УДК 373.31:51(091)

ІСТОРІЯ ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА У ЕКОНОМІЦІ

Ю.Д. Карлаш (Панченко)

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ
e-mail: yulia.panchenko2014@yandex.ru
Науковий керівник: В.О. Паламарчук, канд. техн. наук, доцент

Постановка проблеми. Уся історія математики, починаючи з її виникнення, пов'язана з економічним життям тогочасного суспільства. Геометрія з'явилась з потреб земельних відносин у Єгипті, десяткове числення виникло як відповідь на ускладнення фінансових відносин у середні віка, полегшуючи банківські операції. Вибуховий розвиток промисловості у кінці XIX сторіччя викликав бурхливе зростання економічних відносин і необхідність появи відповідного математичного апарату. Інтегральне числення має багатий математичний апарат для моделювання й дослідження процесів, що відбуваються в економіці [1].

Аналіз останніх досліджень. Глобалізація зачіпляє усі сфери життя людства і це відзеркалюється на розвитку науки – математика все більше інтегрується у економіку і дозволяє досягти значних успіхів. Математика зараз є невід'ємною частиною економіки, яка створює алгоритми розв'язання тих чи інших невідкладних питань. Поєднання математики і IT технологій пронизує усі економічні дослідження. Наприклад, спеціалісти Лейденського університету провели дослідження[2], у ході якого з'ясувалось, що теорія складності обчислень могла б передбачити світову фінансову кризу 2008 року уже у 2005 році.

Мета дослідження – відобразити історичну роль інтегрального числення у розвитку економіки.

Викладення основного матеріалу дослідження. На початку XX сторіччя виникла потреба у теоретичних дослідженнях економічних процесів. Аналіз доходності фінансових ринків вимагав розробку алгоритму дисконтування. Дисконтування є єдиною методикою, яка порівнює вартість різних об'єктів у часі. Дисконтування приводить теперішню вартість до майбутньої. У цьому алгоритмі використовується визначений інтеграл[3]. Розглянемо *приклад 1*

Визначити дисконтований дохід К за 4 роки при відсотковій ставці Р=6%, якщо початкові капіталовкладення склали 12 тыс. грн і щорічно передбачається збільшувати капіталовкладення на 1 тис. гривень.

Розв'язок.

Введемо функцію $f(t) = N + mt$, де N – початкові капіталовкладення, m- сума на яку передбачається збільшувати капіталовкладення. Значить $f(t) = 12 + t$.

Дисконтований дохід за час Т обчислюється за формулою

$$K = \int_0^T f(t)e^{-it}dt, \text{ де } i = \frac{p}{100} = \frac{6}{100} = 0{,}06 \qquad (1)$$

В нашому випадку $K = \int_0^4 (12+t)e^{-0{,}06t}dt = \left| \begin{matrix} u = 12+t, \; dv = e^{-0{,}06t}dt \\ du = dt, \; v = \frac{1}{-0{,}06}e^{-0{,}06t} \end{matrix} \right| =$

$$= (12+t)\frac{1}{-0{,}06}e^{-0{,}06t}\Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{-0{,}06}e^{-0{,}06t}dt = (12+t)\frac{1}{-0{,}06}e^{-0{,}06t}\Big|_0^4 - \frac{1}{(0{,}06)^2}e^{-0{,}06t}\Big|_0^4 =$$

$$= \frac{-16}{0{,}06}e^{-0.24} + \frac{12}{0{,}06} - \frac{1}{(0{,}06)^2}e^{-0{,}24} + \frac{1}{(0{,}06)^2} \approx 49{,}5$$

Це означає, що майбутня вартість активу дорівнює 49,5 тис грн.

Для моделювання розподілів доходів суспільства, майна домогосподарств, часток ринку для окремих підприємств галузі, природних ресурсів окремих країн використовують розподіл Лоренца, який він запропонував у 1905 році[4].

Графіком функції (в прямокутній системі координат) є крива Лоренца, яка опукла вниз та проходить під діагоналлю одиничного квадрата, що розташований в першій координатній чверті. Кожна точка на кривій Лоренца відповідає твердженню на зразок «20 найбідніших відсотків населення отримують 7 % від його сукупного доходу». У випадку абсолютно рівного розподілу, кожна група населення має дохід, який пропорційний її чисельності. Такий випадок описується кривою рівності, що є насправді прямою, тобто - діагоналлю одиничного квадрата. У випадку повної нерівності розподілу (коли лише один член суспільства отримує дохід) крива спочатку «прилипає» до вісі абсцис, а потім з точки (1;0) скачкоподібно переходить у точку (1;1). Будь-яка інша крива Лоренца буде міститися між кривою абсолютної рівності і кривою повної нерівності (рис. 1).

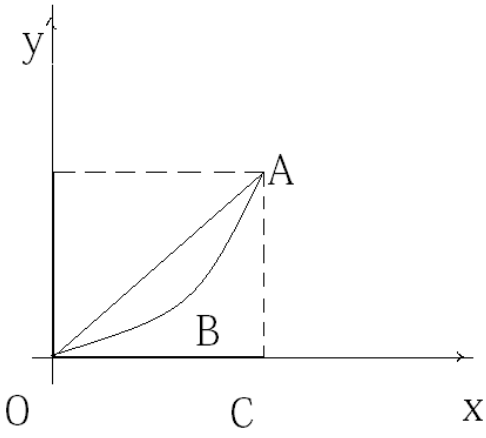

Рис.1 - Стандартний вигляд кривої Лоренца

Методику дослідження цієї кривої запропонував Коррадо Джині у 1912 році.

Заштрихована фігура ОВА характеризує кеэфіцієнт Джині своїм розміром – чим вона больша, тим більш нерівномірно расподілені доходи.

Коефіцієнт Джині — це відношення площі ОАВ до площі ОАС:

$$K = \frac{S_{OAB}}{S_{OAC}} \quad (2)$$

Звідси:

$$K = \frac{\frac{1}{2} - S_{OBAC}}{\frac{1}{2}} = 1 - 2\int_0^1 f(x)dx \quad (3)$$

Якщо $S_{OAC} = \frac{1}{2}$, то $S_{OBAC} = \int_0^1 f(x)dx$

Приклад 2: Крива Лоренца описана рівнянням $y=1-\sqrt[3]{x}$ x–доля населення, y – доля доходів населення. Необхідно обчислити коэффициент Джині, сделать висновки.

Розв'язок.

Використаємо формулу (3)

$$K=1-2\int_0^1 (1-\sqrt[3]{x})dx = 1 - 2\left(x - \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\right) = 1 - 2\left(1 - \frac{3}{4}\right) = 0{,}5$$

Коэфіцієнт Джині склав 0,5, що означає: Розподіл доходів серед населення досить несправедливий.

Отже, за допомогою визначеного інтеграла в економіці можна виконувати обчислення, які є достатньо простими (для людини, яка знає математику), не вимагають використання складних понять у процесі аналізу і дозволяють розвязувати складні задачі аналітичного і прогностичного характеру.

Застосування визначеного інтеграла допомагає вивчати економіку, маючи знання з математики. Серед задач, у яких використовується визначений інтеграл, є задачі обчислення і аналізу споживчих надлишків, ринкової рівноваги та ін..

Література

1. Малыхин В.И. Математика в экономике / Малыхин В.И. М:Инфра-М, 1999.
2. Определённый интеграл в экономических задачах и экономической теории – [электронный ресурс].- Режим доступу: http://www.scienceforum.ru/2014/444/440
3. Ситун А. Е. «Определенный интеграл в экономических задачах» – [электронный ресурс].- Режим доступу: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/335.pdf
4. Рождєственська Л. Г. Статистика ринку товарів і послуг: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 419 с. ISBN 966-574-691-X