УДК 373.31:51(091)

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ «ФУНКЦІЯ»

В.В. Півошенко

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця
e-mail: fkca.1ci16.pvv@gmail.com
Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

Постановка проблеми. Дієвим способом активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів має стати історія математики. Функціональна залежність є предметом вивчення майже всіх технічних дисциплін, але у різних формах, саме тому студентів доцільно познайомити із історичним шляхом розвитку поняття «функція».

Аналіз останніх досліджень. Проблемі використання історії математики в навчальному процесі присвячені наукові розвідки Г.Бевза, В.Бевз, А.Бородіної, Н.Віленкіна, М. Вигодського та ін., біографії окремих вчених-математиків – Е.Белла, А.Конфоровича, М.Шмигаєвського та ін., історичних задач різних епох Ю.Нестеренка, С.Олехніка, Г.Попова, В.Чистякова та ін. Т.Іванова підкреслює, що історія математики дозволяє побачити «живіу математику», а не суху, застиглу абстрактно-дедуктивну систему [1].

Мета дослідження – відобразити історичні аспекти розвитку поняття «функція».

Викладення основного матеріалу дослідження. Функція – одне із основних понять математичного аналізу. Прослідкуємо його історичний розвиток. Ідея функціональної залежності перегукується з давнини. Її зміст виявляється вже в перших математично виражених співвідношеннях між величинами, у правилах дій над числами, формулах для знаходження площі та об'єму тих чи інших фігур. Так, вавилонські вчені (4 - 5 тис. років тому) нехай і несвідомо, встановили, що площа кола є функцією від його радіуса. Прикладами табличного задання функції можуть служити астрономічні таблиці вавилонян, стародавніх греків та індійців, а прикладами словесного задання функції – теорема про сталість відношення площ кола і квадрата на його діаметрі або античні визначення конічних перерізів, причому самі ці криві виступали як геометричні образи відповідної залежності.

Введення поняття функції через механічне та геометричне представлення (17 століття). Шлях до появи поняття функції заклали в 17 столітті французькі вчені Франсуа Вієт (1540-1603) і Рене Декарт (1596-1650), вони розробили єдину буквенну математичну символіку, яка незабаром отримала загальне визнання. Введено було єдине позначення: невідомі величини позначали останніми буквами латинського алфавіту: x, y, z, відомі – початковими буквами того ж алфавіту: a, b, c, ... і т. д. Під кожною буквою стало можливим розуміти не тільки конкретні дані, але і багато інших – в математику прийшла ідея змінних. Тим самим з'явилася можливість записувати загальні формули. Крім того, у Декарта і Ферма (1601-1665) в геометричних роботах з'являється чітке уявлення змінної величини і прямокутної системи координат. У своїй «Геометрії» в 1637 році Декарт дає поняття функції, як зміна ординати точки залежно від зміни її абсциси; він систематично розглядав лише ті криві, які можна точно представити за допомогою рівнянь, причому переважно алгебраїчних [2]. Поступово поняття функції стало ототожнюватися, таким чином, з поняттям аналітичного виразу – формули. У 1671 році І. Ньютон під функцією став розуміти змінну величину, яка змінюється з часом (він називав її «флюент»). В «Геометрії» Декарта і роботах Ферма, Ньютона і Лейбніца поняття функції носило, по суті, інтуїтивний характер і було пов'язане або з геометричними, або з механічними уявленнями: ординати точок кривих – функція від абсцис (x); шлях і швидкість – функція від часу (t) і т. п.

Аналітичне визначення функції (17 - початок 19 століття). Сам термін «функція» (від латинського functio – вчинення, виконання) вперше був вжитий німецьким математиком Лейбніцем в 1673 в листі до Гюйгенсу (під функцією він розумів відрізок, довжина якого змінюється по якомусь певному закону), у пресі він його ввів з 1694 року. Починаючи з 1698 Лейбніц ввів також терміни «змінна» і «константа». У 18 столітті з'являється новий погляд на функцію як на формулу, що зв'язує одну змінну з іншою. Це так звана аналітична точка зору на поняття функції. Підхід до такого визначення вперше зробив швейцарський математик Йоганн Бернуллі (1667 - 1748), який в 1718 році визначив функцію таким чином: функція – це величина, складена із змінної та постійної. Для позначення довільної функції від x Бернуллі застосував знак $j(x)$, називаючи характеристикою функцією; Лейбніц вживав x_1, x_2 замість сучасних $f_1(x)$ та $f_2(x)$; Ейлер позначив через $f:y$, $f:(x+y)$ те, що ми нині позначаємо через $f(x)$, $f(x+y)$. Остаточне формулювання загального визначення функції з аналітичної точки зору зробив учень Бернуллі Ейлер у «Диференціальному обчисленні», що вийшло у світ в 1755 році: «Коли деякі кількості залежать один від одного таким чином, що при зміні останніх і самі вони піддаються змінні, то перші називають функцією других» [3, с.5]. Як видно з представлених визначень, саме поняття функції фактично ототожнювалося з аналітичним заданням.

Ідея відповідності (19 століття). Сучасне визначення функції, відмінне від згадок про аналітичне задання, яке належить Діріхле і виголошене у 1837р., неодноразово пропонувалось і до нього. Воно звучить так: дві змінні величини x і y зв'язані функціональною залежністю, якщо кожному значенню, якого може набувати x, відповідає одне і лише одне значення y. Подальший розвиток математичної науки в 19 столітті грунтувався на загальному визначенні функції Діріхле, яке стало класичним. Сучасне поняття функції з довільними областями означення і значень сформувалося, власне кажучи, зовсім недавно, у першій половині поточного сторіччя, після робіт творця теорії множин Г. Кантора (1845-1918).

Подальший розвиток поняття функції (20 століття - ...). Вже з самого початку 20 століття визначення Діріхле стало викликати деякі сумніви серед частини математиків. Необхідність подальшого розширення поняття функції стала особливо гострою після виходу в світ в 1930 році книги «Основи квантової механіки» Поля Дірака, англійського фізика, одного із засновників квантової механіки. Дірак ввів так звану дельта-функцію, яка виходила далеко за рамки класичного визначення функції. У зв'язку з цим російський математик Н. М. Гюнтер й інші вчені опублікували в 30-40-х роках 20-го століття роботи, в яких невідомими є не функції точки, а «функції області», що краще відповідає фізичній сутності явищ [3]. Так, наприклад, температуру тіла в точці практично визначити не можна, в той час як температура в деякій області тіла має конкретний фізичний зміст. В загальному вигляді поняття узагальненої функції було введено французом Лораном Шварцем. У 1936 році 28-річний російський математик і механік С. Л. Соболєв першим розглянув окремий випадок узагальненої функції, яка охоплює і дельта-функцію, і застосував створену теорію до розв'язання низки завдань математичної фізики.

Отже, вивчення історії розвитку функції дає зрозуміти, як послідовно досліджувались величини і робились висновки про сталі та змінні величини (дослідження робили не тільки математики, а й фізики). До поняття функції математики прийшли, відштовхуючись від конкретних і важких задач математики і її додатків. Це відбувалося в процесі створення нового могутнього апарата досліджень – інтегрального і диференціального числення. Відкриття інтегрального і диференціального числення, центральним поняттям яких Эйлер проголосив функцію, розширило можливості математики.

Література

1. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия / Г. Вилейтнер. – М. : Наука, 1966.
3. Шилов Г. Е. Что такое функция? / Г.Е. Шилов // Математика в школе. – 2003. – № 1.– С. 4-10.