоку гарячого теплоносія перпендикулярний руху холодного.

Крім цих застосовують і більш складні схеми руху, що включають у себе всі три основні схеми:

### ***3.1.3 Основні положення теплового розрахунку теплообмінних апаратів***

Як уже говорилося, теплообмінні апарати можуть мати самі різноманітні призначення і можуть значно відрізняються один від одного за формами і розмірами, за робочими тілами, що застосовуються у них. Незважаючи на велику розмаїтість теплообмінних апаратів, основні положення теплового розрахунку для них залишаються загальними.

Основними розрахунковими рівняннями, які використовують при розрахунках теплообмінних апаратів, являються:

1) рівняння теплопередачі (див. рівняння (2.57), (2.80) і (2.82))

$$Q = k F \Delta t, \quad (3.1)$$

де  $Q$  – тепловий потік, Вт;

$k$  – середній коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м<sup>2</sup> К);

$F$  – площа поверхні теплообміну в апараті, м<sup>2</sup>;

$\Delta t$  – різниця температур гарячого і холодного теплоносіїв, °С,

2) рівняння теплового балансу

$$Q = G_1 C_1 \Delta t_1 = G_2 C_2 \Delta t_2, \quad (3.2)$$

де  $G_1, G_2$  – масова витрата відповідно до гарячого і холодного теплоносіїв, кг/с;

$C_1, C_2$  – теплоємність першого і другого теплоносіїв, Дж/(кг К);

$\Delta t_1, \Delta t_2$  – перепад температури відповідно до першого і другого теплоносіїв, °С.

На практиці питома теплоємність, яка використовується в даному рівнянні, залежить від температури. Тому у практичних розрахунках у рівняння (3.2) підставляють середнє значення ізобарної теплоємності в інтервалі температур від  $t'$  до  $t''$ , де  $t'$  і  $t''$  – це початкова і кінцева температури теплоносія.

При виводу основного рівняння теплопередачі (2.52) приймалося, що температури теплоносіїв у теплообмінному апараті не змінюються, але в загальному випадку температура гарячого і холодного теплоносія у теплообмінних апаратах не залишається постійною, тому рівняння теплопередачі (3.1) при розрахунках теплообмінних апаратів можна застосовувати тільки в диференціальному виді для площі поверхні апарата  $dF$ , а саме:

$$dQ = k \Delta t dF. \quad (3.3)$$

Тоді повна кількість теплоти, що передається від гарячої теплоносія до холодного всією площею  $F$ , визначиться рівнянням

$$Q = \int_0^F k \Delta t dF = k F \Delta t_{\text{ср}}. \quad (3.4)$$

У цьому рівнянні  $\Delta t_{сер}$  являє собою середній логарифмічний температурний напір, що визначається характером зміни температур робочих рідин уздовж поверхні нагрівання. Останній у свою чергу залежить від схеми руху теплоносіїв і співвідношення значень їх температур.

У загальному випадку точне значення середнього перепаду температур  $\Delta t_{сер}$  можна визначити за наступним рівнянням

$$\Delta t_{\text{серед}} = \frac{\Delta t_{\text{б}} - \Delta t_{\text{м}}}{\ln \frac{\Delta t_{\text{б}}}{\Delta t_{\text{м}}}}, \quad (3.5)$$

де  $\Delta t_{\text{б}}$  і  $\Delta t_{\text{м}}$  – відповідно більший і менший перепади температур між теплоносіями на кінцях теплообмінника.

Для виключення помилок при розрахунку температурного напору  $\Delta t_{сер}$  необхідно накреслити графік зміни температури за довжиною теплообмінника, потім розрахувати різницю температур на кінцях теплообмінника, виявити більшу і меншу різницю, а потім розраховувати  $\Delta t_{сер}$ .

На рисунку 3.3 подана зміна температур теплоносіїв у залежності від напрямку руху теплоносіїв.

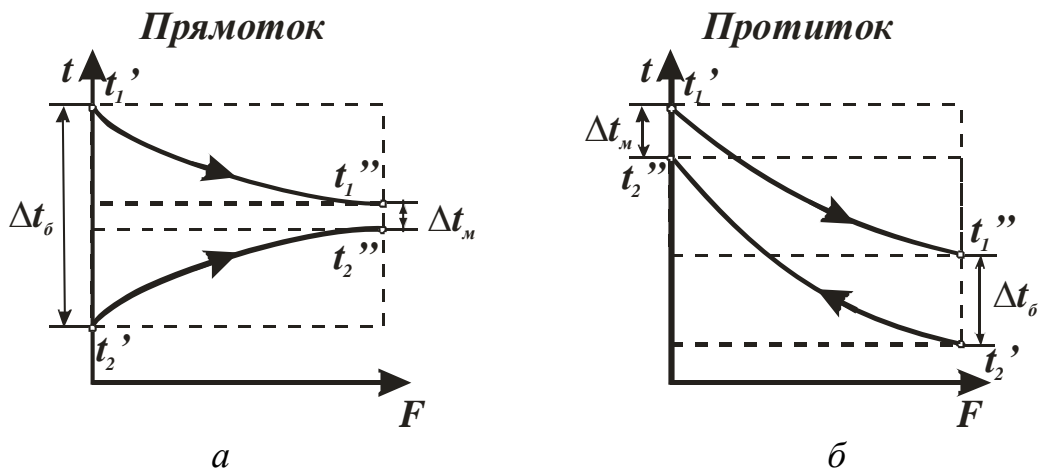


Рисунок 3.3 – Зміна температур теплоносіїв для прямогоку (а) і протиток (б)

Якщо температура теплоносіїв змінюється за лінійним законом, то середній температурний напір в апараті дорівнює різниці середньоарифметичних величин:

$$\Delta t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}} = \frac{t_1' + t_1''}{2} - \frac{t_2' + t_2''}{2}, \quad (3.6)$$

де  $t_1', t_2'$  – температури теплоносіїв на вході до теплообмінного апарату, °С;

$t_1'', t_2''$  – температури теплоносіїв на виході з теплообмінного апарату, °С.

Рівняння (3.6) можна застосовувати лише при невеликих змінах температури обох теплоносіїв (для наближених розрахунків).

У випадку, коли  $\Delta t_{\delta} / \Delta t_m < 2$ , середній перепад температур визначають як середньоарифметичне значення:

$$\Delta t_{\bar{n}\bar{a}\bar{\delta}} = 0,5(\Delta t_a + \Delta t_i). \quad (3.7)$$

На практиці частіше використовують протитоківі схеми руху, оскільки при однакових температурах вхідних і вихідних теплоносіїв температурний напір при протитоці завжди більше, ніж при прямотоці. Це означає, що при передачі того ж самого теплового потоку при протитоківій схемі буде потрібен теплообмінник з меншою площею теплообміну. Ще одна перевага протитоківого теплообмінника полягає в тім, що холодний теплоносій у ньому можна нагріти до температури більш високої, ніж температура теплоносія, який гріє, на виході, що у прямотоківому теплообміннику зробити неможливо.

#### **Види теплового розрахунку теплообмінників**

Теплові розрахунки теплообмінних апаратів можуть бути **проектними і перевірочними**.

**Проектні (конструктивні)** теплові розрахунки виконують при проектуванні нових апаратів з метою визначення поверхні теплообміну, що забезпечує передачу заданої кількості теплоти від гарячого теплоносія до холодного.

Найбільш простим є конструктивний розрахунок теплообмінника, при якому відомі початкові і кінцеві параметри теплоносіїв і необхідно розрахувати поверхню теплообміну, тобто фактично сконструювати теплообмінник.

Порядок проведення конструктивного розрахунку полягає в наступному:

- з балансового рівняння (3.2) визначають тепловий потік  $Q$ ;



- за рекомендаціями спеціальної літератури визначають необхідні швидкості течії теплоносіїв і конструктивні особливості теплообмінника ( $d$ , прохідні перерізи);
- за допомогою теорії конвективного теплообміну розраховують коефіцієнти тепловіддачі  $\alpha$ , а потім – коефіцієнт теплопередачі  $k$ ;
- за рівнянням (3.5) визначають температурний напір  $\Delta t_{сер}$ ;
- з рівняння теплопередачі (3.1) знаходять площу  $F$  теплообмінника;
- за відомою площею розраховують довжину трубок теплообмінника.

При *перевірочному* розрахунку відомі конструкція теплообмінника і початкові параметри теплоносіїв. Необхідно розрахувати кінцеві параметри, тобто перевірити придатність теплообмінника для наявних умов. Це більш складний розрахунок, тому що в самому його початку необхідно знати кінцеві температури теплоносіїв, оскільки вони входять до рівняння теплового балансу і до рівняння теплопередачі. Часто використовують метод послідовних наближень, при цьому розрахунки краще проводити на ЕОМ.

### **3.1.4 Питання для самоконтролю**

- 1 Що називають теплообмінним апаратом?
- 2 За якими ознаками класифікують теплообмінні апарати?
- 3 Чим визначається вибір типу теплообмінника?
- 4 Охарактеризуйте основні схеми руху теплоносіїв у теплообміннику.
- 5 Які рівняння лежать в основі розрахунків теплообмінників?
- 6 Що таке температурний напір, і як його розрахувати?
- 7 Які існують види розрахунків теплообмінних апаратів?

## **3.2 Компресори**

### **3.2.1 Загальні положення**

Машини, призначені для стиску і переміщення пружних (стисливих)

рідин (газів), називають **компресорами**. Стиснуте повітря отримують за допомогою різного типу компресорів, які досить широко використовуються в різних галузях народного господарства, наприклад, в металургійній промисловості (домені печі), в нафтовій промисловості (нафтоперегонні заводи), в газотурбінних установках і реактивних двигунах. Стиснуте повітря використовують також в різних пневматичних інструментах, в поршневих двигунах внутрішнього згорання для розпилу палива, запуску, продувки й ін.

Важливою якісною характеристикою компресорів є **ступінь підвищення тиску  $\varepsilon$** , який дорівнює відношенню тиску газу за компресором  $P_2$  до тиску газу перед компресором  $P_1$ :

$$\varepsilon = \frac{P_2}{P_1}. \quad (3.8)$$

У залежності від величини ступеня підвищення тиску  $\varepsilon$  компресори мають різне призначення. При  $\varepsilon = 1,0 \dots 1,1$  компресори називають вентиляторами, основне призначення яких полягає в переміщенні і подачі повітря до калориферів сушильних установок, повітропідігрівників, топок; при  $\varepsilon = 1,1 \dots 4,0$  – нагнітачами чи повітродувками, які встановлюють для котельних агрегатів, що працюють під наддуванням, а при  $\varepsilon > 4,0$  – власне компресорами.

Компресори класифікують за багатьма ознаками, які розглядаються у спеціальній літературі. За принципом пристрою і роботи компресори поділяються на дві групи: **об'ємні** і **лопаткові**. Об'ємні компресори підрозділяються на **поршневі** і **ротаційні**, а лопаткові – на **відцентрові** та **осьові** (аксіальні). Незважаючи на конструктивні розходження, термодинамічні принципи їх роботи є аналогічними.

### 3.2.2 *Об'ємні компресори*

Об'ємний компресор – це компресор статичного стиску, який створюється за рахунок зменшення об'єму, в якому знаходиться газ.

На рисунку 3.4 показана принципова схема **одноступінчатого поршневого компресора**.

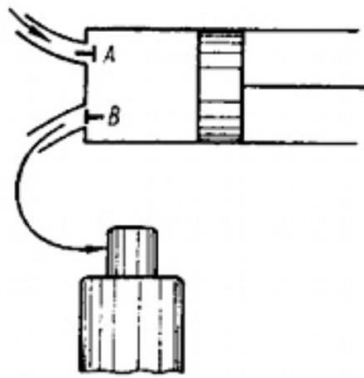
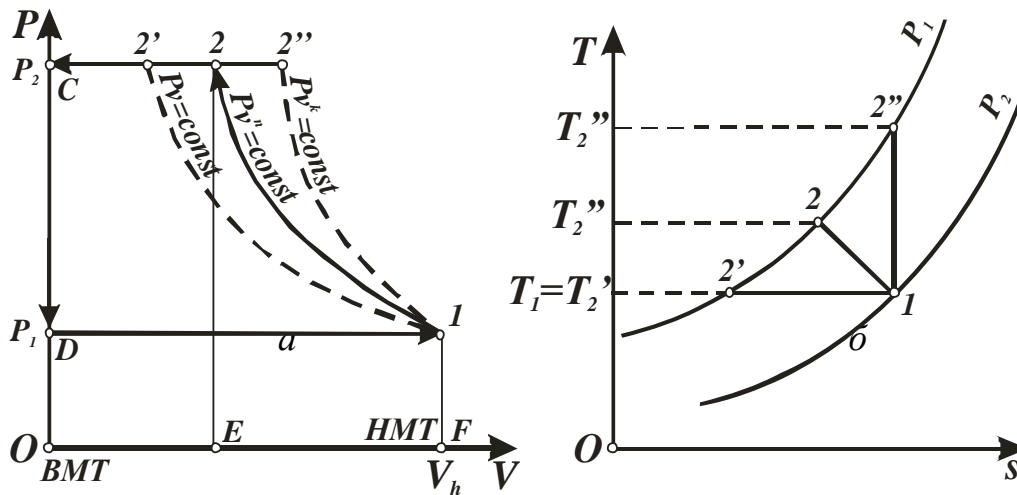


Рисунок 3.4 – Схема роботи одноступінчатого поршневого компресора

Колінчатий вал компресора починає обертатися від електродвигуна або від поршневого двигуна внутрішнього згорання. При русі поршня від крайнього верхнього положення (верхня мертва точка – ВМТ) до нижньої мертвої точки (НМТ) у циліндр з оболонкою, що охолоджується, через автоматичний клапан *A* з навколишнього середовища всмоктується газ. Нагнітальний клапан *B* при цьому закритий під дією тиску газів у резервуарі, який більше атмосферного. При зворотному русі поршня від НМТ до ВМТ газ починає стискуватися, тиск його збільшується, і всмоктувальний клапан закривається. Процес стиску продовжується до тих пір, поки тиск у циліндрі не стане рівним (практично трохи більше) тиску в резервуарі. Тоді клапан *B* відкривається, і починається процес нагнітання стиснутого газу в резервуар до тих пір, поки поршень не прийде у ВМТ.

Розглянемо робочий процес у *PV*-координатах для ідеального одноступінчатого компресора (ідеального в тім сенсі, що в ньому не враховуються втрати на тертя, а витікання газу й об'єм шкідливого простору, тобто об'єм між кришкою циліндра і днищем поршня при його положенні його у ВМТ, приймаються рівними нулю). На рисунку 3.5, а положення ВМТ співпадає з віссю ординат. Позначимо:  $V_h$  – робочий (корисний) об'єм циліндра;  $P_1$  – тиск навколишнього середовища;  $P_2$  – тиск газу в резервуарі; процеси: *D–1* – всмоктування; *1–2* –стиск; *2–C* – нагнітання.



*a* – теоретична індикаторна діаграма, *б* – процес стиску в *Ts*-діаграмі  
 Рисунок 3.5 – Діаграми ідеального одноступінчатого компресора

З початком нового ходу поршня відкривається всмоктувальний клапан *A*, тиск у циліндрі падає від  $P_2$  до  $P_1$  теоретично миттєво, тобто за вертикаллю *C–D* (див. рис. 3.5, а), і робочий процес повторюється. Закінчується він за два послідовних ходи поршня. Отже, компресор являє собою двотактну машину. Площа теоретичної індикаторної діаграми ***D-1-2-C***, що графічно зображує круговий процес, дорівнює роботі, яку виконує компресор за один оборот його вала. Потрібно мати на увазі умовність назви ***кругового процесу (циклу)*** компресора, тому що всмоктування і нагнітання не є термодинамічними процесами, оскільки вони відбуваються при перемінній кількості газу. У цьому складається відмінність індикаторної діаграми від ***Pv***-діаграми, що будується для постійної кількості робочого тіла. В індикаторній діаграмі ***D-1-2-C*** стиск газу ***1-2*** – термодинамічний процес, тому що в ньому бере участь постійна кількість газу. Очевидно, що при однаковому кінцевому тиску  $P_2$  кінцевий об'єм  $V_2$  буде різний у залежності від характеру кривої процесу стиску ***1-2***, тому буде різна і робота, яка витрачається на привід компресора.

Стиск газу може перебігати за ізотермою, адіабатою і політропою. Як впливає з рисунку 3.5, б, найбільш вигідним процесом стиску за витратою робіт ззовні для приводу компресора є ізотермічний процес ***1-2'***. Однак ізотермічний стиск газу в компресорі є практично нездійсненним, і крива стиску звичайно розташовується між ізотермою й адіабатою і може бути прийнята за політропу з показником  $n=1,2\dots 1,25$ . Чим інтенсивніше буде охолодження газу при стиску (найчастіше водою, що проходить через

оболонку компресора), тим більше буде політропа стиску  $I-2$  відхилятися від адіабати  $I-2''$  у бік ізотерми  $I-2'$ . Зі зменшенням теплообміну показник  $n$  збільшується.

У залежності від характеру процесу стиску робота має наступні значення:

- для ізотермічного процесу

$$L_{изом} = P_1 V_1 \ln(P_1/P_2); \quad (3.9)$$

- для адіабатного процесу

$$L_{ад} = [1/(k - 1)](P_1 V_1 - P_2 V_2); \quad (3.10)$$

- для політропного процесу

$$L_{пол} = [1/(n - 1)](P_1 V_1 - P_2 V_2). \quad (3.11)$$

Щоб не мати справи з негативними величинами при підрахунку роботи стиску, їх помножують на -1. Тоді для роботи стиску ми отримаємо наступні рівняння:

- для ізотермічного процесу

$$L_{изом} = P_1 V_1 \ln(P_2/P_1); \quad (3.12)$$

- для адіабатного процесу

$$L_{ад} = [1/(k - 1)](P_2 V_2 - P_1 V_1); \quad (3.13)$$

- для політропного процесу

$$L_{пол} = [1/(n - 1)](P_2 V_2 - P_1 V_1). \quad (3.14)$$

Тоді теоретична робота компресора, яка витрачається на стиск газу, виразиться рівняннями:

- при ізотермічному процесі стиску

$$L_o^{изом} = P_1 V_1 \ln(P_2/P_1); \quad (3.15)$$

- при адіабатичному процесі стиску

$$L_o^{ад} = [k/(k - 1)]P_1 V_1 [(P_2/P_1)^{(k-1)/k} - 1]; \quad (3.16)$$

- при політропному процесі стиску

$$L_o^{пол} = [n/(n - 1)]P_1 V_1 [(P_2/P_1)^{(n-1)/n} - 1]. \quad (3.17)$$

Порівняння рівнянь (1.89) і (3.17) показує, що теоретична робота компресору при політропному стиску, яка витрачається на стиск 1 кг газу в  $n$  разів більше за роботу стиску політропного процесу.

Дійсна індикаторна діаграма *реального одноступінчатого компресора* (рис. 3.6) відрізняється від теоретичної (рис. 3.5, а) перш за все наявністю втрат на дроселювання у всмоктувальному і нагнітальному клапанах. Унаслідок цього всмоктування протікає при тиску газу в циліндрі, на  $\Delta P_{всмोक}$  меншому ніж тиск середовища, з якого проходить всмоктування, а нагнітання відбувається при тиску, на  $\Delta P_{нагн}$  більшому, ніж тиск у нагнітальному трубопроводі. Ці втрати зростають зі збільшенням кількості оборотів компресора.

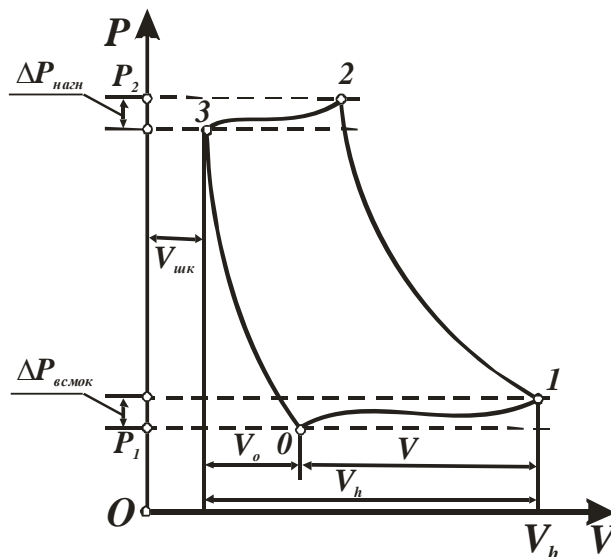


Рисунок 3.6 – Реальна індикаторна діаграма одноступінчатого поршневого компресора

Крім того, у реальному компресорі між кришкою циліндра і поршнем у його крайньому положенні при виштовхуванні стиснутого газу залишається деякий вільний об'єм  $V_{шк}$ , який називається шкідливим простором. Об'єм шкідливого простору звичайно складає 4...10% від робочого об'єму циліндра компресора  $V_h$  (див. рис. 3.6). По закінченні нагнітання стиснутого газу (лінія 2-3) деяка його кількість залишається у шкідливому просторі циліндра і займає обсяг  $V_{шк}$ . При зворотному ході

поршня газ, що залишився у шкідливому просторі, розширюється, і всмоктування нової порції газу почнеться тільки тоді, коли тиск газу в циліндрі упаде до тиску усмоктування чи до тиску того середовища, звідки надходить газ. Процес розширення залишкового стиснутого газу у шкідливому просторі циліндра відображується лінією **3-0**. При цьому всмоктування газу в компресор почнеться тільки в точці **0**, і в циліндр почне надходити новий газ, об'єм якого  $V_h - V_o = V$ . Шкідливий простір зменшує кількість газу, який всмоктується, і тим самим зменшує продуктивність компресора. Відношення об'єму  $V$  до  $V_h$  називають об'ємним коефіцієнтом корисної дії:

$$\eta_{об} = V / V_h. \quad (3.18)$$

Об'ємний ККД зменшується зі збільшенням шкідливого простору і при певному значенні  $V_{шк}$  дорівнюватиме нулю. При незмінному  $V_{шк}$  з підвищенням тиску стиску об'ємний ККД і продуктивність компресора будуть зменшуватися, і, коли лінія стиску буде перетинати лінію шкідливого простору, об'ємний ККД обертається на нуль.

За рахунок зменшення продуктивності компресора зі збільшенням тиску стиснутого повітря одноступінчатий компресор стає непридатним для одержання стиснутого газу високого тиску. Звичайно одноступінчаті компресори застосовують для одержання стиснутого газу тиском не вище 0,8...1 МПа. При необхідності мати стиснутий газ більш високого тиску використовують багатоступінчасті компресори.

У **багатоступінчастих компресорах** стиск газів здійснюється послідовно в декількох циліндрах (до семи) із проміжним охолодженням після кожного циліндра у спеціальних холодильниках. При такому принципі роботи стиск газу в кожному циліндрі можливо при температурному режимі, який забезпечує сприятливі умови змащення. У проміжних холодильниках після кожного циліндра газ охолоджують при постійному тиску, рівному тиску кінцевого стиску у відповідному ступені.

Роботу багатоступінчастого компресора прагнуть організувати так, щоб забезпечувалися наступні три умови:

1) повне охолодження газу у всіх холодильниках, тобто температуру газу доводять до початкової температури  $T_1$ , яку він мав при вході до першого ступеня ( $T_1 = T_3 = T_5 = T_{поч}$ );

2) однакова кінцева температура стиску газу на всіх ступенях, що забезпечує у всіх циліндрах надійні умови змащення ( $T_2=T_4=T_6$ );

3) однакові показники політроп стиску у всіх циліндрах, тобто  $n_1=n_2=n_3=n$ .

При виконанні цих умов перепади тисків (відношення кінцевого тиску до початкового) на всіх ступенях однакові, тобто  $P_2/P_1=P_4/P_3=P_6/P_5=P_{кін}/P_{поч}$ .

Для визначення загальної роботи, що витрачається на привід багатоступінчатого компресора, необхідно підсумувати роботи, які витрачаються на стиск газу за окремими ступенями. Так як вони будуть однакові, то загальна робота багатоступінчатого компресора дорівнює

$$L=mL_i=m [n/(n-1)]RT_{поч}[(P_{кін}/P_{поч})^{(n-1)/n}-1], \quad (3.19)$$

де  $m$  – кількість ступенів у компресорі;

$L_i$  – робота стиску одного ступеня.

Теоретична потужність  $N$  (Вт), яка витрачається на привід компресора, визначається за рівнянням

$$N = M \cdot m L, \quad (3.20)$$

де  $M$  – продуктивність компресора, кг/с;

$L$  – теоретична робота на стиск 1 кг газу на одному ступені, Дж/кг;

$m$  – кількість ступенів компресора.

### 3.2.3 Лопаткові компресори

На відміну від об'ємних лопаткові компресори – це компресори динамічного стиску. Вони бувають двох видів: відцентрові й осьові (аксіальні).

**Відцентровий компресор** (нагнітач) розрахований на подачу газів тиском до 0,8...1 МПа. Розглянемо принцип роботи відцентрових нагнітачів на прикладі *відцентрового вентилятора*. Він складається з робочого колеса **1** з лопатками **2**, закріпленими на валі **3** електродвигуна (на рисунку електродвигун не показаний), вхідного чи всмоктувального патрубку **4**, нагнітального патрубку **5** і кожуха вентилятора **6** (рис. 3.7).



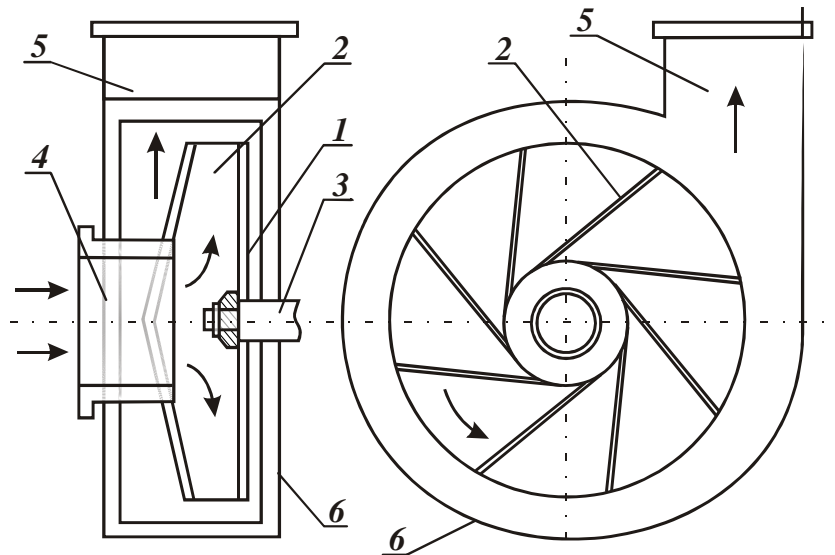


Рисунок 3.7 – Схема відцентрового вентилятора

Принцип дії відцентрового вентилятора полягає в наступному. При обертанні робочого колеса **1** частки повітря захоплюються лопатками **2** в обертальний рух, при цьому на частинки повітря діють відцентрові сили, що спрямовані від центра до стінок кожуха **6**. Таким чином, кожна частка повітря робить складний рух: з одного боку, рухається уздовж лопатки, а з іншого боку – обертається разом з робочим колесом навколо його осі. Так як частинки повітря рухаються від центра до стінки кожуха, то в центрі обертання і в усмоктувальному патрубку **4** створюється розрідження, тобто тиск повітря менше атмосферного тиску. Під дією різниці тисків до всмоктувального патрубка надходять нові частинки повітря з навколишньої атмосфери. У машинобудівних, металургійних й інших цехах таким чином відводиться забруднене повітря.

Частки повітря, відкинуті від центра обертання до кожуха вентилятора, рухаються уздовж кожуха і потрапляють до нагнітального патрубка **5**. При цьому відбувається стиск повітря, його тиск збільшується і стає більше атмосферного.

При постійній частоті обертання робота відцентрового вентилятора характеризується наступними параметрами:

- 1) об'ємна витрата газу, який переміщується, – продуктивність, м<sup>3</sup>/с;
- 2) перепад тисків («напір»), який створюється вентилятором, – різниця повних тисків на вході (в усмоктувальному патрубку) і на виході

(у нагнітальному патрубку) вентилятора  $\Delta P_g$ , Па,

$$\Delta D_{\hat{a}} = D_i^{\hat{e}^{\hat{z}i}} - D_i^{\hat{i}^{\hat{z}i}}, \quad (3.21)$$

де  $D_i^{\hat{e}^{\hat{z}i}}$  – повний тиск на виході (у нагнітальному патрубку) вентилятора, Па;

$D_i^{\hat{i}^{\hat{z}i}}$  – повний тиск на вході (в усмоктувальному патрубку) вентилятора, Па;

3) коефіцієнт корисної дії  $\eta$  – відношення потужності, необхідної для переміщення повітря, до потужності, яка витрачається в дійсності вентилятором:

$$\eta = \frac{V \cdot \Delta D_{\hat{a}}}{N_{\hat{a}}} 100\%; \quad (3.22)$$

4) потужність вентилятора  $N_g$ , Вт.

У відцентрових вентиляторів параметри  $V$ ,  $\Delta P_g$  і  $N_g$  зв'язані між собою, і зміна однієї з цих величин викликає зміну інших. Графічні залежності  $\Delta P_g = f_1(V)$ ,  $N_g = f_2(V)$ ,  $\eta = f_3(V)$  називають характеристиками вентилятора. Вони наочно відображають особливості роботи вентилятора і дозволяють підібрати для даного повітроводу найбільш економічний вентилятор. На підставі теоретичних розрахунків ці характеристики з достатньою точністю одержати не можна. Тому на практиці застосовують характеристики вентиляторів, отримані досвідченим шляхом. На рисунку 3.8 показано типові характеристики відцентрового вентилятора при постійній частоті обертання робочого колеса  $n$ , яка вимірюється у оборотах за хвилину.

Значення максимального ККД визначає основну якість вентилятора – економічність. Продуктивність вентилятора, що відповідає максимальному ККД, називається *оптимальною*, а відповідний режим роботи вентилятора – *оптимальним*.

Найбільш важливою є крива залежності між тиском і продуктивністю  $P-V$  – так називана характеристика тиску вентилятора (напірна характеристика). Для її визначення необхідно зробити виміри повного тиску на вході і виході вентилятора при різних значеннях продуктивності.

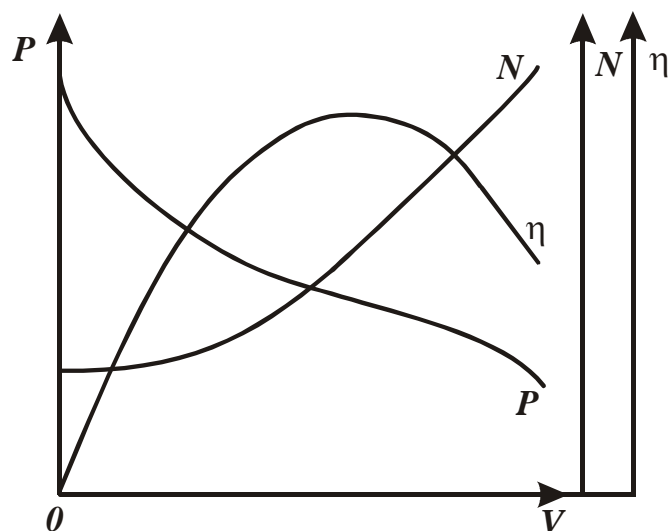


Рисунок 3.8 – Повна характеристика вентилятора

Звичайно у відцентрових нагнітачах вихідний перетин підбирають так, щоб швидкості газу на вході  $\omega_1$  і на виході  $\omega_2$  були однакові. У цьому випадку теоретична робота, яка витрачається на стиск 1 кг газу в ідеальному відцентровому компресорі, тобто в такому, де відсутнє теплообмін з навколишнім середовищем (втрати теплоти через стінки дорівнюють нулю), може бути визначена за рівнянням (3.16).

На практиці необхідно витратити більшу роботу, ніж при адіабатному стиску. Температура газів на виході з нагнітача буде завжди більше, ніж в адіабатному процесі, за рахунок переходу роботи тертя в теплоту, що підвищує кінцеву температуру повітря.

**Осьовий компресор** розрахований на подачу стиснутого газу тиском до 0,4...0,5 МПа. Його ККД вище, ніж у відцентрового нагнітача, і може досягати 85...90%. У той же час осьові компресори мають велику продуктивність, малі радіальні розміри і масу. Ці переваги осьових компресорів обумовили їх широке застосування в газотурбінних установках, і, зокрема, у повітряно-реактивних двигунах.

Повітря (газ) в осьових компресорах проходить уздовж їх осі, тому вони й одержали назву осьових чи аксіальних компресорів.

Недоліком осьових компресорів є складність їх конструкцій, обумовлена необхідністю ретельного виконання профілів лопаток робочих коліс і направляючих апаратів.

При використанні відцентрових і осьових вентиляторів для забезпечення тягодуйного режиму в різних установках необхідно мати на

увазі, що продуктивність вентиляторів залежить не тільки від їх типу, частоти обертання, а й від опорів **сеті**, в яку вентилятор нагнітає або з якої відсмоктує газ.

### 3.2.4 Питання для самоконтролю

- 1 Охарактеризуйте область застосування компресорів.
- 2 За якими ознаками класифікують компресори?
- 3 У чому полягає принцип роботи одноступінчатого поршневого компресора?
- 4 Який режим стиску більш економічний?
- 5 Охарактеризуйте відмінності  $Pv$ -діаграми реального й ідеального компресорів.
- 6 Вкажіть основні параметри, які характеризують компресор.

## 3.3 Термодинамічні цикли

### 3.3.1 Цикли паротурбінних установок (ПТУ)

Паротурбінна установка є основою сучасних теплових і атомних електростанцій. Робочим тілом у таких установках являється пара якої-небудь рідини (наприклад, водяна пара).

Принципова схема ПТУ показана на рисунку 3.9 і процес одержання роботи відбувається в такий спосіб. У паровому котлі **1** і в перегрівнику **2** теплота горіння палива передається воді. Отримана пара надходить у турбіну **3**, де відбувається перетворення теплоти на механічну роботу, а потім на електричну енергію в електрогенераторі **4**. Відпрацьована пара надходить у конденсатор **5**, де віддає теплоту охолоджувальній воді. Отриманий конденсат насосом **6** відправляється в живильний бак **7**, відкіля живильним насосом **8** стискається до тиску, рівного тиску в котлі, і подається через підігрівник **10** у паровий котел **1**.

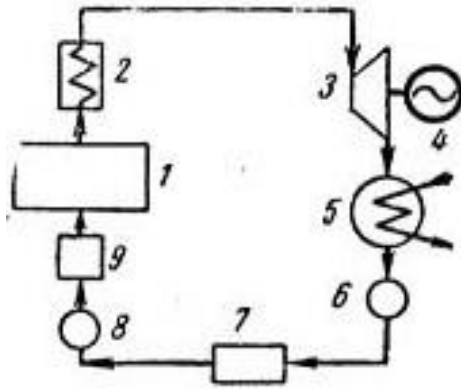


Рисунок 3.9 – Принципова схема паротурбінної установки

Основним циклом у паротурбінній установці є **цикл Ренкіна**. На рисунку 3.10 зображено ідеальний цикл Ренкіна на перегрітій парі в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах. Точка **4** характеризує стан киплячої води в котлі при тиску  $P_1$ . Лінія **4-5** зображує процес пароутворення в котлі; потім пара підсушується в перегрівнику – процес **5-6**, **6-1** – процес перегріву пари в перегрівнику при тиску  $P_1$ . Отримана пара за адіабатою **1-2** розширюється у циліндрі парового двигуна до тиску  $P_2$  у конденсаторі. У процесі **2-2'** пар цілком конденсується до стану киплячої рідини при тиску  $P_2$ , віддаючи теплоту пароутворення охолоджувальній воді. Процес стиску води **2'-3** здійснюється в насосі; підвищення температури води, що виходить при цьому, є мізерно малим, і ним у дослідженнях при тисках до 3,0...4,0 МПа зневажають. Лінія **3-4** зображує зміну об'єму води при нагріванні від температури в конденсаторі до температури кипіння. Робота насоса зображується заштрихованою площею – **032'7**. Ентальпія пари при виході з перегрівника в точці **1** дорівнює  $h_1$  і на  $Ts$ -діаграмі (рис. 3.10, б) зображується площею **92'3461709**. Ентальпія пари при вході в конденсатор у точці **2** дорівнює  $h_2$  і на  $Ts$ -діаграмі зображується площею **92'2709**. Ентальпія води при виході з конденсатора в точці **2'** дорівнює  $h_{2'}$  і на  $Ts$ -діаграмі зображується площею **92'809**. Корисна робота пари в циклі Ренкіна зображується на  $Pv$ -діаграмі площею **2'346122'** (рис. 3.10, а).

Якщо в циклі Ренкіна враховувати роботу насоса, то процес адіабатного стиску води в ньому зобразиться на  $Ts$ -діаграмі (рис. 3.10, б) адіабатою **2'-3**, а ізобара **3-4** відповідає нагріванню води в котлі при тиску  $P_1$  до відповідної температури кипіння.

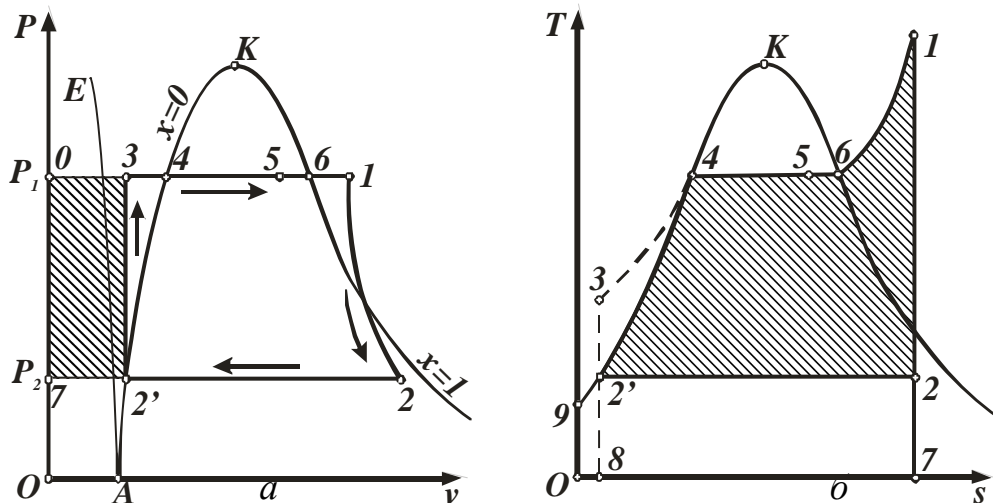


Рисунок 3.10 – Теоретичний цикл Ренкіна в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ -діаграмах (б)

Термічний ККД циклу Ренкіна визначається за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1}.$$

Теплота  $q_1$  у циклі підводиться при  $P = \text{const}$  у процесах  $3-4$  (підігрів води до температури кипіння),  $4-6$  (пароутворення) і  $6-1$  (перегрів пари) (див. рис. 3.10) і дорівнює різниці початкової і кінцевої точок процесу:

$$q_1 = h_1 - h_3. \quad (3.23)$$

Ця кількість теплоти зображується на  $Ts$ -діаграмі площею  $82'346178$ . Відвід теплоти  $q_2$  здійснюється в конденсаторі за ізобарою  $2-2'$ , відповідно до

$$q_2 = h_2 - h_{2'}. \quad (3.24)$$

Теплота, що відводиться, зображується на  $Ts$ -діаграмі площею  $2'2782'$ . Термічний ККД циклу Ренкіна визначаємо за рівнянням

$$\eta_t = \frac{(h_1 - h_3) - (h_2 - h_{2'})}{(h_1 - h_3)}. \quad (3.25)$$

На рисунку 3.11 зображено цикл Ренкіна в  $hs$ -діаграмі. Точка  $1$  характеризує стан перегрітої пари при вході в парову турбіну, точка  $2$  – стан вологої пари при вході в конденсатор або стан спрацьованої пари при виході турбіни; точка  $2'$  – стан киплячої води на виході з конденсатора;

точка **3** – стан води при виході з насоса при тиску в котлі  $P_1$ ; точка **4** – стан киплячої води при тиску в котлі  $P_1$ ; точка **5** – стан вологої пари при виході з котла; точка **6** – стан сухої насиченої пари в пароперегрівачі.

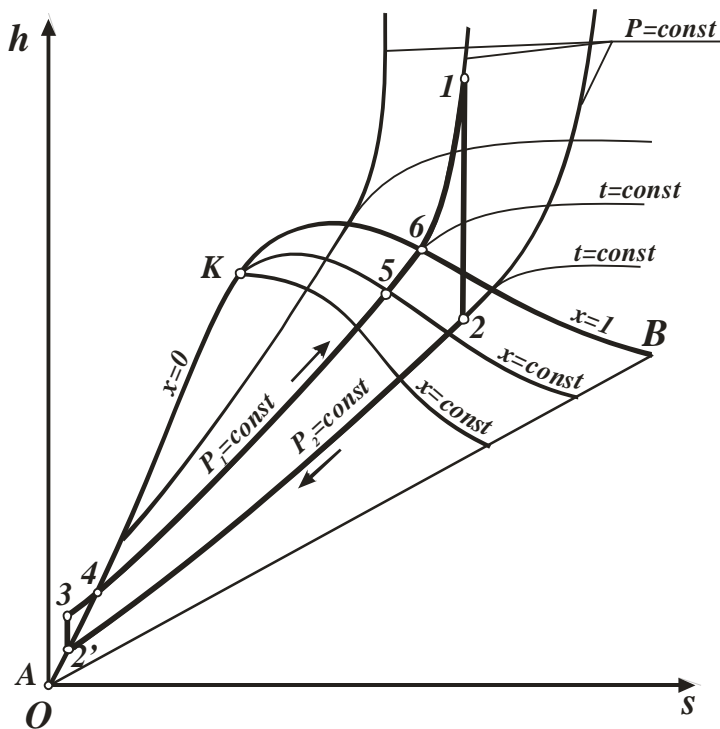


Рисунок 3.11 – Цикл Ренкіна в  $hs$ -діаграмі

У цій діаграмі відстань за ординатою між точками **1** і **2** відповідає адіабатному розширенню пари в паровій турбіні. Відстань за ординатою між точками **2** і **2'** зображує кількість теплоти, що відводиться в конденсаторі при  $P_2=const$ . Відстань за ординатою між точками **2** і **3** – кількість теплоти, яка витрачається на стиск води в насосі до тиску  $P_1$  у котлі. Відстань за ординатою між точкам **3** і **4** відповідає кількості теплоти, яка витрачається на підігрів води до температури котла. Відстань за ординатою між точками **4** і **5** зображує кількість теплоти, яка витрачається на одержання вологої пари в котлі зі ступенем сухості  $x_K=const$ . Відстань за ординатою між точками **5** і **6**, **6** і **1** визначає кількість теплоти, яка витрачається на підсушування вологої пари і перегрів сухої пари в пароперегрівачі при тиску в котлі  $P_1=const$ .

Таким чином, питома кількість теплоти  $q_1$ , що підводиться до води в цьому циклі, визначається відстанню за ординатою між точками **1** і **3**, а відведена кількість теплоти  $q_2$  – між точками **2** і **2'**.

Застосування *hs*-діаграми значно полегшує розрахунки термодинамічних процесів і циклів, тому що кількості теплоти в цій діаграмі зображуються відрізками прямих ліній за ординатою між початковими і кінцевими точками процесів.

Слід зазначити, що ККД ПТУ може досягати 45 %. Для *підвищення ККД* використовують наступні методи:

1) *підвищення початкового тиску пари* (при цьому ККД ПТУ значно збільшується, а питомі витрати пари зменшуються);

2) *підвищення початкової температури пари* (ККД збільшується, так як збільшується середньоінтегральна температура підводу теплоти і при цьому зростає адіабатне теплопадіння);

3) *зменшення кінцевого тиску в конденсаторі* (при цьому зменшується середньоінтегральна температура відводу теплоти і збільшується адіабатне теплопадіння).

### 3.3.2 Цикли двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ)

Машини, в яких паливо спалюється безпосередньо в циліндрі під поршнем, називаються двигунами внутрішнього згорання (ДВЗ). Їх досить широко використовують на транспорті, на електростанціях для приводу насосних установок, на нафто- і газопереробних і бурових установках, у сільському господарстві, на металургійних заводах. Це пояснюється наявністю певних переваг:

1) відсутність громіздкої котельної установки, а отже, невеликі розміри приміщень для розміщення силової установки;

2) постійна готовність до пуску і негайного прийому навантаження, а також відсутність витрати пального в неробочий період двигуна;

3) мала потреба у воді.

До недоліків варто віднести:

1) обмеженість запасів рідкого і газоподібного палива в порівнянні з твердим паливом, що застосовується переважно в паросилових установках;

2) труднощі використання теплоти газів, що відробили;

3) неможливість одержання високої потужності в одному агрегаті через великі інерційні зусилля, що виникають від деталей, що рухаються зворотно-поступово, при підвищенні частоти обертання колінчатого вала (гранична потужність сучасних ДВЗ, як правило, не більше 3500...4000 кВт).

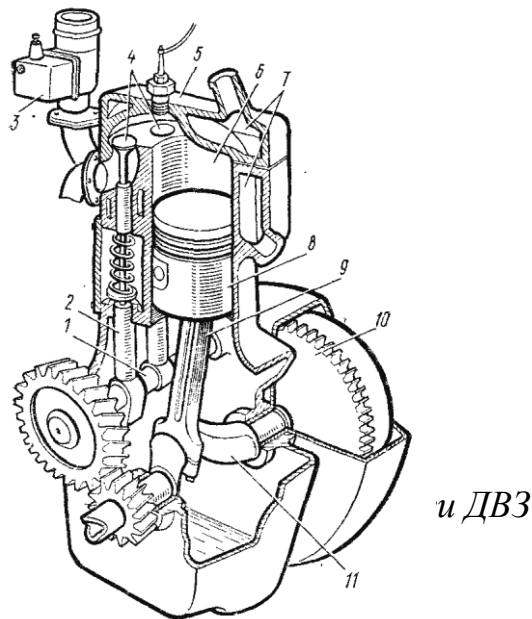


Принцип роботи поршневого ДВЗ полягає в тому (рис. 3.12), що під впливом тиску газів рух поршня в циліндрі через шатун передається на колінчатий вал. Робочий циліндр і його головка, де розміщуються клапани і свіча запалювання, мають сорочки при рідинному охолодженні або ребра при повітряному охолодженні, щоб уникнути перегріву і руйнування стінок під впливом високих температур і тиску робочого тіла. Для забезпечення рівномірності обертання колінчатого вала і зменшення інерційних зусиль, а також для можливості здійснення холостих ходів поршня в циліндрі і виводу його з крайніх положень на хвостовику колінчатого вала розміщується маховик, а двигун має декілька циліндрів (2, 4, 6, 8, 12, 16 циліндрів і більш). В останньому випадку порядок роботи циліндрів вибирається так, щоб по можливості у двох сусідніх циліндрах не відбувалося однакових тактів; тоді навантаження на колінчатий вал виходять більш рівномірними і можливо здійснення холостих ходів поршнів в одних циліндрах за рахунок робочих ходів поршнів в інших циліндрах. Органи впуску і випуску робочого тіла в поршневих ДВЗ найчастіше виконують у виді тарілчастих клапанів, що відкриваються в потрібні моменти за допомогою важелів, штанг і штовхачів, що приводяться до руху від кулачків. Кулачки знаходяться на розподільному валі, який має привід від колінчатого вала двигуна.

З опису принципу роботи поршневих ДВЗ видно, що в них, власне кажучи, не відбувається кругових процесів, тому що газоподібні продукти горіння після розширення і віддачі енергії за допомогою поршня на колінчатий вал віддаляються з циліндра двигуна, а на їх місце надходить свіжа порція пальної суміші, хімічний склад якої в результаті наступного процесу згорання змінюється. Однак умовно можна говорити про круговий процес роботи двигуна внутрішнього згорання, якщо не брати до уваги хімічних змін і визначати його ККД за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1},$$

підставляючи роботу  $l_{\text{ц}}$  і витрату теплоти  $q_1$ , які дорівнюють їх теоретичним значенням для двигуна. Неточність, що допускається при цьому, мала, тому що, незважаючи на зміну хімічного складу робочого тіла при згоранні, газові постійні пальної суміші і продуктів горіння незначно відрізняються одна від одної.



1 – кулачковий вал; 2 – штовхач; 3 – карбюратор; 4 – клапан;  
 5 – головка циліндра; 6 – циліндр; 7 – сорочка циліндра; 8 – поршень;  
 9 – шатун; 10 – маховик; 11 – колінчатий вал

**Рисунок 3.12 – .....**

Існує декілька різних класифікацій ДВЗ:

1) **за способом запалення пальної суміші** двигуни зі змушеним запалюванням палива і двигуни з запалюванням пальної суміші в атмосфері стиснутого повітря;

2) **за способом підготовки пальної суміші** розрізняють двигуни з зовнішньою (карбюратори) і з внутрішньою підготовкою пальної суміші;

3) **за кількістю тактів** розрізняють 2 типи поршневих ДВЗ: чотиритактні і двотактні (за один такт приймають хід поршня від верхньої мертвої точки до нижньої, причому всі типи двигунів можуть виконуватися як чотиритактними, так і двотактними).

**Основними характеристиками** циклу теплового двигуна в залежності від способу підводу теплоти можуть бути наступні безрозмірні величини:

1) **ступінь стиску** (відношення питомих об'ємів робочого тіла на початку  $v_1$  і наприкінці  $v_2$  стиску):

$$\epsilon = v_1 / v_2; \quad (3.26)$$

2) **ступінь підвищення тиску** (відношення тисків наприкінці  $P_3$  і на початку  $P_2$  ізохорного процесу підведення теплоти):

$$\lambda = P_3 / P_2; \quad (3.27)$$

3) *ступінь попереднього розширення* чи *ступінь ізобарного розширення* (відношення питомих об'ємів наприкінці  $v_3$  і на початку  $v_2$  ізохорного процесу підведення теплоти):

$$\rho = v_3 / v_2. \quad (3.28)$$

Усі сучасні поршневі двигуни внутрішнього згорання підрозділяють на три групи:

- 1) зі швидким згоранням палива з підводом теплоти при постійному об'ємі (карбюраторні ДВЗ);
- 2) з поступовим згоранням палива з підводом теплоти при постійному тиску (компресорні дизелі);
- 3) зі змішаним згоранням палива з підводом теплоти частково при постійному об'ємі і частково при постійному тиску (безкомпресорні дизелі).

Віддача теплоти холодному джерелу  $q_2$  у всіх цих циклах здійснюється тільки в ізохорному процесі.

Ці три види циклів складаються з термодинамічних оборотних процесів. При дослідженні цих циклів прагнуть визначити умови для одержання максимального ККД.

Розглянемо **цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному об'ємі** на прикладі чотиритактного двигуна. Діаграму ідеального циклу двигуна з підводом теплоти при постійному об'ємі наведено на рисунку 3.13.

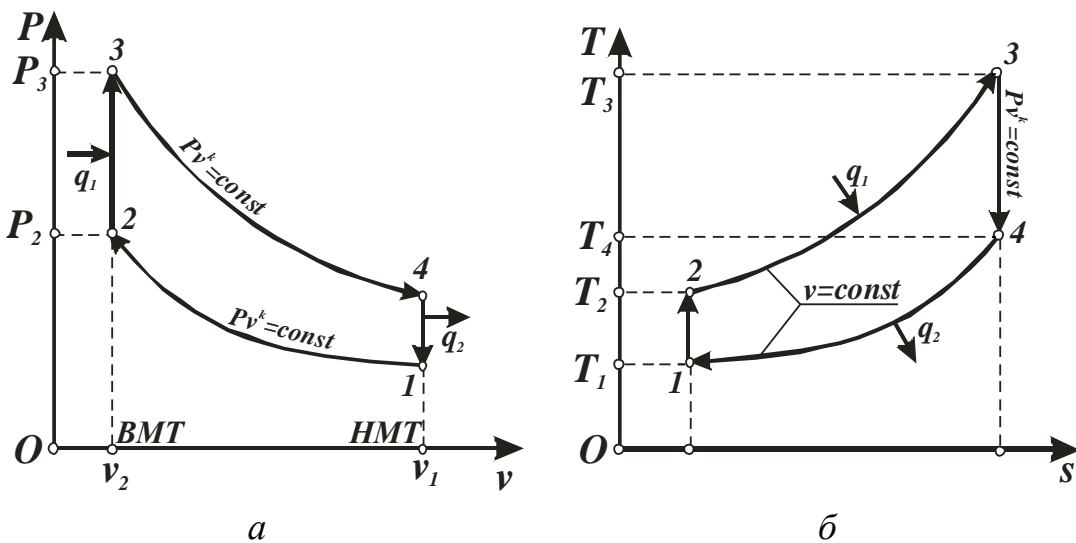


Рисунок 3.13 – Цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному об'ємі в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Ідеальний газ з початковими параметрами  $P_1$ ,  $v_1$  і  $T_1$  стискується за адіабатою  $1-2$  до точки  $2$ . За ізохорою  $2-3$  до робочого тіла підводиться певна кількість теплоти  $q_1$ . Від точки  $3$  робоче тіло розширюється за адіабатою  $3-4$ . І нарешті, за ізохорою  $4-1$  робоче тіло повертається в початковий стан, при цьому відводиться теплота  $q_2$  у теплоприймач.

*Характеристиками цього циклу* є ступінь стиску  $\varepsilon$  (див. рівняння (3.26)) і ступінь підвищення тиску  $\lambda$  (див. рівняння (3.27)).

Якщо вважати, що теплоємність  $C_v$  і величина  $k$  є постійними, то термічний ККД цього циклу можна визначити за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Кількість підведеної теплоти згідно з рівнянням (1.68) дорівнює

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2), \quad (3.29)$$

а кількість відведеної теплоти

$$q_2 = C_v(T_4 - T_1). \quad (3.30)$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (3.31)$$

Якщо значення температур виразити через  $\varepsilon$ , то рівняння (3.31) набуде виду

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (3.32)$$

З рівняння (3.32) випливає, що термічний ККД такого циклу залежить від ступеня стиску  $\varepsilon$  і показника адіабати  $k$  або від природи робочого тіла. ККД збільшується зі зростанням  $\varepsilon$  і показника адіабати  $k$ . Від ступеня підвищення тиску  $\lambda$  термічний ККД не залежить.

Розглянемо тепер **цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному тиску**. Вивчення циклів з підводом теплоти при постійному об'ємі показало, що для підвищення економічності двигуна, що працює за цим

циклом, необхідно застосовувати високі ступені стиску  $\epsilon$ . Але це збільшення обмежується температурою samozapalювання горючої суміші. Якщо ж робити роздільний стиск повітря і палива, то це обмеження відпадає. Повітря при великому стиску має настільки високу температуру, що паливо, яке подається в циліндр, samozapalюється без усяких спеціальних запальних пристосувань. І нарешті, роздільний стиск повітря і палива дозволяє використовувати будь-яке рідке важке і дешеве паливо: нафту, мазут, смоли, кам'яновугільні олії й ін.

Такі високі достоїнства мають двигуни, що працюють з поступовим згоранням палива при постійному тиску. У них повітря стискується в циліндрі двигуна, а рідке паливо розпорошується стисненим повітрям від компресора. Роздільний стиск дозволяє застосовувати високі ступені стиску (до  $\epsilon = 20$ ) і виключає передчасне samozapalювання палива. Процес горіння палива при постійному тиску забезпечується відповідним регулюванням паливної форсунки. Створення такого двигуна зв'язують з ім'ям німецького інженера Дизеля, який вперше розробив конструкцію подібного двигуна.

Розглянемо ідеальний цикл двигуна з поступовим згоранням палива при постійному тиску, тобто цикл із підводом теплоти при постійному тиску. На рисунку 3.14 зображено цей цикл у  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах. Здійснюється він у такий спосіб. Газоподібне робоче тіло з початковими параметрами  $P_1$ ,  $v_1$  і  $T_1$  стискується за адіабатою  $1-2$ ; потім до тіла за ізобарою  $2-3$  підводиться деяка кількість теплоти  $q_1$ . Від точки  $3$  робоче тіло розширюється за адіабатою  $3-4$ . І нарешті, за ізохорою  $4-1$  робоче тіло повертається в початковий стан, при цьому в теплоприймач відводиться теплота  $q_2$ .

*Характеристиками циклу* є ступінь стиску  $\epsilon$  (див. рівняння (3.26)) і ступінь попереднього розширення  $\rho$  (див. рівняння (3.28)).

Якщо вважати, що теплоємності  $C_v$ ,  $C_p$  і величина  $k$  є постійними, то термічний ККД цього циклу можна визначити за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

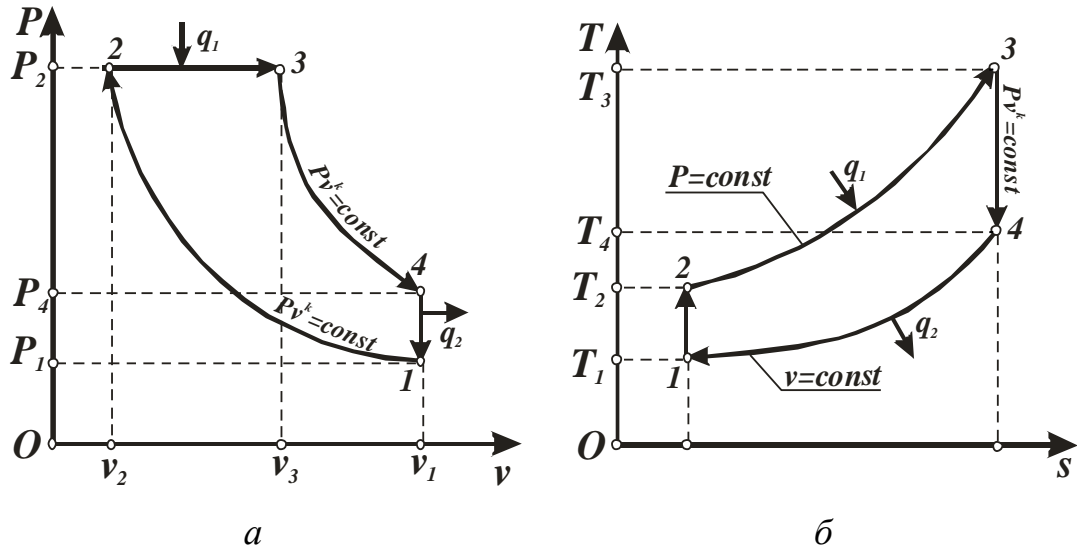


Рисунок 3.14 – Цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному тиску в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Кількість підведеної теплоти згідно з рівнянням (1.72) дорівнює

$$q_1 = C_p(T_3 - T_2), \quad (3.33)$$

а кількість відведеної теплоти згідно з рівнянням (1.68)

$$q_2 = C_v(T_4 - T_1). \quad (3.34)$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{k(T_3 - T_2)}. \quad (3.35)$$

Якщо значення температур виразити через  $\varepsilon$  і  $\rho$ , то рівняння (3.35) набуде виду

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}. \quad (3.36)$$

З рівняння (3.36) випливає, що термічний ККД цього циклу залежить від ступеня стиску  $\varepsilon$ , величини показника  $k$  і ступеня попереднього розширення  $\rho$ . Зі збільшенням  $\varepsilon$  і  $k$  ККД збільшується, а зі збільшенням  $\rho$  – зменшується.

Розглянемо цикл ДВЗ зі змішаним згоранням палива з підводом теплоти частково при постійному об'ємі і частково при постійному тиску. Двигуни з поступовим згоранням палива при  $P = \text{const}$  мають деякі

недоліки. Одним з них є наявність компресора, який застосовується для подачі палива, на роботу якого витрачається 6...10% від загальної потужності двигуна, що ускладнює конструкцію і зменшує економічність двигуна. Крім того, необхідно мати складні пристрої насоса, форсунки й ін. Установка має велику вагу.

Прагнення спростити і поліпшити роботу таких двигунів викликало створення безкомпресорних двигунів, у яких здійснюється механічне розпилювання палива при тисках 50...70 МПа. Проект безкомпресорного двигуна високого стиску зі змішаним підводом теплоти розробив російський інженер Г.В.Тринклер. Цей двигун позбавлений недоліків обох попередньо розібраних типів двигунів.

У цьому двигуні рідке паливо паливним насосом подається через паливну форсунку в головку циліндра у виді дрібних крапельок. Потрапляючи в нагріте повітря, паливо самозаймається і горить протягом усього періоду, поки відкрита форсунка: на початку при постійному об'ємі, а потім при постійному тиску.

Ідеальний цикл двигуна зі змішаним підводом теплоти зображено на  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах на рисунку 3.15. Робоче тіло з параметрами  $P_1$ ,  $v_1$  і  $T_1$  стискується за адіабатою  $1-2$  до точки  $2$ . За ізохорою  $2-3$  до робочого тіла підводиться перша частка теплоти  $q_1'$ . За ізобарою  $3-4$  підводиться друга частка теплоти  $q_1''$ . Від точки  $4$  робоче тіло розширюється за адіабатою  $4-5$ . І нарешті, за ізохорою  $5-1$  робоче тіло повертається в початковий стан – в точку  $1$ , при цьому відводиться теплота  $q_2$  у теплоприймач.

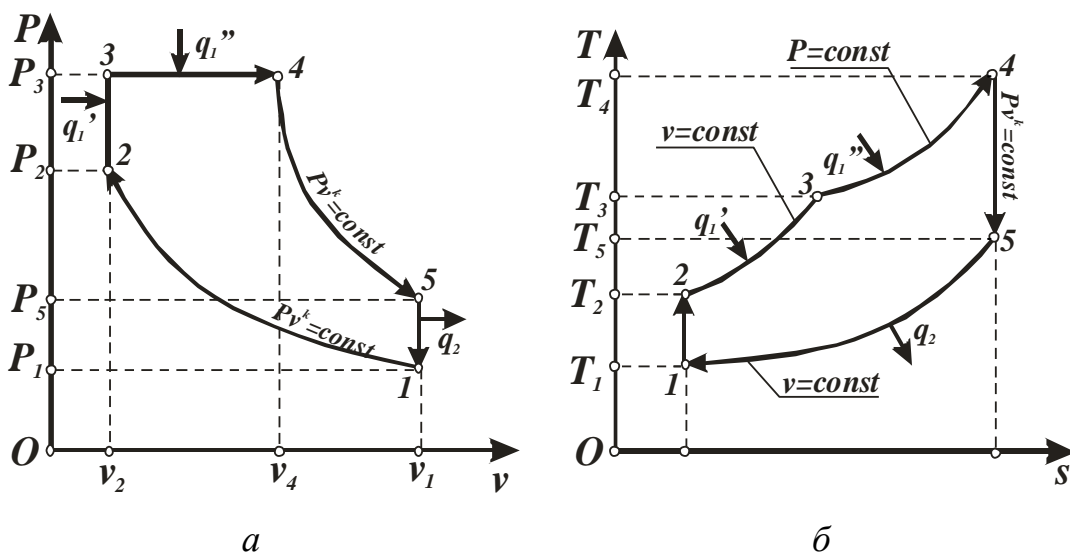


Рисунок 3.15 – Цикл ДВЗ з підводом теплоти частково при постійному об'ємі і частково при постійному тиску в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Характеристиками циклу є: ступінь стиску  $v = v_1/v_2$  і ступінь підвищення тиску  $2 = p_2/p_1$  і ступінь попереднього розширення  $\rho = v_4/v_3$ .

*Характеристиками циклу* є ступінь стиску  $\varepsilon$  (див. рівняння (3.26)), ступінь підвищення тиску  $\lambda$  (див. рівняння (3.27)) і ступінь попереднього розширення  $\rho = v_4/v_3$ .

Якщо вважати, що теплоємності  $C_v$ ,  $C_p$  і величина  $k$  є постійними, то термічний ККД цього циклу можна визначити за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1' + q_1''}.$$

Кількість підведеної теплоти при постійному об'ємі згідно з рівнянням (1.68) дорівнює

$$q_1' = C_v(T_3 - T_2), \quad (3.37)$$

кількість підведеної теплоти при постійному тиску згідно з рівнянням (1.72) дорівнює

$$q_1'' = C_p(T_4 - T_3), \quad (3.38)$$

а кількість відведеної теплоти згідно з рівнянням (1.68)

$$q_2 = C_v(T_5 - T_1). \quad (3.39)$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює

$$\eta_t = 1 - \frac{C_v(T_5 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3)} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + k(T_4 - T_3)}. \quad (3.40)$$

Якщо значення температур виразити через  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  і  $\rho$ , то рівняння (3.40) набуде виду

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k\lambda(\rho - 1)]}. \quad (3.41)$$

З рівняння (3.41) випливає, що термічний ККД цього циклу залежить від ступеня стиску  $\varepsilon$ , величини показника  $k$ , ступеня попереднього розширення  $\rho$  і ступінь підвищення тиску  $\lambda$ . Зі збільшенням  $\varepsilon$ ,  $k$  і  $\lambda$  ККД циклу зростає, а зі збільшенням  $\rho$  – ККД зменшується.



### 3.3.3 Цикли газотурбінних установок (ГТУ)

Основним недоліком поршневих двигунів внутрішнього згорання є обмеженість їх потужності і неможливість адіабатного розширення робочого тіла до атмосферного тиску. Ці недоліки відсутні в газотурбінних установках, де робочим тілом є продукти згорання рідкого чи газоподібного палива. Робоче тіло, що має високі температуру і тиск, з камери згорання направляється до сопла, у якому воно розширюється і з великою швидкістю надходить на лопатки газової турбіни, де використовується його кінетична енергія для одержання механічної роботи.

ГТУ мають багато важливих переваг перед поршневими двигунами. Газові турбіни мають відносно малу вагу і невеликі габарити, у них немає деталей зі зворотно-поступальним рухом, вони можуть вироблятися з високою килькістю оборотів і з великими одиничними потужностями.

Однак при створенні великих стаціонарних ГТУ ще потрібно вирішити низку важливих задач. Насамперед, необхідно істотно підвищити початкову температуру газу перед турбіною, щоб збільшити термічний ККД циклу установки. Це вимагає створення нових жароміцних сталей, здатних стійко і довгостроково працювати при максимальних температурах. Застосовуване в даний час водяне чи газове охолодження елементів газової турбіни, що працюють в області високих температур, є недостатньо надійним і конструктивно складним.

Необхідно також вирішити проблему створення компактного регенеративного газоповітряного теплообмінника, який повинен бути невід'ємною частиною сучасної економічної ГТУ.

Велике значення для економічності ГТУ має підвищення ефективного ККД компресора, що входить до схеми установки. Справа в тім, що приблизно 75% потужності газової турбіни витрачається на привід компресора, і тому загальний ефективний ККД ГТУ головним чином визначається досконалістю роботи компресора.

ГТУ можуть працювати зі згоранням палива при постійному тиску і при постійному об'ємі. Відповідні йому ідеальні цикли поділяються на цикли з підведенням теплоти у процесі при постійному тиску і постійному об'ємі.

#### **Цикл ГТУ з підведенням теплоти при постійному тиску**

На рисунку 3.16 наведено схему найпростішої ГТУ зі згоранням

палива при  $P = \text{const}$ . До камери згорання  $1$  через форсунки  $6$  і  $7$  безупинно надходить повітря з турбокомпресора  $4$  і паливо з паливного насоса  $5$ . З камери продукти згорання направляються до комбінованих сопел  $2$ , в котрих робоче тіло розширюється до тиску, близького до атмосферного. Із сопел продукти згорання надходять на лопатки газової турбіни  $3$ , а потім викидаються в атмосферу через вихлопний патрубок.

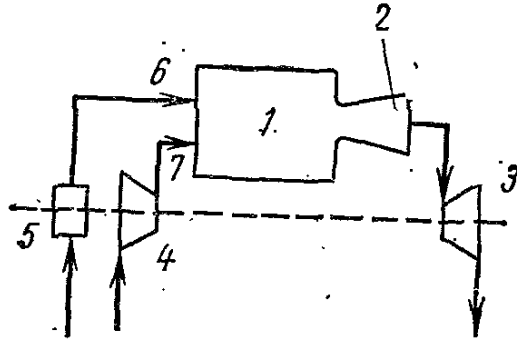


Рисунок 3.16 – Схема ГТУ з підводом теплоти при  $P = \text{const}$

На рисунку 3.17 подано ідеальний цикл ГТУ в  $Pv$ -и  $Ts$ -діаграмах з підведенням теплоти при  $P = \text{const}$ . У цьому циклі відвід теплоти від робочого тіла виконується не за ізохорою, як це має місце в двигунах внутрішнього згорання, а за ізобарою. У поршневих двигунах об'єм газів при розширенні обмежений об'ємом циліндра. У газових турбінах такого обмеження немає і гази можуть розширюватися до атмосферного тиску.

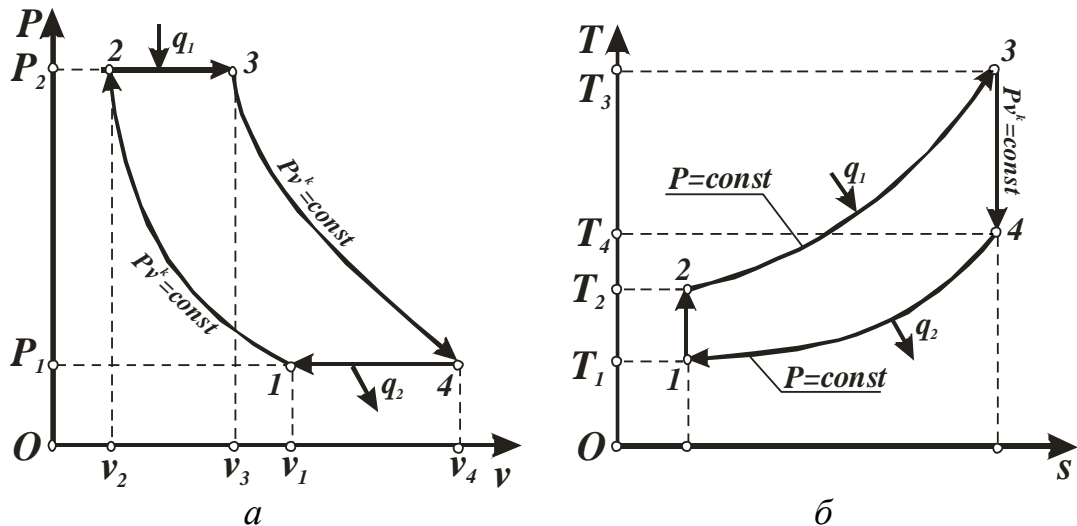


Рисунок 3.17 – Цикл ГТУ з підводом теплоти при постійному тиску в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Робоче тіло з початковими параметрами  $P_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$  стискується за адіабатою  $1-2$  до точки  $2$ . Від точки  $2$  до робочого тіла підводиться деяка

кількість теплоти  $q_1$  за ізобарою 2-3. Потім робоче тіло розширюється за адіабатою 3-4 до початкового тиску і повертається за ізобарою 4-1 у початковий стан, при цьому відводиться теплота  $q_2$ .

*Характеристиками циклу* є ступінь підвищення тиску в компресорі

$$\beta = P_2/P_1, \quad (3.42)$$

і ступінь ізобарного розширення

$$\rho = v_3/v_2. \quad (3.43)$$

Якщо вважати, що теплоємність  $C_p$  і величина  $k$  є постійними, то термічний ККД цього циклу можна визначити за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Кількість підведеної теплоти при постійному тиску згідно з рівнянням (1.72) дорівнює

$$q_1 = C_p(T_3 - T_2), \quad (3.44)$$

а кількість відведеної теплоти

$$q_2 = C_p(T_4 - T_1). \quad (3.45)$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює

$$\eta_t = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (3.46)$$

Якщо значення температур виразити через  $\beta$  і  $k$ , то рівняння (3.46) набуде виду

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k}{k-1}}}. \quad (3.47)$$

Таким чином, термічний ККД газотурбінної установки з підведенням теплоти при постійному тиску залежить від ступеня підвищення тиску  $\beta$  і показника адіабати  $k$  і зі збільшенням цих величин він зростає.

### Цикл ГТУ з підведенням теплоти при постійному об'ємі

На рисунку 3.18 наведено схему ГТУ зі згоранням палива при постійному об'ємі. У цій установці стиснуте у турбокомпресорі **6** повітря надходить з ресивера (судини великої ємності для вирівнювання тиску) **7** через повітряний клапан **8** у камеру згорання **1**. Сюди ж паливним насосом **5** через паливний клапан **9** подається рідке паливо. Продукти згорання після проходження через сопловий клапан **2** розширюються в соплі **3** і приводять в обертання ротор газової турбіни **4**.

Для здійснення періодичного процесу горіння необхідно подавати повітря і паливо через керовані клапани **8** і **9** у визначені періоди часу. Процес горіння проводиться при закритих клапанах **2** і **8**. Запалення палива походить від електричної іскри. Після згорання палива тиск у камері **1** підвищується, відкривається сопловий клапан **2** і продукти горіння направляються в сопло **3**, де і розширюються до кінцевого тиску.

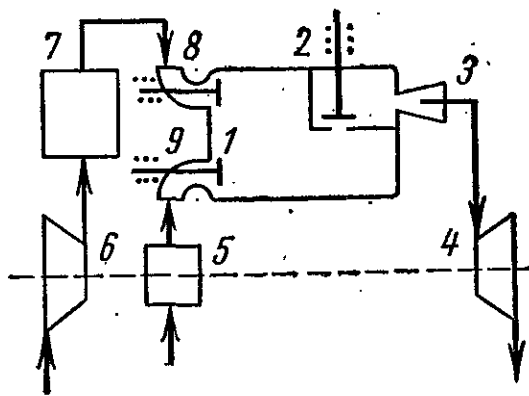


Рисунок 3.18 – Схема ГТУ з підводом теплоти при  $v=const$

На рисунку 3.19 на  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах зображено ідеальний цикл ГТУ з підводом теплоти при  $v=const$ . Робоче тіло з початковими параметрами  $P_1$ ,  $v_1$  і  $T_1$  стискається за адіабатою **1-2** до точки **2**, тиск у якій визначається ступенем підвищення тиску. Далі за ізохорою **2-3** до робочого тіла підводиться деяка кількість теплоти  $q_1$ , потім робоче тіло розширюється за адіабатою **3-4** до початкового тиску (точка **4**) і повертається в початковий стан за ізобарою **4-1**, при цьому відводиться теплота  $q_2$ .

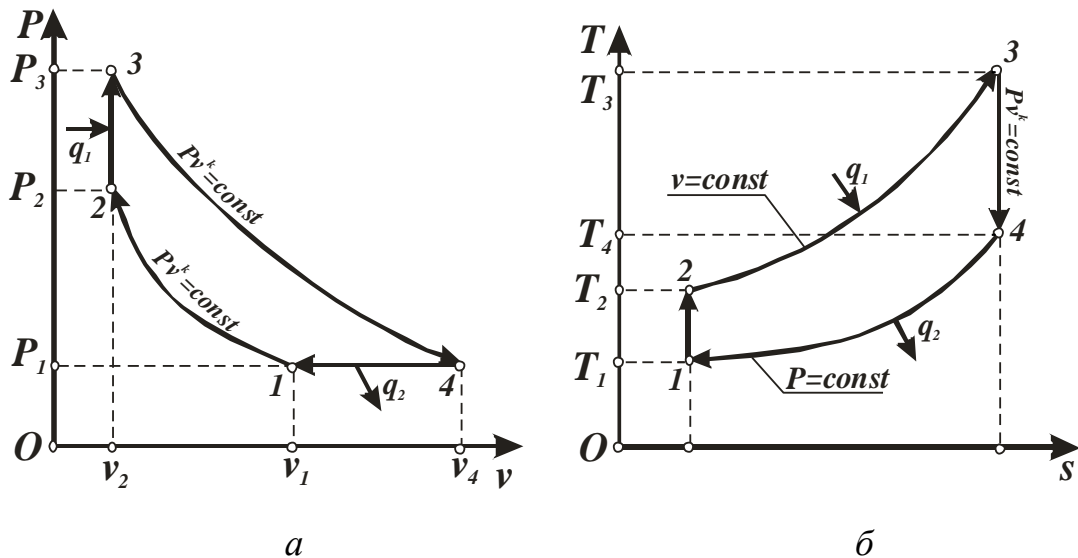


Рисунок 3.19 – Цикл ГТУ з підводом теплоти при постійному об'ємі в  $Pv$ - (а) і  $Ts$ - (б) діаграмах

Характеристиками циклу є ступінь підвищення тиску в компресорі (див. рівняння (3.42))

$$\beta = P_2 / P_1,$$

і ступінь додаткового підвищення тиску

$$\lambda = P_3 / P_2. \quad (3.48)$$

Якщо вважати, що теплоємності  $C_p$ ,  $C_v$  і величина  $k$  є постійними, то термічний ККД цього циклу можна визначити за рівнянням (1.94)

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Кількість підведеної теплоти при постійному об'ємі згідно з рівнянням (1.68) дорівнює

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2), \quad (3.49)$$

а кількість відведеної теплоти при постійному тиску згідно з рівнянням (1.72)

$$q_2 = C_p(T_4 - T_1). \quad (3.50)$$

Тоді термічний ККД циклу дорівнює

$$\eta_t = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{k(T_4 - T_1)}{T_3 - T_2}. \quad (3.51)$$

Якщо значення температур виразити через  $\beta$ ,  $\lambda$  і  $k$ , то рівняння (3.51) набуде виду

$$\eta_t = 1 - \frac{k(\lambda^{\frac{1}{k}} - 1)}{\beta^k (\lambda - 1)}. \quad (3.52)$$

Таким чином, термічний ККД газотурбінної установки з підведенням теплоти при постійному об'ємі залежить від ступеня підвищення тиску  $\beta$ , ступінь додаткового підвищення тиску  $\lambda$  і показника адіабати  $k$ , і зі збільшенням цих величин він зростає.

Дійсний цикл ГТУ відрізняється від теоретичного наявністю втрат на тертя і вихроутворення в турбіні і компресорі. Ефективними *методами підвищення економічності* газотурбінних установок є регенерація теплоти, ступінчастий стиск і розширення робочого тіла.

### 3.3.4 Питання для самоконтролю

- 1 Чим відрізняється паротурбінна установка від двигунів внутрішнього згорання?
- 2 Зобразьте цикл Ренкіна в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
- 3 Як визначити термічний ККД в циклі Ренкіна?
- 4 Яким чином впливає початковий тиск пари на термічний ККД циклу Ренкіна?
- 5 Яким чином впливає початкова температура пари на термічний ККД циклу Ренкіна?
- 6 Яким чином впливає кінцевий тиск пари на термічний ККД циклу Ренкіна?
- 7 Охарактеризуйте основні типи ДВЗ.
- 8 Перелічте переваги і недоліки ДВЗ.
- 9 Дайте характеристику циклу ДВЗ з підводом теплоти при постійному тиску.
- 10 Зобразьте цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному тиску

- в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
- 11 Дайте характеристику циклу ДВЗ з підводом теплоти при постійному об'ємі.
  - 12 Зобразьте цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному об'ємі в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
  - 13 Дайте характеристику циклу ДВЗ зі змішаним підводом теплоти.
  - 14 Зобразьте цикл ДВЗ зі змішаним підводом теплоти в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
  - 15 У чому полягає принцип роботи ГТУ?
  - 16 Охарактеризуйте особливості циклів ГТУ з підводом теплоти при постійному тиску і при постійному об'ємі.
  - 17 Зобразьте цикл ГТУ з підводом теплоти при постійному об'ємі в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
  - 18 Зобразьте цикл ДВЗ з підводом теплоти при постійному тиску в  $Pv$ - і  $Ts$ -діаграмах.
  - 19 Укажіть методи підвищення ККД ПТУ, ДВЗ і ГТУ.

### 3.4 Приклади рішення задач

**Приклад 3.1.** Визначити температурний напір теплообмінника, в якому газу охолоджуються водою. Газу охолоджуються від  $500$  до  $200^{\circ}\text{C}$ , вода нагрівається від  $20$  до  $80^{\circ}\text{C}$ . Вирішити задачу для прямої та протитої схем руху теплоносіїв.

**Розв'язання.** Розрахуємо величину температурного напору.

*Для прямої схеми руху*

$$\begin{array}{ccc} 500^{\circ}\text{C} & \xrightarrow{\text{А}} & 200^{\circ}\text{C} \\ 20^{\circ}\text{C} & \xrightarrow{\text{Б}} & 80^{\circ}\text{C} \end{array}$$

визначаємо різниці температур на кінцях теплообмінника:

$$\Delta t_{\text{а}} = 480^{\circ}\text{C}; \quad \Delta t_{\text{б}} = 120^{\circ}\text{C}.$$

Тоді середній логарифмічний температурний напір дорівнює:

$$\Delta t_{\text{н\ddot{a}\ddot{o}}} = \frac{480 - 120}{\ln \frac{480}{120}} = 260^{\circ}\text{C}.$$

Для протиточної схеми руху

$$\begin{aligned} 500^{\circ}\text{C} &\xrightarrow{\tilde{A}\tilde{\Delta}\zeta} 200^{\circ}\text{C}; \\ 80^{\circ}\text{C} &\xleftarrow{\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Delta}} 20^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

визначаємо різниці температур на кінцях теплообмінника:

$$\Delta t_{\zeta} = 420^{\circ}\text{C}; \quad \Delta t_{\text{м}} = 180^{\circ}\text{C}.$$

Середнє логарифмічний температурний напір дорівнює:

$$\Delta t_{\text{н\ddot{a}\ddot{o}}} = \frac{420 - 180}{\ln \frac{420}{180}} = 283^{\circ}\text{C}.$$

**Приклад 3.2.** Визначити необхідну площу теплообмінника для охолодження 3000 м<sup>3</sup>/год. повітря від 220°C до 20°C. Коефіцієнт теплопередачі складає 25 Вт/(м<sup>2</sup>·К). Температурний напір теплообмінника дорівнює 390 К.

**Розв'язання.** Знаходимо фізичні властивості повітря при його середній температурі, яка дорівнює 120°C:

$$\rho = 0,898 \text{ кг/м}^3; \quad \bar{N}_p = 1,009 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Визначаємо масову витрату повітря:

$$G = V \cdot \rho = 3000 \cdot 0,898 = 2694 \text{ кг/год} = 0,74 \text{ кг/с}.$$

Визначаємо величину теплового потоку:

$$Q = G \cdot \bar{C}_p \cdot (t_{\text{вх}} - t_{\text{вих}}) = 0,74 \cdot 1,009 \cdot (220 - 20) = 149,3 \text{ кВт}.$$

Необхідна площа теплообмінника для охолодження повітря складає

$$F = \frac{Q}{K \cdot \Delta t_{\text{н\ddot{a}\ddot{o}}}} = \frac{149300}{25 \cdot 390} = 15,1 \text{ м}^2.$$



**Приклад 3.3.** Для ідеального циклу поршневого ДВЗ з підводом тепла при  $V=\text{const}$  визначити параметри робочого тіла в характерних точках, величину роботи, термічний ККД циклу, кількість підведеної та відведеної теплоти. Робоче тіло – повітря, початкові параметри:  $P_1=1$  бар;  $t_1=20^\circ\text{C}$ . Ступінь стиснення складає 3,6. Ступінь підвищення тиску складає 3,33. Теплоємність повітря прийняти постійною, незалежною від температури.

**Розв'язання.** Розрахунки проводимо для 1 кг повітря.

**Точка 1.**  $P_1=1$ бар;  $t_1=20^\circ\text{C}$ . Питомий об'єм визначаємо з рівняння Клапейрона (газову постійну визначаємо за додатком А):

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 293}{1 \cdot 10^5} = 0,84 \text{ м}^3 / \text{кг}.$$

**Точка 2.** Питомий об'єм визначаємо зі ступеня стиснення:

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,84}{3,6} = 0,233 \text{ м}^3 / \text{кг}.$$

Перша стадія циклу – адіабатне стиснення. Температура наприкінці адіабатного стиснення визначається зі співвідношення параметрів (показник адіабати для повітря дорівнює 1,4):

$$T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = 293 \cdot 3,6^{0,4} = 489 \text{ К}; \quad t_2 = 216^\circ\text{C}.$$

Тиск в кінці адіабатного стиснення визначаємо з рівняння Клапейрона

$$P_2 = \frac{R \cdot T_2}{v_2} = \frac{287 \cdot 489}{0,233} = 602330 \text{ Па}.$$

**Точка 3.** Друга стадія циклу – ізохорне підведення теплоти, питомий об'єм  $v_3=v_2=0,233 \text{ м}^3/\text{кг}$ . Ступінь підвищення тиску при цьому складає 3,33. Зі співвідношення параметрів ізохорного процесу одержуємо:

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda = 3,33.$$

Визначаємо тиск та температуру:

$$P_3 = P_2 \cdot \lambda = 602330 \cdot 3,33 = 2005759 \text{ Па};$$

$$T_3 = T_2 \cdot \lambda = 489 \cdot 3,33 = 1628 \text{ К}; t_3 = 1355^\circ \text{С}.$$

**Точка 4.** Третя стадія – адіабатне розширення. Питомий об'єм  $v_4 = v_1 = 0,84 \text{ м}^3/\text{кг}$  (тому що четверта стадія циклу – ізохорне відведення теплоти). Температуру в кінці адіабатного розширення визначаємо зі співвідношення параметрів адіабатного процесу:

$$T_4 = T_3 \left( \frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} = 1628 \cdot \left( \frac{0,233}{0,84} \right)^{0,4} = 976 \text{ К}.$$

Тиск в кінці адіабатного розширення визначаємо з рівняння Клапейрона

$$P_4 = \frac{R \cdot T_4}{v_4} = \frac{287 \cdot 976}{0,84} = 333467 \text{ Па}.$$

Тиск можна визначити також зі співвідношення параметрів ізохорного процесу:

$$P_4 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 10^5 \cdot \frac{976}{293} = 333467 \text{ Па}.$$

Визначаємо кількість підведеної та відведеної теплоти (теплоємність повітря прийняли постійною, незалежною від температури):

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2) = \frac{287}{1,4 - 1} (1628 - 489) = 825 \text{ кДж/кг};$$

$$q_2 = C_v(T_4 - T_1) = \frac{287}{1,4 - 1} (976 - 293) = 495 \text{ кДж/кг};$$

Визначаємо термічний ККД циклу:

$$\eta_t = \frac{825 - 495}{825} = 0,4.$$

Визначаємо роботу циклу:

$$l_{\bar{v}} = q_1 - q_2 = 330 \text{ кДж/кг}.$$

### 3.5 Завдання для самостійного розв'язання

**Задача 3.1.** Гарячий розчин з температурою  $106^{\circ}\text{C}$  використовується для підігріву холодного розведеного розчину від  $15$  до  $50^{\circ}\text{C}$ . Концентрований розчин охолоджується до  $60^{\circ}\text{C}$ . Визначити температурний напір для: а) прямої і б) протитої схем руху.

**Розв'язок:** а)  $\Delta t=50,5^{\circ}\text{C}$ ; б)  $\Delta t=36,8^{\circ}\text{C}$ .

**Задача 3.2.** У трубчастому підігрівнику потрібно нагріти за 1 годину  $1000$  кг розчину з теплоємністю  $3,3$  кДж/(кг·К). Нагрівання ведеться від  $20$  до  $80^{\circ}\text{C}$  конденсатом, що надходить у підігрівник при температурі  $120^{\circ}\text{C}$ . Коефіцієнт теплопередачі дорівнює  $558$  Вт/(м<sup>2</sup>·К). Порівняти необхідні поверхні нагрівання і знайти годинні витрати конденсату при устрої підігрівника за прямої і протитої схемами, вважаючи, що теплові витрати відсутні. Кінцева різниця температур у підігрівнику в обох випадках повинна бути  $20^{\circ}\text{C}$ .

**Розв'язок:** прямої схема:  $F = 2,01$  м<sup>2</sup>,  $G = 2400$  кг/год;

протитої схема:  $F = 3,46$  м<sup>2</sup>,  $G=600$  кг/год.

**Задача 3.3.** Визначити параметри точок циклу ДВЗ із підведенням теплоти при постійному об'ємі, якщо відомо, що  $P_1=0,78$  бар,  $t_1=87^{\circ}\text{C}$ , ступінь стиснення  $\varepsilon =7,0$  і ступінь підвищення тиску  $\lambda=3,2$ , робочим тілом є  $1$  кг сухого повітря, показник адіабати  $k=1,4$ .

**Розв'язок:**  $v_1=1,32$  м<sup>3</sup>/кг;  $T_1=360$  К;  $P_2=11,9$  бар;  $v_2=0,189$  м<sup>3</sup>/кг;  
 $T_2=780$  К;  $P_3=37,8$  бар;  $v_3=0,189$  м<sup>3</sup>/кг;  $T_3=2496$  К;  
 $P_4=2,5$  бар;  $v_4=1,32$  м<sup>3</sup>/кг;  $T_4=1155$  К.

**Задача 3.4.** Визначити кількість підведеного і відведеного тепла, роботу стиснення, роботу розширення, корисну роботу і ККД циклу попередньої задачі. Порівняти ККД даного циклу з ККД циклу Карно, що протікає в тім же інтервалі температур. Визначити також потужність, якщо витрати повітря  $10$  кг/год. Прийняти, що теплоємність є постійною.

**Розв'язок:**  $q_1=1230$  кДж/кг;  $q_2=570$  кДж/кг; робота стиснення  $l=301$  кДж/кг; робота розширення  $l=962$  кДж/кг;  $l_u=282000$  кДж/кг;  $N=110$  кВт;  $\eta_t=0,538$ ; для циклу Карно  $\eta_t=0,856$ ;  $\Delta=37\%$ .

**Задача 3.5.** Визначити параметри точок, кількість підведеного і відведеного тепла, ККД, роботу циклу і потужність при витраті повітря 5 кг/с термічного циклу ГТУ з підведенням теплоти при постійному тиску, якщо  $P_1=0,93$  бар,  $t_1=27^\circ\text{C}$ ,  $v_3/v_2=1,5$ ,  $P_2/P_1=4$ , робоче тіло – сухе повітря, теплоємності  $C_p$  і  $C_v$  прийняти постійними.

*Розв'язок:*  $v_1=0,923$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_1=0,93$  бар;  $T_1=300$  К;  $v_2=0,342$  м<sup>3</sup>/кг;

$P_2=3,73$  бар;  $T_2=444$  К;  $v_3=0,513$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_3=3,73$  бар;

$T_3=666$  К;  $v_4=1,385$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_4=0,95$  бар;  $T_4=450$  К;

$q_1=223$  кДж/кг;  $q_2=151$  кДж/кг;  $l_u=72$  кДж/кг;  $N=360$  кВт.

**Задача 3.6.** Для циклу ГТУ з підведенням теплоти при постійному об'ємі визначити параметри точок, кількість підведеного тепла, ККД і потужність при витраті повітря 3 кг/с, якщо  $P_1=0,98$  бар,  $t_1=20^\circ\text{C}$ ,  $P_2/P_1=3$ , робоче тіло – сухе повітря, теплоємності  $C_p$  і  $C_v$  прийняти постійними, показник адіабати  $k=1,4$ .

*Розв'язок:*  $P_1=0,98$  бар;  $T_1=293$  К;  $v_1=0,857$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_2=2,94$  бар;

$T_2=401$  К;  $v_2=0,392$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_3=2,94$  бар;  $T_3=682$  К;

$v_3=0,392$  м<sup>3</sup>/кг;  $P_4=0,98$  бар;  $T_4=426$  К;  $v_4=1,2$  м<sup>3</sup>/кг;

$q_1=201$  кДж/кг;  $\eta_t=0,333$ ;  $N=200$  кВт.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1 **Баскаков, А.П.** Теплотехника: учебник для вузов / А.П. Баскаков [и др.]; под ред. А.П. Баскакова. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергоиздат, 1991. – 224 с.
- 2 **Литвин, А.М.** Техническая термодинамика: учебник для вузов / А.М. Литвин. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 312 с.
- 3 **Кривандин, В.А.** Металлургическая теплотехника. В 2 т. Т.1. Теоретические основы: учебник для вузов / В.А. Кривандин [и др.]; под ред. В.А. Кривандина. – М.: Metallurgiya, 1986. – 424 с.
- 4 **Лабай, В.Й.** Тепломасообмін / В.Й. Лабай. – Львів: Тріада Плюс, 2004. – 260 с. – ISBN 5-7763-8829-5.
- 5 **Луканин, В.Н.** Теплотехника: учебник / В.Н. Луканин [и др.]; под ред. В.Н. Луканина. – 4-е изд., испр. – М.: Высш.шк., 2003. – 671 с. – ISBN 5-06-03958-7.
- 6 **Лариков, Н.Н.** Теплотехника: учебник для вузов / Н.Н. Лариков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1985. – 432 с.
- 7 **Гуржий, А.А.** Теплотехника / А.А. Гуржий, П.И. Огородников. – К.: Издательский дом «Слово», 2003. – 254 с. – ISBN 966-8407-05-9.
- 8 **Нащокин, В.В.** Техническая термодинамика и теплопередача / В.В. Нащокин. – М.: Высш. шк., 1986. – 469 с.
- 9 **Исаченко, В.П.** Теплопередача: учебник для вузов / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, – 1975. – 488 с.
- 10 **Дементий, Л.В.** Сборник задач по технической термодинамике и теплопередаче / Л.В. Дементий, А.А. Кузнецов, Ю.В. Менафова. – Краматорск: ДГМА, 2002. – 260с. – ISBN 5-7763-2069-0.
- 11 **Драганов, Б.Х.** Теплотехніка / Б.Х. Драганов [та ін.]; за ред. Б.Х. Драганова. – К.: ІНКОС, 2005. – 504 с. – ISBN 966-8347-23-4.
- 12 **Ерофеев, В.А.** Теплотехника: учебник для вузов / В.А. Ерофеев, П.Д. Семенов, А.С. Пряхин; под ред. В.А. Ерофеева. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2006. – 456 с. – ISBN 5-94628-227-1.
- 13 **Шоно, С.А.** Посібник-довідник до лекційних курсів «Теплотехніка та теплоенергетика» і «Теоретичні основи теплотехніки» / С.А. Шоно, Ю.В. Менафова. – Краматорськ : ДДМА, 2001.– 136 с.– ISBN 5-7763-8552-0.
- 14 **Дементий, Л.В.** Краткий курс лекций по дисциплине «Теоретические основы теплотехники» / Л.В. Дементий, А.П. Авдеенко. – Краматорськ : ДГМА, 2000.– 168 с.– ISBN 5-7763-2051-0.

## ДОДАТКИ

### Додаток А

*Таблиця А.1 – Фізичні сталі деяких газів*

Газ	Хімічна формула	Відносна молярна маса, кг/кмоль	Газова стала, Дж/кг К	Густина газу при н.у., кг/м <sup>3</sup>
Кисень	O <sub>2</sub>	32	259,8	1,429
Водень	H <sub>2</sub>	2	4124,3	0,090
Азот	N <sub>2</sub>	28	296,8	1,250
Оксид вуглецю	CO	28	296,8	1,250
Повітря	—	28,96	287	1,293
Вуглекислий газ	CO <sub>2</sub>	44	189	1,977
Водяна пара	H <sub>2</sub> O	18	481,6	0,804
Гелій	He	4	2077,2	0,178
Аргон	Ar	40	208,2	1,784
Аміак	NH <sub>3</sub>	17	488,2	0,771
Ацетилен	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	26	320	1,171
Бензол	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	78,1	106	-
Бутан	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58,1	143	2,673
Оксид азоту	NO <sub>2</sub>	46	181	-
Оксид сірки	SO <sub>2</sub>	64,1	130	2,93
Метан	CH <sub>4</sub>	16	519	0,72
Пропан	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	44,1	189	2,02
Пропилен	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	42,1	198	1,91
Сірководень	H <sub>2</sub> S	34,1	244	1,54
Хлор	Cl <sub>2</sub>	70,9	117	3,22
Етилен	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	28,1	297	1,26
Етан	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	30,1	277	1,36

## Додаток Б

### Середня теплоємність газів в інтервалі температур від 0 до t

*Таблиця Б.1 – Середня молярна теплоємність газів при постійному тиску, кДж/(кмоль·К)*

<i>t, °C</i>	<i>O<sub>2</sub></i>	<i>N<sub>2</sub></i>	<i>CO</i>	<i>CO<sub>2</sub></i>	<i>H<sub>2</sub>O</i>	<i>SO<sub>2</sub></i>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	29,274	29,019	29,123	35,86	33,499	38,85	29,073
<b>100</b>	29,538	29,048	29,178	38,112	33,741	40,65	29,152
<b>200</b>	29,931	29,132	29,303	40,059	34,118	42,33	29,299
<b>300</b>	30,4	29,287	29,517	41,755	34,575	43,88	29,521
<b>400</b>	30,878	29,5	29,789	43,25	35,09	45,22	29,789
<b>500</b>	31,334	29,764	30,099	44,573	35,63	46,39	30,095
<b>600</b>	31,761	30,044	30,425	45,453	36,195	47,35	30,405
<b>700</b>	32,15	30,341	30,752	46,813	36,789	48,23	30,723
<b>800</b>	32,502	30,635	31,07	47,763	37,392	48,94	31,028
<b>900</b>	32,825	30,924	31,376	48,617	38,008	49,61	31,321
<b>1000</b>	33,118	31,196	31,665	49,392	38,619	50,16	31,598
<b>1100</b>	33,386	31,455	31,937	50,099	39,226	50,66	31,862
<b>1200</b>	33,633	31,707	32,192	50,74	39,825	51,08	32,109
<b>1300</b>	33,863	31,941	32,427	51,322	40,407	-	32,343
<b>1400</b>	34,076	32,163	32,653	51,858	40,976	-	32,575
<b>1500</b>	34,282	32,372	32,858	52,348	41,525	-	32,774
<b>1600</b>	34,474	32,565	33,051	52,8	42,056	-	32,967
<b>1700</b>	34,67	32,93	33,27	53,50	42,20	-	33,17
<b>1800</b>	34,834	33,10	33,44	53,91	42,67	-	33,35
<b>1900</b>	35,02	33,26	33,69	54,29	43,12	-	33,51
<b>2000</b>	35,17	33,42	33,75	54,64	43,56	-	33,66
<b>2200</b>	35,50	33,70	34,02	55,27	44,37	-	33,95
<b>2400</b>	35,80	33,95	34,26	55,85	45,13	-	34,21
<b>2600</b>	36,09	34,18	34,48	56,35	45,81	-	34,45
<b>2800</b>	36,36	34,39	34,68	56,82	-	-	34,67
<b>3000</b>	36,61	34,58	34,86	57,23	-	-	34,87

Таблиця Б.2 – Середня молярна теплоємність газів при постійному об'ємі, кДж/(кмоль·К)

<i>t</i> , °C	<i>O</i> <sub>2</sub>	<i>N</i> <sub>2</sub>	<i>CO</i>	<i>CO</i> <sub>2</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	<i>SO</i> <sub>2</sub>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	20,959	20,704	20,808	27,545	25,184	30,52	20,758
<b>100</b>	21,223	20,733	20,863	29,797	25,426	32,52	20,838
<b>200</b>	21,616	20,8	20,988	31,744	25,803	34	20,984
<b>300</b>	22,085	20,972	21,202	33,44	26,26	35,55	21,206
<b>400</b>	22,563	21,185	21,474	34,935	26,775	36,89	21,474
<b>500</b>	23,019	21,449	21,784	36,258	27,315	38,06	21,78
<b>600</b>	23,446	21,729	22,11	37,438	27,88	39,02	22,09
<b>700</b>	23,835	22,027	22,437	38,498	28,474	39,9	22,408
<b>800</b>	24,187	22,32	22,755	39,448	29,077	40,61	22,713
<b>900</b>	24,51	22,609	23,061	40,302	29,693	42,28	23,006
<b>1000</b>	24,803	22,881	23,35	41,077	30,304	41,83	23,283
<b>1100</b>	25,071	23,14	23,622	41,784	30,911	42,33	23,547
<b>1200</b>	25,318	23,322	23,877	42,425	31,51	42,75	23,794
<b>1300</b>	25,548	23,626	24,112	43,007	32,092	-	24,028
<b>1400</b>	25,761	23,848	24,338	43,543	32,661	-	24,25
<b>1500</b>	25,967	24,057	24,543	44,033	33,21	-	24,459
<b>1600</b>	26,159	24,25	24,736	44,485	33,741	-	24,652
<b>1700</b>	26,343	24,434	24,916	44,903	34,261	-	24,836
<b>1800</b>	26,519	24,602	25,087	45,289	34,755	-	25,004
<b>1900</b>	26,691	24,765	25,246	45,644	35,224	-	25,167
<b>2000</b>	26,854	24,916	25,393	45,975	35,68	-	25,326



Таблиця Б.3 – Середня масова теплоємність газів при постійному тиску, кДж/(кг·К)

<i>t</i> , °C	<i>O</i> <sub>2</sub>	<i>N</i> <sub>2</sub>	<i>CO</i>	<i>CO</i> <sub>2</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	<i>SO</i> <sub>2</sub>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	0,9148	1,0304	1,0396	0,8148	1,8594	0,607	1,0036
<b>100</b>	0,9282	1,0316	1,0417	0,8658	1,8728	0,636	1,0061
<b>200</b>	0,9353	1,0346	1,0463	0,9102	1,8937	0,662	1,0115
<b>300</b>	0,95	1,04	1,0538	0,9487	1,9192	0,687	1,0191
<b>400</b>	0,9651	1,0475	1,0634	0,9826	1,9477	0,708	1,0283
<b>500</b>	0,9793	1,0567	1,0748	1,0128	1,9778	0,724	1,0387
<b>600</b>	0,9927	1,0668	1,0861	1,0396	2,0092	0,737	1,0496
<b>700</b>	1,0048	1,0777	1,0978	1,0639	2,0419	0,754	1,0605
<b>800</b>	1,0157	1,0881	1,1091	1,0852	2,0754	0,762	1,071
<b>900</b>	1,0258	1,0982	1,12	1,1045	2,1097	0,775	1,0815
<b>1000</b>	1,035	1,1078	1,1304	1,1225	2,1436	0,783	1,0907
<b>1100</b>	1,0434	1,117	1,1401	1,1384	2,1771	0,791	1,0999
<b>1200</b>	1,0509	1,1258	1,1493	1,153	2,2106	0,795	1,1082
<b>1300</b>	1,058	1,1342	1,1577	1,166	2,2429	-	1,1166
<b>1400</b>	1,0647	1,1422	1,1656	1,1782	2,2743	-	1,1242
<b>1500</b>	1,0714	1,1497	1,1731	1,1895	2,3048	-	1,1313
<b>1600</b>	1,0773	1,1564	1,1798	1,1995	2,3346	-	1,138
<b>1700</b>	1,0831	1,1631	1,1865	1,2091	2,363	-	1,1443
<b>1800</b>	1,0886	1,169	1,1924	1,2179	2,3907	-	1,1501
<b>1900</b>	1,094	1,1748	1,1983	1,2259	2,4166	-	1,156
<b>2000</b>	1,099	1,191	1,2033	1,2334	2,4422	-	1,161
<b>2100</b>	1,104	1,197	1,208	1,240	2,466	-	1,166
<b>2200</b>	1,109	1,201	1,213	1,247	2,490	-	1,171
<b>2300</b>	1,114	1,206	1,218	1,253	2,512	-	1,176
<b>2400</b>	1,118	1,210	1,222	1,259	2,533	-	1,180
<b>2500</b>	1,123	1,214	1,226	1,264	2,554	-	1,185
<b>2600</b>	1,127	1,216	1,231	1,271	2,574	-	1,189
<b>2700</b>	1,131	1,222	1,235	1,275	2,594	-	1,103
<b>2800</b>	1,135	1,226	1,238	1,284	2,612	-	1,197
<b>2900</b>	1,139	1,231	1,242	1,288	2,630	-	1,201
<b>3000</b>	1,143	1,235	1,245	1,292	-	-	1,206

Таблиця Б.4 – Середня масова теплоємність газів при постійному об'ємі, кДж/(кг·К)

<i>t</i> , °C	<i>O</i> <sub>2</sub>	<i>N</i> <sub>2</sub>	<i>CO</i>	<i>CO</i> <sub>2</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	<i>SO</i> <sub>2</sub>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	0,6548	0,7352	0,7427	0,6259	1,398	0,477	0,7164
<b>100</b>	0,6632	0,7365	0,7448	0,677	1,4114	0,507	0,7193
<b>200</b>	0,6753	0,7394	0,7494	0,7214	1,4323	0,532	0,7243
<b>300</b>	0,69	0,7448	0,757	0,7599	1,4574	0,557	0,7319
<b>400</b>	0,7051	0,7524	0,7666	0,7938	1,4863	0,578	0,7415
<b>500</b>	0,7193	0,7616	0,7775	0,824	1,516	0,595	0,7519
<b>600</b>	0,7827	0,7716	0,7892	0,8508	1,5474	0,607	0,7624
<b>700</b>	0,7448	0,7821	0,8009	0,8746	1,5805	0,624	0,7733
<b>800</b>	0,7557	0,7926	0,8122	0,8964	1,614	0,632	0,7842
<b>900</b>	0,7658	0,803	0,8231	0,9157	1,6483	0,645	0,7942
<b>1000</b>	0,775	0,8127	0,8336	0,9332	1,6823	0,653	0,8039
<b>1100</b>	0,7834	0,8219	0,8432	0,9496	1,7158	0,662	0,8127
<b>1200</b>	0,7913	0,8307	0,8566	0,9638	1,7488	0,666	0,8215
<b>1300</b>	0,7984	0,839	0,8608	0,9772	1,7815	-	0,8294
<b>1400</b>	0,8051	0,847	0,8688	0,9893	1,8129	-	0,8369
<b>1500</b>	0,8114	0,8541	0,8763	1,0006	1,8434	-	0,8441
<b>1600</b>	0,8173	0,8612	0,883	1,0107	1,8728	-	0,8508
<b>1700</b>	0,8231	0,8675	0,8893	1,0203	1,9016	-	0,857
<b>1800</b>	0,8286	0,8738	0,8956	1,0291	1,9293	-	0,8633
<b>1900</b>	0,834	0,8792	0,9014	1,0371	1,9552	-	0,8688
<b>2000</b>	0,839	0,894	0,9064	1,0446	1,9804	-	0,8742
<b>2100</b>	0,844	0,900	0,912	1,052	2,005	-	0,879
<b>2200</b>	0,849	0,905	0,916	1,058	2,028	-	0,884
<b>2300</b>	0,854	0,909	0,921	1,064	2,050	-	0,889
<b>2400</b>	0,858	0,914	0,925	1,070	2,072	-	0,893
<b>2500</b>	0,863	0,918	0,929	1,075	2,093	-	0,897
<b>2600</b>	0,868	0,920	0,931	1,080	2,113	-	0,900
<b>2700</b>	0,872	0,923	0,934	1,084	2,132	-	0,903
<b>2800</b>	0,875	0,926	0,936	1,089	2,151	-	0,906
<b>2900</b>	0,878	0,929	0,939	1,093	2,168	-	0,908
<b>3000</b>	0,881	0,931	0,941	1,097	-	-	0,911

Таблиця Б.5 – Середня об'ємна теплоємність газів при постійному тиску, кДж/(м<sup>3</sup>·К)

<i>t</i> , °C	<i>O</i> <sub>2</sub>	<i>N</i> <sub>2</sub>	<i>CO</i>	<i>CO</i> <sub>2</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	<i>SO</i> <sub>2</sub>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	1,3059	1,2946	1,2992	1,5998	1,493	1,733	1,2971
<b>100</b>	1,3176	1,2958	1,3017	1,7003	1,502	1,813	1,3004
<b>200</b>	1,3352	1,2996	1,3071	1,7873	1,5223	1,888	1,3071
<b>300</b>	1,3561	1,3067	1,3167	1,8627	1,5424	1,955	1,3172
<b>400</b>	1,3775	1,3163	1,3289	1,9297	1,5654	2,018	1,3289
<b>500</b>	1,398	1,3276	1,3427	1,9887	1,5897	2,068	1,3427
<b>600</b>	1,4168	1,3402	1,3574	2,0411	1,6148	2,114	1,3565
<b>700</b>	1,4344	1,3536	1,372	2,0884	1,6412	2,152	1,3708
<b>800</b>	1,4499	1,367	1,3862	2,1311	1,668	2,181	1,3842
<b>900</b>	1,4645	1,3796	1,3396	2,1692	1,6957	2,215	1,3976
<b>1000</b>	1,4775	1,3917	1,4126	2,2035	1,7229	2,236	1,4097
<b>1100</b>	1,4892	1,4034	1,4248	2,2349	1,7501	2,261	1,4214
<b>1200</b>	1,5005	1,4143	1,4361	2,2638	1,7769	2,278	1,4327
<b>1300</b>	1,5106	1,4252	1,4465	2,2898	1,8028	-	1,4432
<b>1400</b>	1,5202	1,4348	1,4566	2,3136	1,828	-	1,4528
<b>1500</b>	1,5294	1,444	1,4658	2,3354	1,8527	-	1,462
<b>1600</b>	1,5378	1,4528	1,4746	2,3555	1,8761	-	1,4708
<b>1700</b>	1,5462	1,4612	1,4825	2,3743	1,8996	-	1,4867
<b>1800</b>	1,5541	1,4687	1,4901	2,3915	1,9213	-	1,4867
<b>1900</b>	1,5617	1,4758	1,4972	2,4074	1,9423	-	1,4939
<b>2000</b>	1,5692	1,4825	1,5039	2,4221	1,9628	-	1,501

Таблиця Б.6 – Середня об'ємна теплоємність газів при постійному об'ємі, кДж/(м<sup>3</sup>·К)

<i>t</i> , °C	<i>O</i> <sub>2</sub>	<i>N</i> <sub>2</sub>	<i>CO</i>	<i>CO</i> <sub>2</sub>	<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	<i>SO</i> <sub>2</sub>	<i>Повітря</i>
<b>0</b>	0,9349	0,9236	0,9282	1,2288	1,1237	1,361	0,9261
<b>100</b>	0,9466	0,9249	0,9307	1,3293	1,1342	1,44	0,9295
<b>200</b>	0,9642	0,9286	0,9362	1,4164	1,1514	1,516	0,9362
<b>300</b>	0,9852	0,9357	0,9458	1,4918	1,1715	1,587	0,9462
<b>400</b>	1,0065	0,9454	0,9579	1,5587	1,1945	1,645	0,9579
<b>500</b>	1,027	0,9567	0,9718	1,6178	1,2188	1,7	0,9718
<b>600</b>	1,0459	0,9692	0,9864	1,6701	1,2439	1,742	0,9856
<b>700</b>	1,0634	0,9826	1,0011	1,7174	1,2703	1,779	0,9998
<b>800</b>	1,0789	0,996	1,0153	1,7601	1,2971	1,813	1,0132
<b>900</b>	1,0936	1,0086	1,0287	1,7982	1,3247	1,842	1,0262
<b>1000</b>	1,1066	1,0207	1,0417	1,8326	1,3519	1,867	1,0387
<b>1100</b>	1,1183	1,0325	1,0538	1,864	1,3791	1,888	1,0505
<b>1200</b>	1,1296	1,0434	1,0651	1,8929	1,4059	1,905	1,0618
<b>1300</b>	1,1396	1,0542	1,0756	1,9188	1,4319	-	1,0722
<b>1400</b>	1,1493	1,0639	1,0856	1,9427	1,457	-	1,0819
<b>1500</b>	1,1585	1,0731	1,0948	1,9644	1,4817	-	1,0911
<b>1600</b>	1,1669	1,0819	1,1036	1,9845	1,5052	-	1,0999
<b>1700</b>	1,1752	1,0902	1,1116	2,0034	1,5286	-	1,1078
<b>1800</b>	1,1832	1,0978	1,1191	2,0205	1,5504	-	1,1158
<b>1900</b>	1,1907	1,1049	1,1262	2,0365	1,5713	-	1,1229
<b>2000</b>	1,1978	1,1116	1,1329	2,0511	1,5918	-	1,1296

## Додаток В

### Середня теплоємність газів (лінійна залежність)

Таблиця В.1 – Інтерполяційні формули для середніх масових і об'ємних теплоємностей газів

Газ	Масова теплоємність, кДж/(кг·К)	Об'ємна теплоємність, кДж/(м <sup>3</sup> ·К)
У межах від 0 до 1000°C		
$O_2$	$C_p = 0,9127 + 0,00012724 t_{сер}$	$C'_p = 1,3046 + 0,00018183 t_{сер}$
	$C_v = 0,6527 + 0,00012724 t_{сер}$	$C'_v = 0,9337 + 0,00018183 t_{сер}$
$N_2$	$C_p = 1,0258 + 0,00008382 t_{сер}$	$C'_p = 1,2833 + 0,00010492 t_{сер}$
	$C_v = 0,7289 + 0,00008382 t_{сер}$	$C'_v = 0,9123 + 0,00010492 t_{сер}$
$CO$	$C_p = 1,0304 + 0,00009575 t_{сер}$	$C'_p = 1,2883 + 0,00011966 t_{сер}$
	$C_v = 0,7335 + 0,00009575 t_{сер}$	$C'_v = 0,9173 + 0,00011966 t_{сер}$
Повітря	$C_p = 0,9952 + 0,00009349 t_{сер}$	$C'_p = 1,2870 + 0,00012091 t_{сер}$
	$C_v = 0,7084 + 0,00009349 t_{сер}$	$C'_v = 0,9161 + 0,00012091 t_{сер}$
$H_2O$	$C_p = 1,8401 + 0,00029278 t_{сер}$	$C'_p = 1,4800 + 0,00023551 t_{сер}$
	$C_v = 1,3783 + 0,00029278 t_{сер}$	$C'_v = 1,1091 + 0,00023551 t_{сер}$
$SO_2$	$C_p = 0,6314 + 0,00015541 t_{сер}$	$C'_p = 1,1091 + 0,00004547 t_{сер}$
	$C_v = 0,5016 + 0,00015541 t_{сер}$	$C'_v = 1,4763 + 0,00004547 t_{сер}$
У межах від 0 до 1500°C		
$H_2$	$C_p = 14,2494 + 0,00059574 t_{сер}$	$C'_p = 1,2803 + 0,00005355 t_{сер}$
	$C_v = 10,1241 + 0,00059574 t_{сер}$	$C'_v = 0,9094 + 0,00005355 t_{сер}$
$CO_2$	$C_p = 0,8725 + 0,00024053 t_{сер}$	$C'_p = 1,7250 + 0,00004756 t_{сер}$
	$C_v = 0,6837 + 0,00024053 t_{сер}$	$C'_v = 1,2540 + 0,00004756 t_{сер}$

Таблиця В.2 – Інтерполяційні формули для істинних і середніх мольних теплоємностей газів

Газ	Істинна теплоємність, кДж/(кмоль·К)	Середня теплоємність, кДж/(кмоль·К)
У межах від 0 до 1000°С		
$O_2$	$C_{\mu p} = 29,5802 + 0,0069706 t$	$C_{\mu p} = 29,2080 + 0,0040717 t_{сер}$
$N_2$	$C_{\mu p} = 29,5372 + 0,0053905 t$	$C_{\mu p} = 28,7340 + 0,0023488 t_{сер}$
$CO$	$C_{\mu p} = 28,7395 + 0,0058862 t$	$C_{\mu p} = 28,8563 + 0,0026808 t_{сер}$
<i>Повітря</i>	$C_{\mu p} = 28,7558 + 0,0057208 t$	$C_{\mu p} = 28,8270 + 0,0027080 t_{сер}$
$H_2O$	$C_{\mu p} = 32,8367 + 0,0116611 t$	$C_{\mu p} = 33,1494 + 0,0052749 t_{сер}$
$SO_2$	$C_{\mu p} = 42,8728 + 0,0132043 t$	$C_{\mu p} = 40,4386 + 0,0099562 t_{сер}$
У межах від 0 до 1500°С		
$H_2$	$C_{\mu p} = 28,3446 + 0,0031518 t$	$C_{\mu p} = 28,7210 + 0,0012008 t_{сер}$
$CO_2$	$C_{\mu p} = 41,3597 + 0,0144985 t$	$C_{\mu p} = 38,3955 + 0,0105838 t_{сер}$
У межах від 1000 до 2700°С		
$O_2$	$C_{\mu p} = 33,8603 + 0,021951 t$	$C_{\mu p} = 31,5731 + 0,0017572 t_{сер}$
$N_2$	$C_{\mu p} = 32,7466 + 0,0016517 t$	$C_{\mu p} = 29,7815 + 0,0016835 t_{сер}$
$CO$	$C_{\mu p} = 33,6991 + 0,0013406 t$	$C_{\mu p} = 30,4242 + 0,0015579 t_{сер}$
<i>Повітря</i>	$C_{\mu p} = 32,9564 + 0,0017800 t$	$C_{\mu p} = 30,1533 + 0,0016973 t_{сер}$
$H_2O$	$C_{\mu p} = 40,2393 + 0,0059854 t$	$C_{\mu p} = 34,5118 + 0,0045979 t_{сер}$

## Додаток Г

*Таблиця Г.1 - Суха насичена пара і вода на кривій насичення  
(в залежності від температури)*

$t, ^\circ\text{C}$	$P_n, \text{МПа}$	$v', \text{м}^3/\text{кг}$	$v'', \text{м}^3/\text{кг}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$h', \text{кДж}/\text{кг}$	$h'', \text{кДж}/\text{кг}$	$r, \text{кДж}/\text{кг}$	$s', \text{кДж}/\text{кг}\cdot\text{К}$	$s'', \text{кДж}/\text{кг}\cdot\text{К}$
0	0,000610	0,0010002	206,3	0,004847	0	2500,8	2500,8	0	9,1644
10	0,001227	0,0010004	106,42	0,009398	42,04	2519,2	2477,3	0,1511	8,8995
20	0,002337	0,0010018	57,84	0,01729	83,9	2537,2	2453,4	0,2964	8,6663
30	0,004241	0,0010044	32,93	0,03036	125,69	2555,6	2430	0,4367	8,4523
40	0,007375	0,0010079	19,55	0,05115	167,51	2573,6	2406,1	0,5723	8,256
50	0,012335	0,0010121	12,05	0,08302	209,3	2591,6	2382,3	0,7038	8,0751
60	0,01992	0,0010171	7,678	0,1302	251,12	2609,2	2358	0,8311	7,9084
70	0,03116	0,0010228	5,045	0,1982	292,99	2626,4	2333,3	0,955	7,7544
80	0,4736	0,001029	3,409	0,2933	334,94	2643,1	2308,2	1,0752	7,6116
90	0,07011	0,0010359	2,361	0,4235	376,98	2659,5	2282,5	1,1924	7,4785
100	0,10132	0,0010435	1,673	0,5977	419,1	2675,8	2256,7	1,3071	7,3545
120	0,19854	0,0010603	0,8917	1,122	503,7	2706,3	2202,7	1,5278	7,1289
140	0,3614	0,0010798	0,5087	1,966	589,1	2734	2144,9	1,7392	6,9304
160	0,618	0,0011021	0,3068	3,259	675,3	2757,8	2082,5	1,9427	6,7508
180	1,0027	0,0011275	0,1939	5,157	763,3	2778,4	2015,1	2,1395	6,5858
200	1,555	0,0011565	0,1272	7,863	852,4	2793	1940,6	2,3308	6,4318
220	2,3202	0,0011900	0,08606	11,62	943,7	2801,4	1857,7	2,5179	6,2848
240	3,348	0,0012291	0,05967	16,76	1037,5	2803,1	1765,6	2,7022	6,1425
260	4,694	0,0012755	0,04215	23,72	1135	2796,4	1661,3	2,8851	6,0014
280	6,419	0,0013321	0,03013	33,19	1236,8	2779,6	1542,8	3,0685	5,8573
300	8,592	0,0014036	0,02164	46,21	1344,8	2749,1	1404,3	3,2548	5,7049
320	11,28	0,001499	0,01545	64,74	1462	2699,6	1237,6	3,4495	5,5354
330	12,864	0,001562	0,01297	77,09	1526,1	2665,7	1139,6	3,5521	5,4412
340	14,608	0,001639	0,01078	92,77	1594,8	2621,8	1027	3,6605	5,3361
350	16,537	0,001741	0,008805	113,6	1671,4	2564,6	893	3,7786	5,2117
360	18,674	0,001894	0,006943	144,1	1761,4	2481,1	719,7	3,9163	5,053
370	21,053	0,00222	0,00493	202,4	1892,4	2330,8	438,4	4,1135	4,7951
474	22,087	0,0028	0,00347	288	2031,9	2147	114,7	4,3258	4,5029

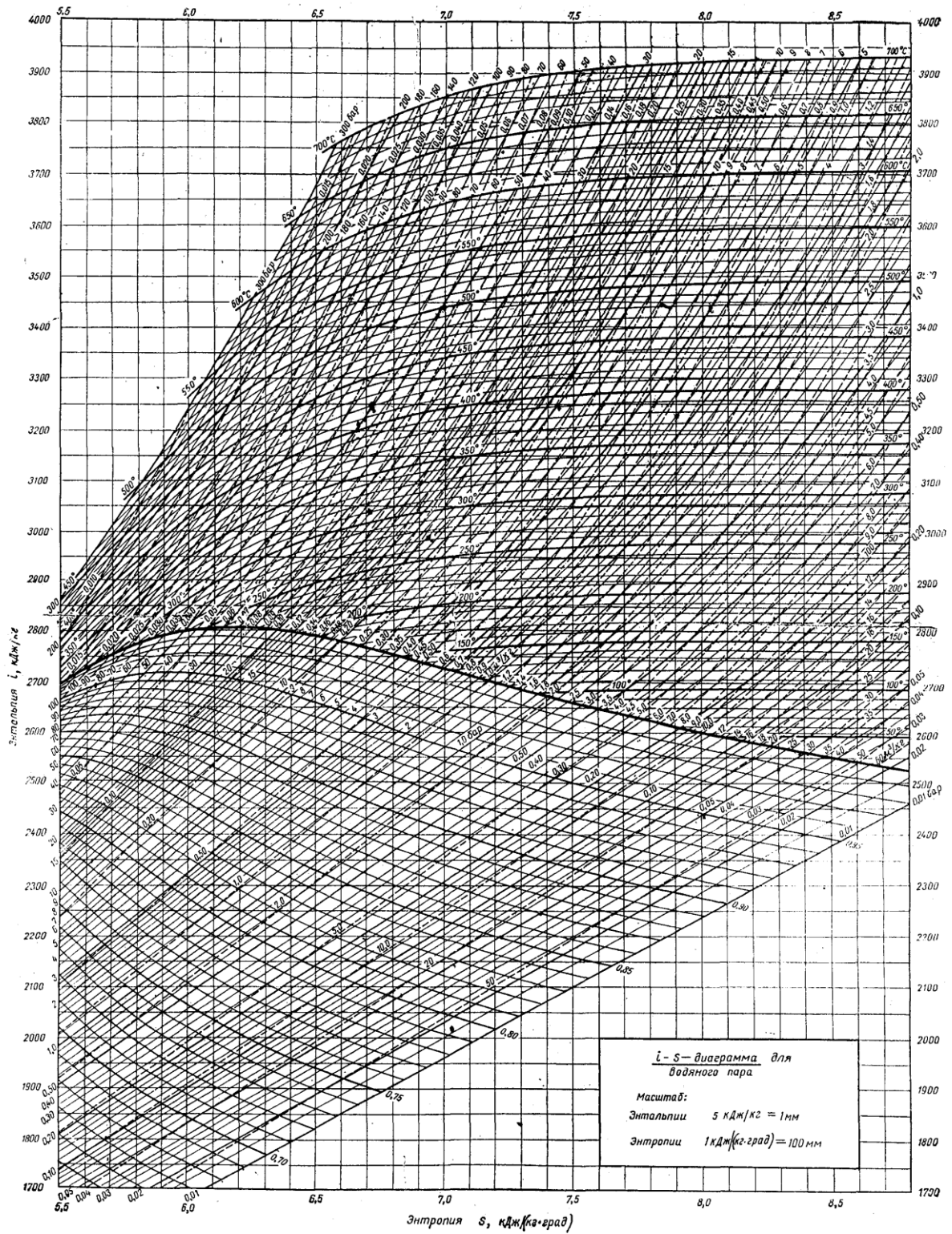
Таблиця Г.2 - Суха насичена пара і вода на кривій насичення  
(в залежності від тиску)

$P$ , МПа	$t_n$ , °C	$v'$ , м <sup>3</sup> /кг	$v''$ , м <sup>3</sup> /кг	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$h'$ , кДж/кг	$h''$ , кДж/кг	$r$ , кДж/кг	$s'$ , кДж/кгК	$s''$ , кДж/кгК
0,002	17,486	0,001	67,24	0,0149	73,4	2533,1	2459,7	0,2603	8,7227
0,004	29,95	0,001	34,93	0,0286	121,33	2553,7	2432,3	0,4225	8,4737
0,006	36,17	0,001	23,77	0,0421	151,49	2567,1	2415,6	0,5209	8,3297
0,008	41,53	0,001	18,13	0,0552	173,89	2576,4	2402,5	0,5919	8,2273
0,010	45,82	0,001	14,7	0,0681	191,84	2583,9	2392,1	0,6496	8,1494
0,020	60,08	0,001	7,652	0,1307	251,48	2609,2	2357,7	0,8324	7,9075
0,03	69,12	0,001	5,232	0,1911	289,3	2624,6	2335,3	0,9441	7,7673
0,04	75,87	0,001	3,999	0,2501	317,62	2636,3	2318,7	1,0261	7,671
0,05	81,33	0,001	3,243	0,3083	340,53	2645,2	2304,7	1,0912	7,5923
0,06	85,94	0,001	2,734	0,3658	359,9	2653,1	2293,2	1,1453	7,5313
0,08	93,5	0,001	2,089	0,4787	391,75	2665,3	2273,5	1,2331	7,4342
0,10	99,62	0,001	1,696	0,5896	417,47	2674,9	2257,5	1,3026	7,3579
0,12	104,8	0,001	1,43	0,6992	439,34	2683	2243,6	1,361	7,2972
0,16	113,31	0,0011	1,092	0,916	475,41	2696,3	2220,8	1,455	7,2017
0,2	120,23	0,0011	0,886	1,129	504,74	2706,8	2202	1,5306	7,1279
0,3	133,54	0,0011	0,6055	1,652	561,7	2725,5	2163,8	1,6716	6,9922
0,4	143,62	0,0011	0,4623	2,163	604,3	2738,7	2134,1	1,7766	6,8969
0,5	151,84	0,0011	0,3749	2,667	640,1	2748,9	2108,7	1,8605	6,8221
0,6	158,84	0,0011	0,3156	3,169	670,6	2756,9	2086,3	1,9311	6,7609
1	179,88	0,0011	0,1945	5,143	762,4	2777,8	2015,3	2,1383	6,5867
2	212,36	0,0012	0,0996	10,04	908,6	2799,2	1890,7	2,4471	6,3411
3	233,83	0,0012	0,0666	15,01	1009,4	2803,1	1794,7	2,6455	6,1859
4	250,33	0,0013	0,0498	20,09	1087,5	2800,6	1713,2	2,7965	6,0689
5	263,91	0,0013	0,0394	25,39	1154,2	2793,9	1639,6	2,921	5,9739
6	275,56	0,0013	0,0324	30,84	1213,9	2784,4	1570,5	3,0276	5,8894
7	285,8	0,0014	0,0274	36,53	1267,6	2772,3	1504,7	3,1221	5,8143
8	294,98	0,0014	0,0235	42,52	1317,3	2758,6	1441,2	3,2079	5,7448
9	303,31	0,0014	0,0205	48,8	1363,9	2742,6	1378,8	3,2866	5,6783
10	310,96	0,0015	0,018	55,47	1407,9	2724,8	1316,9	3,3601	5,6147
11	318,04	0,0015	0,016	62,62	1450,2	2705,2	1255	3,4297	5,5528
12	324,64	0,0015	0,0143	70,15	1491,1	2684,6	1193,5	3,4966	5,493
13	330,81	0,0016	0,0128	78,22	1531,3	2662,3	1131,1	3,5606	5,4333
14	330,63	0,0016	0,0115	87,04	1570,8	2637,9	1067	3,6233	5,3731
16	347,32	0,0017	0,0093	107,3	1649,6	2581,7	932,1	3,7456	5,2478
18	356,96	0,0018	0,0075	133,2	1732,2	2510,6	778,4	3,8708	5,1054
20	365,71	0,002	0,0059	170,5	1826,8	2410,3	583,4	4,0147	4,928



# Додаток Д

## hs-діаграма водяної пари



Зак. 151

Рисунок Д.1 –  $hs$ -діаграма водяної пари



Додаток Е  
**hd**-діаграма вологого повітря

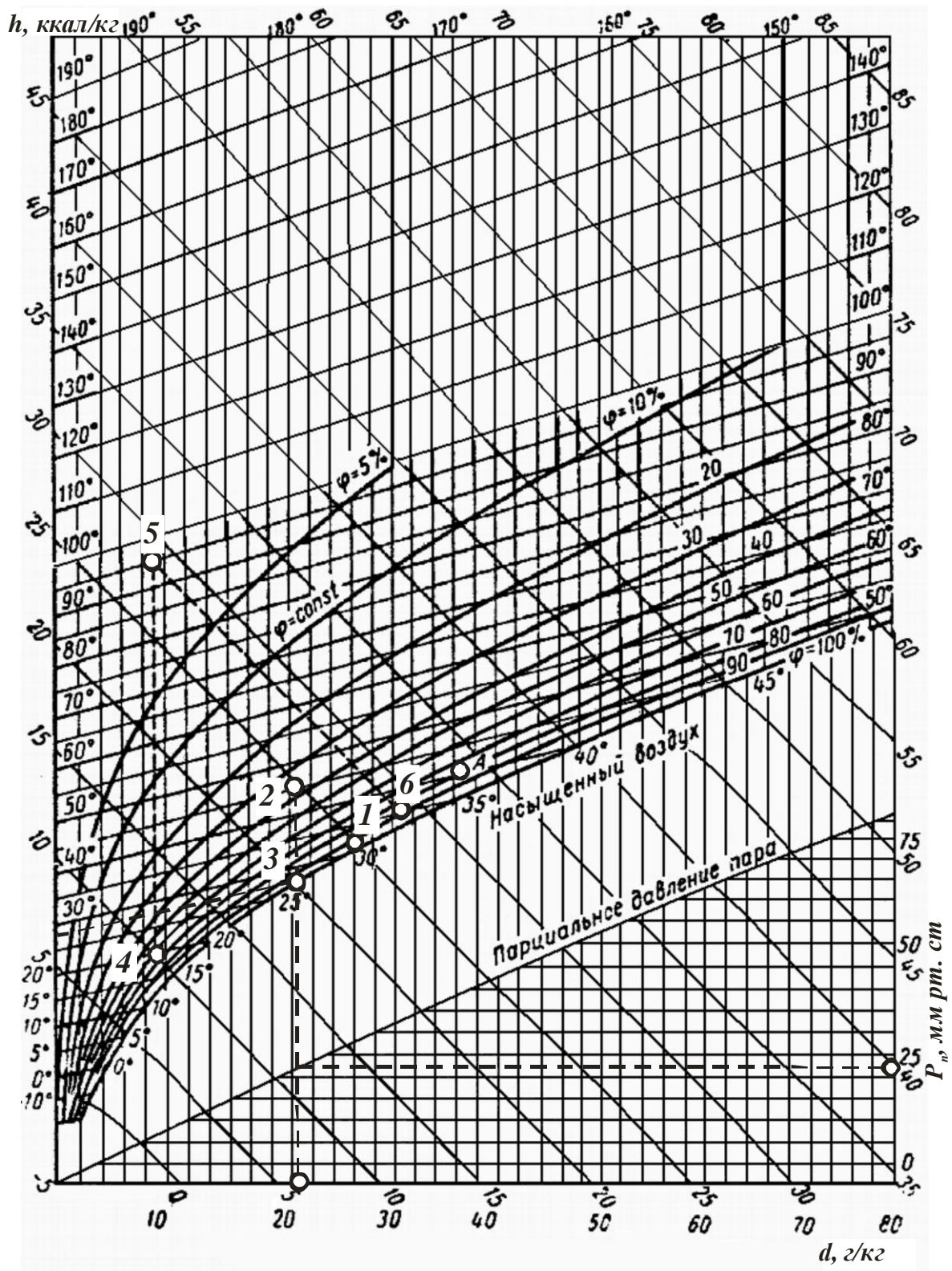


Рисунок Е.1 **hd**-Діаграма вологого повітря

## Додаток Ж

*Таблиця Ж.1 – Фізичні параметри сухого повітря при тиску  
101325 Па*

$T, \text{K}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$C_p,$ кДж/(кг·К)	$\lambda, 10^{-2},$ Вт/(м·К)	$\nu, 10^{-6},$ м <sup>2</sup> /с	$Pr$
263	1,342	1,009	2,361	12,43	0,712
273	1,293	1,005	2,442	13,28	0,707
283	1,247	1,005	2,512	14,16	0,705
293	1,205	1,005	2,593	15,06	0,703
303	1,165	1,005	2,675	16,00	0,701
313	1,128	1,005	2,756	16,96	0,699
323	1,093	1,005	2,826	17,95	0,698
333	1,060	1,005	2,896	18,97	0,696
343	1,029	1,009	2,966	20,02	0,694
353	1,000	1,009	3,047	21,09	0,692
373	0,946	1,009	3,210	23,13	0,688
393	0,898	1,009	3,338	25,45	0,686
413	0,854	1,013	3,489	27,80	0,684
433	0,815	1,017	3,640	30,09	0,682
453	0,779	1,021	3,780	32,49	0,681
473	0,746	1,026	3,931	34,85	0,680
573	0,615	1,047	4,606	48,33	0,674
673	0,524	1,068	5,21	63,09	0,678
773	0,456	1,093	5,74	79,38	0,687
873	0,404	1,114	6,22	96,89	0,699
973	0,362	1,135	6,71	115,4	0,706
1073	0,329	1,156	7,18	134,8	0,713
1173	0,301	1,172	7,63	155,1	0,717
1373	0,257	1,198	8,50	199,3	0,722
1473	0,239	1,210	9,15	223,7	0,724

## Додаток И

*Таблиця И.1 – Фізичні властивості води на лінії насичення*

$T$ , К	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_p$ , кДж/(кг·К)	$\lambda$ , 10 <sup>-2</sup> , Вт/(м·К)	$\nu$ , 10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> /с	$Pr$	$\beta$ , 10 <sup>-4</sup> , К <sup>-1</sup>
273	999,9	4,212	0,551	1,789	13,67	-0,63
283	999,7	4,191	0,575	1,306	9,52	+0,70
293	998,2	4,183	0,599	1,006	7,02	1,82
303	995,7	4,174	0,618	0,805	5,42	3,21
313	992,2	4,174	0,634	0,659	4,31	3,87
323	988,1	4,174	0,648	0,556	3,54	4,49
333	983,2	4,178	0,659	0,478	2,98	5,11
343	977,8	4,187	0,668	0,415	2,55	5,70
353	971,8	4,195	0,675	0,365	2,21	6,32
363	965,3	4,208	0,680	0,326	1,95	6,95
373	958,4	4,220	0,683	0,295	1,75	7,52
383	951,0	4,233	0,685	0,272	1,60	8,08
393	943,1	4,250	0,686	0,252	1,47	8,64
403	934,8	4,266	0,686	0,233	1,36	9,19
413	926,1	4,287	0,685	0,217	1,26	9,72
433	907,40	4,346	0,683	0,191	1,10	10,7
453	886,9	4,417	0,675	0,173	1,00	11,9
473	863,0	4,505	0,663	0,158	0,93	13,3
493	840,3	4,614	0,645	0,148	0,89	14,8
513	813,6	4,756	0,628	0,141	0,87	16,8
533	784,0	4,949	0,605	0,135	0,87	19,6
553	750,7	5,229	0,575	0,131	0,90	23,7
573	712,5	5,736	0,540	0,128	0,97	29,2
593	667,1	6,473	0,506	0,128	1,11	38,2
613	610,1	8,163	0,457	0,127	1,39	53,4
633	528,0	13,984	0,395	0,126	2,35	109



## Додаток К

### Нестационарна теплопровідність

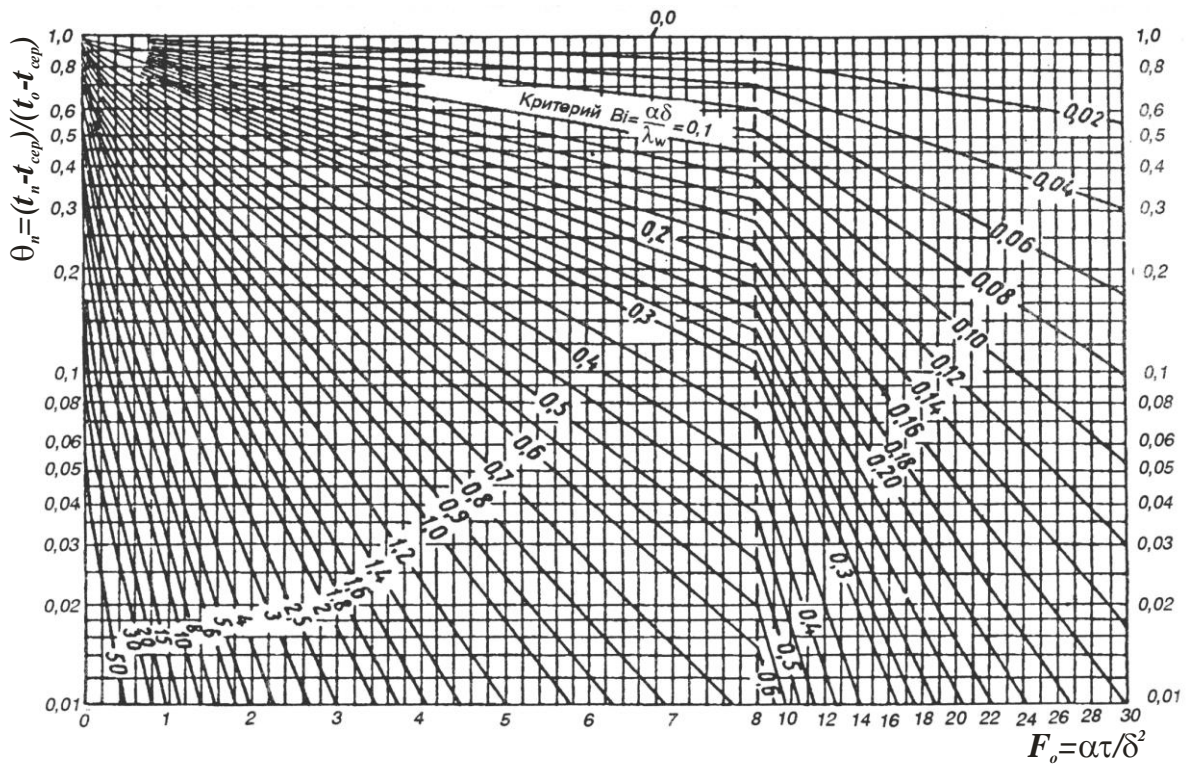


Рисунок К.1 – Залежність  $\theta_n = \Phi(Bi, Fo)$  для поверхні необмеженої плоскої стінки

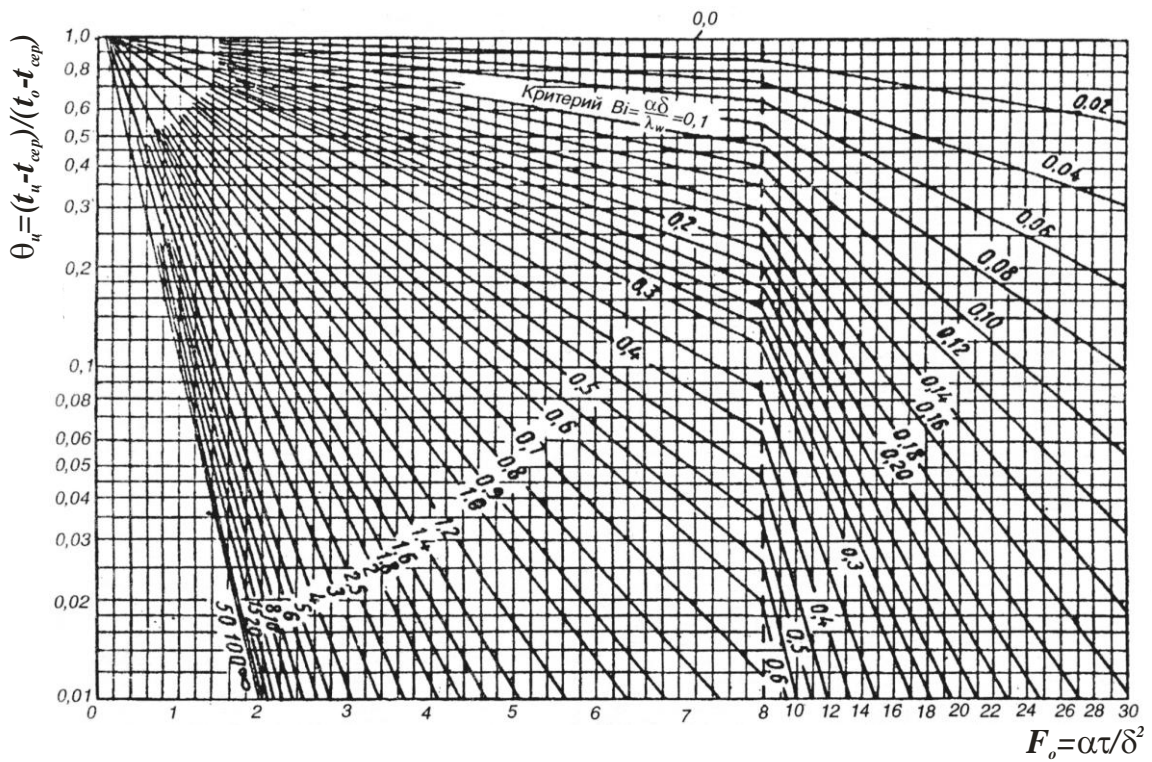


Рисунок К.2 – Залежність  $\theta_u = \Phi(Bi, Fo)$  для середини необмеженої плоскої стінки



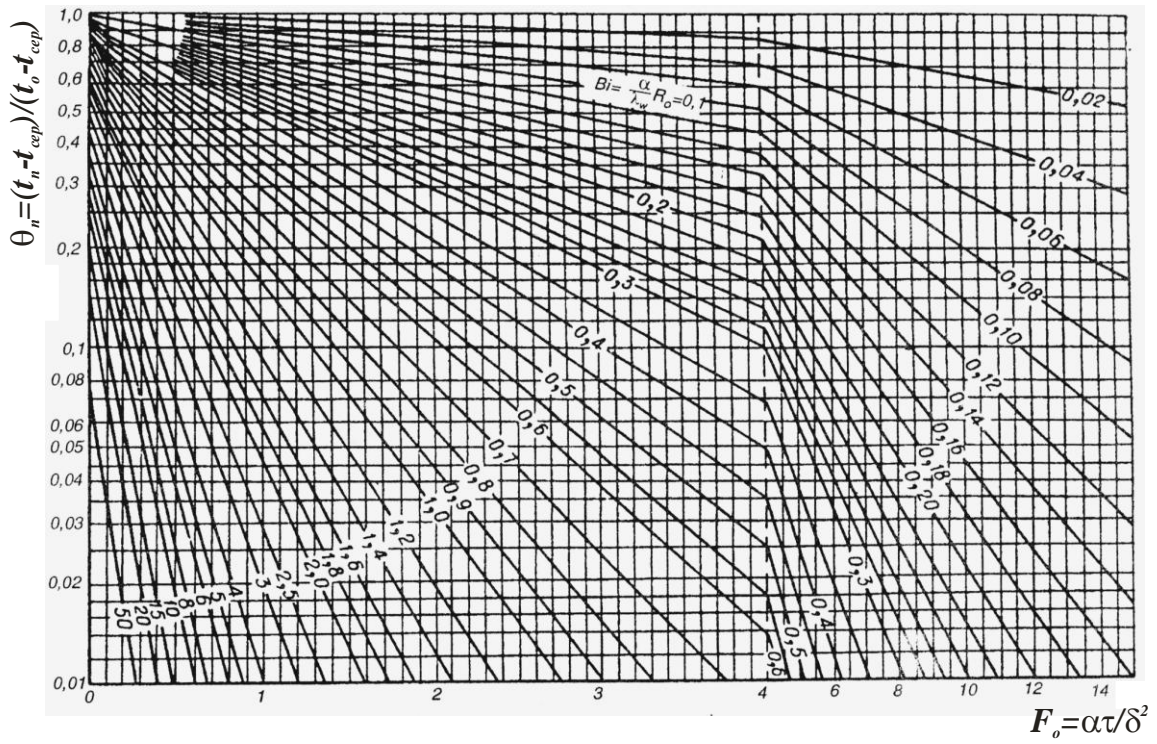


Рисунок К.3 – Залежність  $\theta_n = \Phi(Bi, Fo)$  для поверхні нескінченного циліндра

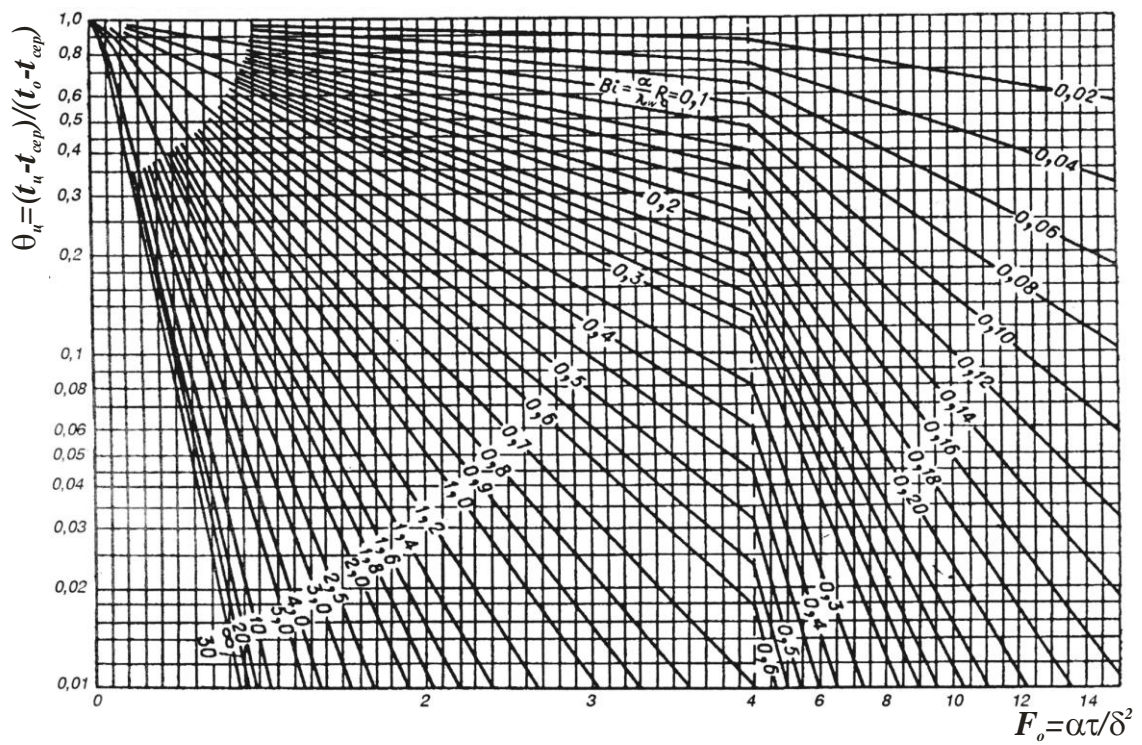


Рисунок К.4 – Залежність  $\theta_u = \Phi(Bi, Fo)$  для осі нескінченного циліндра

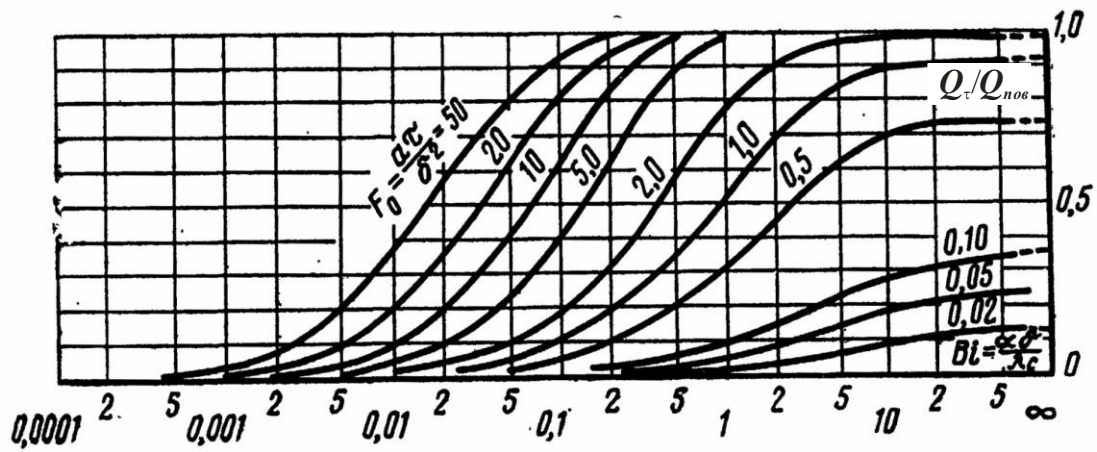


Рисунок К.5 – Залежність  $Q_{\tau}/Q_{пов}=\Phi(Bi, Fo)$  для необмеженої плоскої стінки

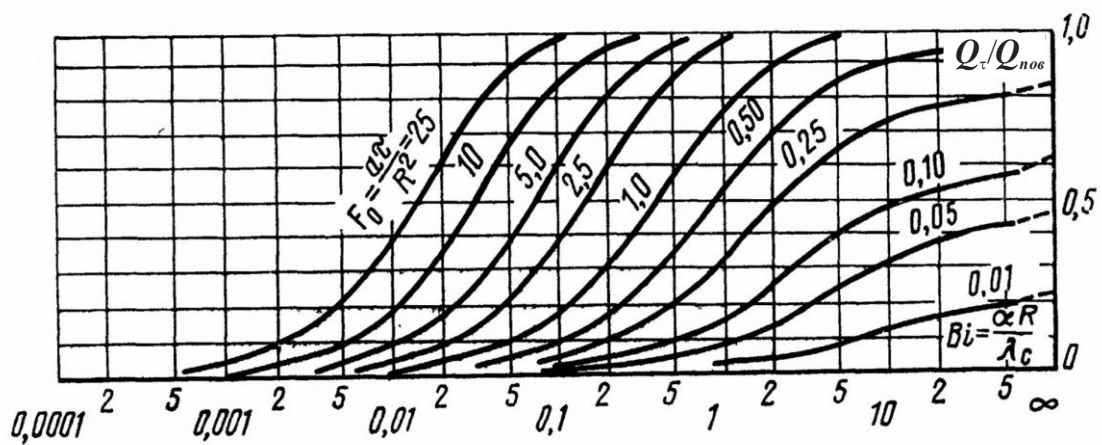


Рисунок К.6 – Залежність  $Q_{\tau}/Q_{пов}=\Phi(Bi, Fo)$  для нескінченного циліндра

## Додаток Л

### Ступінь чорноти матеріалів

*Таблиця Л.1 – Ступінь чорноти матеріалів*

Найменування матеріалу	$t, ^\circ\text{C}$	$\varepsilon$
Алюміній полірований	50...500	0,04...0,06
Бронза	50	0,1
Залізо листове оцинковане, блискуче	30	0,23
Жерсть біла, стара	20	0,28
Золото поліроване	200...600	0,02...0,03
Латунь матова	20...350	0,22
Мідь полірована	50...100	0,02
Нікель полірований	200...400	0,07...0,09
Олово блискуче	20...50	0,04...0,06
Срібло поліроване	200...600	0,02...0,03
Сталевий аркушевий прокат	50	0,56
Сталь окислена	200...600	0,8
Сталь сильно окислена	500	0,98
Чавунне лиття	50	0,81
Азбестовий картон	20	0,96
Дерево стругане	20	0,8...0,9
Цегла вогнетривка	500...1000	0,8...0,9
Цегла шамотна	1000	0,75
Цегла червона, шорсткувата	20	0,88...0,93
Лак чорний, матовий	40...100	0,96...0,98
Лак білий	40...100	0,8...0,95
Олійні фарби різних кольорів . . .	100	0,92...0,96
Сажа лампова	20...400	0,95
Стекло	20...100	0,91...0,94
Емаль біла	20	0,9



## Додаток М

Залежність ступеня чорноти газів від температури при різних значеннях  $P_l$

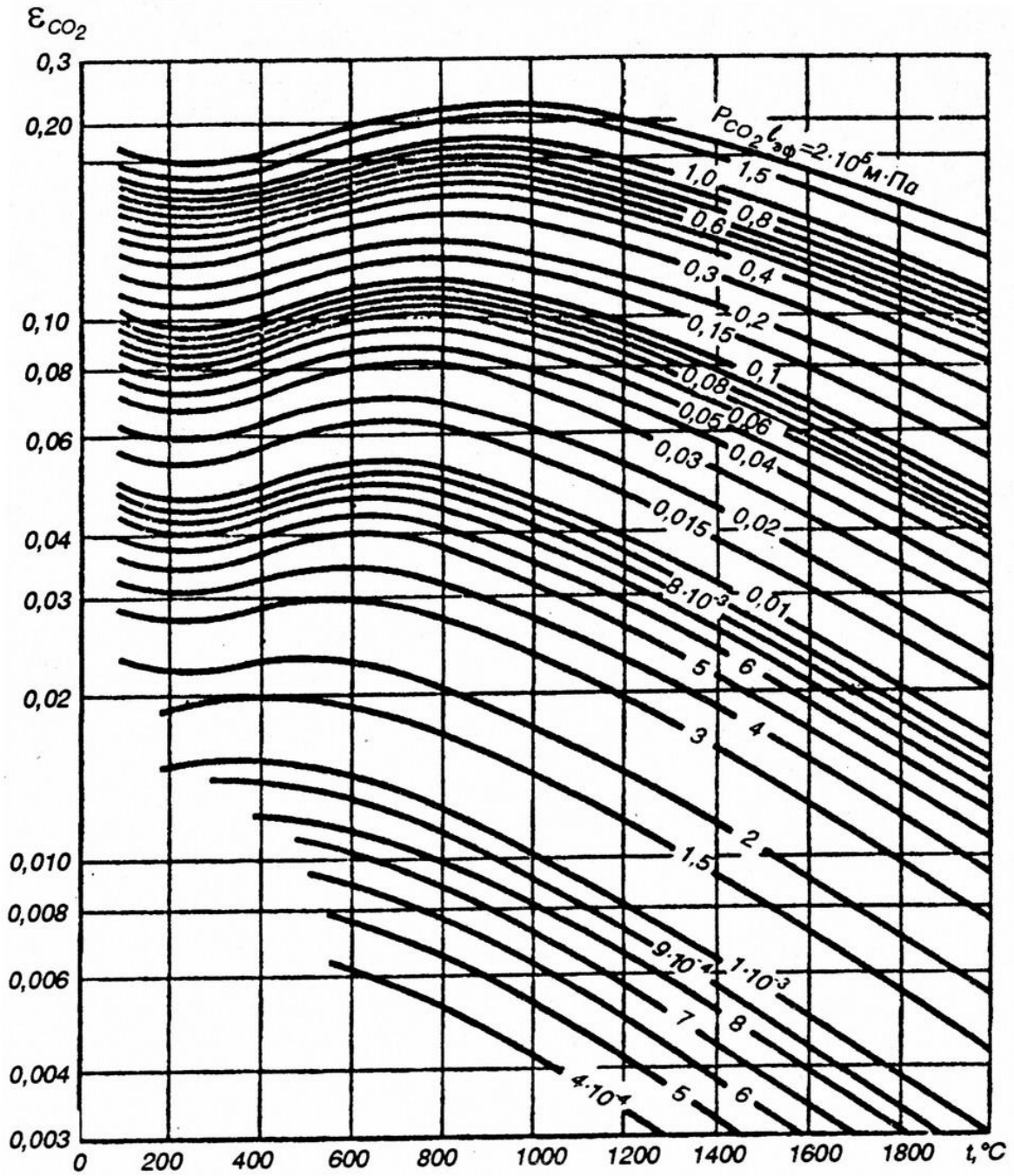


Рисунок М.1 – Залежність  $\epsilon(CO_2)$  від температури при різних значеннях  $P_l$

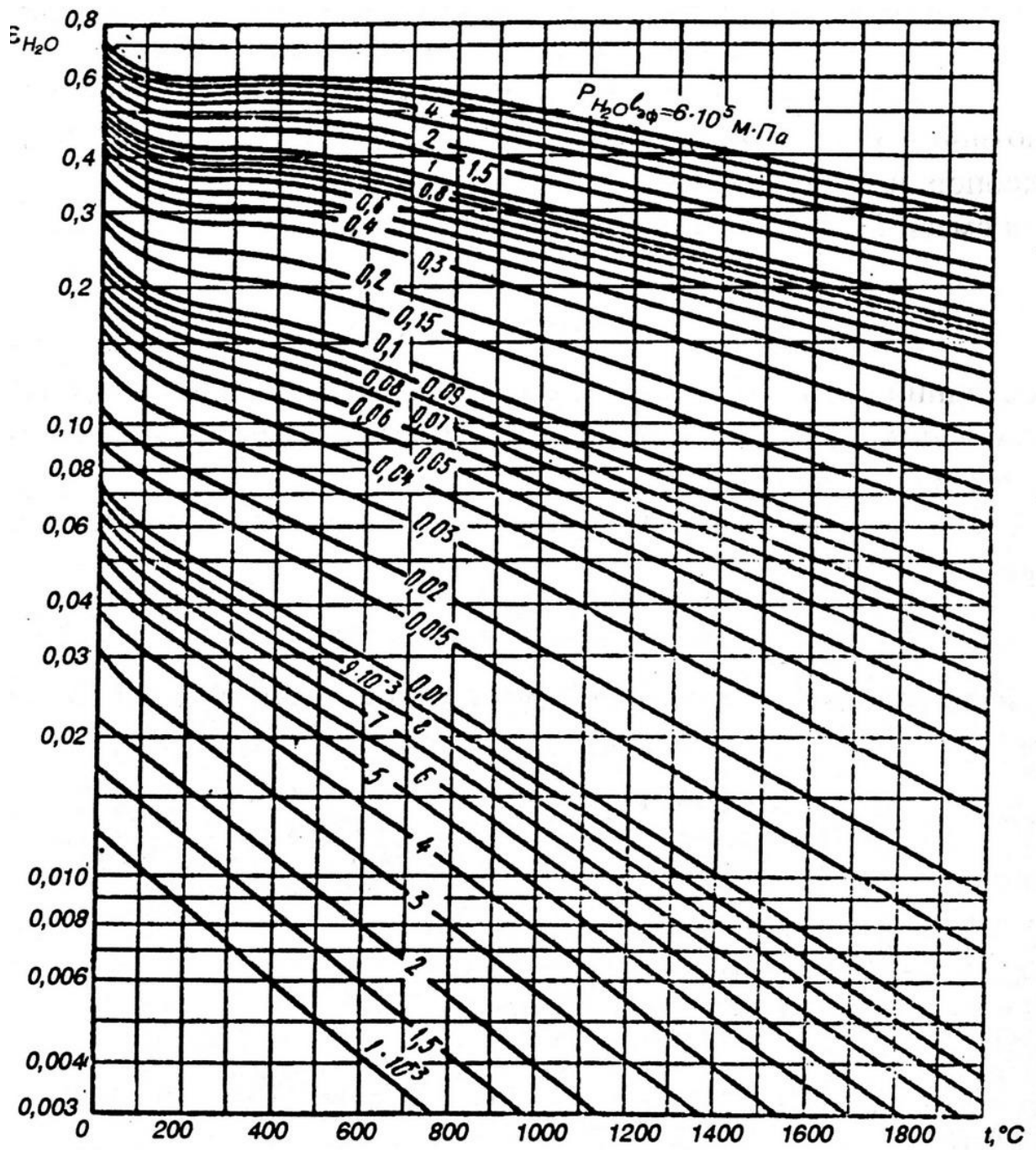


Рисунок М.2 – Залежність  $\epsilon(H_2O)$  від температури при різних значеннях  $P_I$

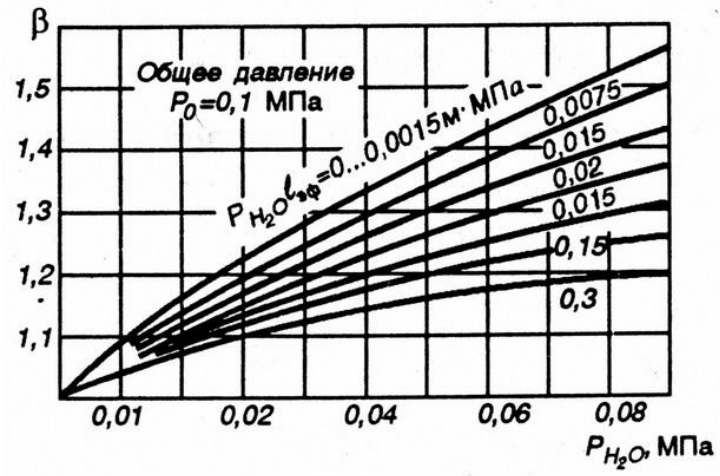


Рисунок М.3 – Залежність  $\beta$  від тиску при різних значеннях  $P_I$

*Навчальне видання*

**КОНОВАЛОВА Світлана Олексіївна**

**АВДЄЄНКО Анатолій Петрович**

## **Теплотехніка та теплоенергетика**

**Курс лекцій**

**Частина 1**

**Теплотехніка**

Редактор

І.І.Дьякова

Комп'ютерна верстка

О.П.Ордіна

80/2008. Підп. до друку

Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Ум. друк. арк.

Обл.-вид. арк.

Тираж прим.

Зам. №

Видавець і виготівник

«Донбаська державна машинобудівна академія»

84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру  
серія ДК № 1633 від 24.12.2003