УДК 373.31:51(091)

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА: ІСТОРИЧНИЙ АНАЛІЗ

К. С. Поперечний

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця
e-mail: kostya19994@gmail.com
Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

Постановка проблеми. Основна задача викладача – мотивувати навчально-пізнавальну діяльність студентів. Одним із засобів виконання даної задачі є використання історичного аспекту в процесі вивчення як технічних, так і фундаментальних дисциплін. Сучасна вища освіта вбачає головним своїм завданням «озброєння» майбутніх фахівців уміннями та навичками здобувати нові знання, відкривати їх для себе самостійно[4].

Аналіз останніх досліджень. Вирішення визначених проблем хвилюють багатьох відомих науковців, викладачів математики, вчителів-методистів. Щоб викладач міг використовувати у своїй роботі завдання історико-математичного характеру, він має володіти науковими знаннями історичного матеріалу і вміннями включати історичний матеріал в навчальний процес. У методиці викладання математики питаннями використання елементів історизму присвячені роботи І.І. Бавріна, В.В.Бобиніна, Г.І.Глейзіна, Б.В.Гнеденко, Ю.А.Дробишева, Т.А.Іванової та ін.

Мета дослідження – навести історичний шлях входження в математичну науку комплексних чисел.

Викладення основного матеріалу дослідження. Комплексні числа – розширення поля дійсних чисел, зазвичай позначається C. Будь-яке комплексне число може бути представлене як формальна сума $x+iy$, де x і y – дійсні числа, i – уявна одиниця.

Комплексні числа утворюють алгебраїчно замкнуте поле – це означає, що многочлен степеня n із комплексним коефіцієнтом має рівно n комплексних коренів (основна теорема алгебри). Це головна причина широкого застосування комплексних чисел у математиці. Крім того, застосування комплексних чисел дозволяє зручно і компактно формулювати багато математичних моделей.

Комплексні числа виникли в математиці на початку XVI століття внаслідок розв'язування алгебраїчних рівнянь 3-го ступеня, а пізніше, і рівнянь 2-го ступеня. Деякі італійські математики того часу (Сципіон дель Ферро, Ніколо Тарталья, Джіроломо Кардано, Рафаель Бомбеллі) ввели в розгляд символ $\sqrt{-1}$ як формальний розв'язок рівняння $x^2+1=0$, а також вираз більш загального вигляду ($a+b\sqrt{-1}$) для запису розв'язку рівняння $(x-a)^2+b^2=0$. Згодом вирази виду ($a+b\sqrt{-1}$) стали називати «уявними», а потім «комплексними» числами і записувати їх у вигляді ($a+bi$) (символ і для позначення $\sqrt{-1}$ ввів Леонард Ейлер у XVIII ст.). Цих чисел, чисел нової природи виявилося достатньо для розв'язування будь-якого квадратного рівняння (включаючи випадок D <0), а також рівняння 3-го і 4-го ступеня. Математики XVI ст. і наступних поколінь аж до початку XIX сторіччя ставилися до комплексних числах з явною недовірою і упередженням. Вони вважали ці числа «уявними» (Декарт), «неіснуючими», «вигаданими», «виникли від надлишкового мудрування» (Кардано), Лейбніц називав ці числа «витонченим і чудовим притулком божественного духу», а $\sqrt{-1}$ вважав символом потойбічного світу (і навіть заповідав накреслити його на своїй могилі) [3]. Проте використання апарату комплексних чисел (незважаючи на підозріле ставлення до них), дозволило розв'язати багато важких завдань. Тому з часом комплексні числа займали все більш важливе положення в математиці і її додатках.

Термін «комплексні числа» був введений Гауссом в 1831 році. Слово «комплекс» (від латинського complexus) означає зв'язок, поєднання, сукупність понять, предметів, явищ і т. д. утворюють єдине ціле.

Протягом XVII століття тривало обговорення арифметичної природи уявних чисел, можливості дати їм геометричне обгрунтування. Поступово розвивалася техніка операцій над уявними числами. На рубежі XVII і XVIII століть була побудована загальна теорія коренів n степенів спочатку з негативних, а за тим з будь-яких комплексних чисел, заснована на наступній формулі (1) англійського математика А. Муавра (1707).

$$(\cos x + i\sin x)^n = \cos nx + i\sin nx \qquad (1)$$

За допомогою цієї формули можна було так само вивести формули для косинусів і синусів кратних дуг. Л. Ейлер вивів в 1748 році чудову формулу (2), яка пов'язувала воєдино показникову функцію з тригонометричною.

$$e^{ix} = cox + i\sin x \qquad (2)$$

За допомогою формули Л. Ейлера можна було підносити число e в будь-яку комплексну ступінь. Наприкінці XVIII століття французький математик Ж. Лагранж зміг сказати, що математичний аналіз вже не ускладнюють уявні величини. За допомогою уявних чисел навчилися виражати розв'язки лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Ще раніше швейцарський математик Я. Бернуллі застосовував комплексні числа для розв'язування інтегралів.

Хоча протягом XVIII століття за допомогою комплексних чисел було розв'язано багато питань, в тому числі і прикладні завдання, пов'язані з картографією, гідродинамікою і т. д., проте ще не було строгого логічного обгрунтування теорії цих чисел. Саме тому, французький учений П. Лаплас вважав, що результати, отримані за допомогою уявних чисел – тільки наведення, яка купує характер справжніх істин лише після підтвердження прямими доказами. «Ніхто ж не сумнівається в точності результатів, одержуваних при обчисленнях з уявними кількостями, хоча вони являють собою тільки алгебраїчні форми, ієрогліфи безглуздих кількостей» (Л. Карно) [1].

Наприкінці XVIII століття, на початку XIX століття було отримано геометричне тлумачення комплексних чисел. Німець К. Гаусс у 1831 р, данець К. Вессель в 1799 р та француз Ж. Арган в 1806 р. незалежно один від одного запропонували зобразити комплексне число точкою на координатній площині [2]. Пізніше виявилося, що ще зручніше зображати число не самою точкою M, а вектором, що з'єднує цю точку з початком координат. Згадана раніше формула Ейлера (2) дозволяє записати число z у показниковій формі.

Геометричне тлумачення комплексних чисел дозволило визначити багато понять, пов'язані з функцією комплексної змінної, розширило область їх застосування. Стало ясно, що комплексні числа корисні у багатьох питаннях, де мають справу з величинами, які зображуються векторами на площині: при вивченні течії рідини, задач теорії пружності.

Отже, комплексні числа, в першу чергу глибоко проникали в теорію алгебраїчних рівнянь, істотно спростивши їх вивчення. Стало можливим зводити до комплексних чисел багато завдань природознавства, особливо гідро-і аеродинаміки, електротехніки, теорії пружності і міцності, а також геодезії і картографії. З цього часу існування «уявних» або комплексних чисел стало загальновизнаним фактом і вони отримали такий же реальний зміст, як і дійсні числа. До теперішнього часу вивчення комплексних чисел розвинулося в найважливіший розділ сучасної математики – теорію функції комплексної змінної (ТФКЗ).

Література

1. Бевз В.Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – К., 2007. – С. 135–137.
2. Бевз В.Г. Практикум з історії математики : навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів / В. Г. Бевз. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – 312с.
3. Маркушевич А.І. Комплексні числа і конформні відображення / А.І.Маркушевич // Фізматгіз. – 1960.
4. Хом'юк І.В. Деякі аспекти використання компетентнісного підходу до викладання фундаментальних дисциплін у ВНЗ / І.В.Хом'юк, В.В.Хом'юк // Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2012. – Вип. № 22(257). – С. 215–222.