

**УДК 378.147**  
**ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ**  
**ПІДРУЧНИКІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

**А.З. Мохонько<sup>1</sup>, В.Д. Мохонько<sup>2</sup>, Л.С. Васіна<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”, Львів

<sup>2</sup>Технічний коледж Національного університету “Львівська політехніка”, Львів  
e-mail: ludavhome@gmail.com

Як свідчить досвід викладання вищої математики, кількості аудиторних годин, відведених на її вивчення, недостатньо для повноцінного вивчення матеріалу, оскільки від 50 до 70% програмного матеріалу виноситься на самостійне опрацювання. В умовах обмеженості аудиторних годин самостійна робота студентів (СРС) складає практично половину навчального часу. Роль викладача в організації СРС полягає, зокрема, у її *методичному забезпеченні*: підготовці конспектів лекцій, методичних рекомендацій, вказівок по виконанню індивідуальних завдань розрахункових робіт тощо.

На практиці при організації СРС студентів ефективно працює “Навчальний довідник у таблицях”. У довіднику системно і компактно викладено базові поняття всіх розділів Вищої математики, передбачених навчальною програмою.

Довідковий матеріал містить формулювання основних понять, означень, властивостей, формули, методи та покрокові схеми розв’язування типових задач. Подання матеріалу в таблицях полегшує запам’ятовування, допомагає систематизувати як аудиторну, так і самостійну роботу студента протягом всього вивчення курсу, структурувати матеріал, дає можливість нагадати і знайти необхідну інформацію як при вивченні наступних розділів, так і при підготовці до тематичного контролю, заліків, іспитів.

Системне впровадження у викладання курсів математики сучасних інформаційних технологій, у тому числі комп’ютерних математичних систем (Maple, MathCAD...) передбачає забезпечення студентів методичними і навчальними матеріалами нового типу – комп’ютерними підручниками, практикумами тощо. Для організації СРС студентів викладачами розробляються електронні комплекси. Наприклад, електронний комплекс з Чисельних методів по темі “Інтерполяція функцій” має таку структуру:

⇒ текст лекцій “Інтерполяція функцій”, “Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами” + питання для самоконтролю; ⇒ контрольні питання до теми; ⇒ тестові завдання для діагностики і контролю знань; ⇒ план-конспект практичного заняття з розв’язками задач; ⇒ завдання для самостійної роботи; ⇒ інструкції по виконанню індивідуальних завдань з

використанням ППМП MathCAD та Maple;  $\Leftrightarrow$  опорні знання з математики і вищої математики;  $\Leftrightarrow$  література та інтернет-ресурси;  $\Leftrightarrow$  програма курсу.

Наявність таких Електронних комплексів дозволяє збагатити зміст навчального матеріалу, підвищити мотивацію студентів, дає можливість самостійно отримувати нові знання для їх подальшого використання в практичній роботі, оптимізувати процес навчання. Для безпосереднього доступу студентів методичні матеріали та завдання для самостійної роботи розміщуються на сайті.

Фрагменти Довідника:

✦ Техніка обчислення границь (розкриття невизначеностей)

$\{0/0\}$	Основні прийоми
<b>Границя відношення многочленів при <math>x \rightarrow x_0</math>.</b>	<p><math>\rightarrow</math> розклад на множники і скорочення на множник <math>(x - x_0) \rightarrow 0, (x - x_0 \neq 0)</math>.</p> <p><math>\rightarrow</math> правило Лопіталя</p>
<b>Границя відношення ірраціональних виразів при <math>x \rightarrow x_0</math>.</b>	<p><math>\rightarrow</math> домноження чисельника та (або) знаменника:</p> <p>на спряжений вираз <math>\frac{\sqrt{f(x)} - a}{g(x)} = \frac{f(x) - a^2}{g(x) \cdot (\sqrt{f(x)} + a)}</math></p> <p>або на неповний квадрат</p> $\frac{\sqrt[3]{f(x)} - a}{g(x)} = \frac{f(x) - a^3}{g(x) \cdot (\sqrt[3]{f^2(x)} + \sqrt[3]{f(x)} \cdot a + a^2)}$ <p><math>\rightarrow</math> введення нової змінної: <math>\sqrt{f(x)}, \sqrt[4]{f(x)} \rightarrow t = \sqrt[4]{f(x)}</math></p> <p><math>\rightarrow</math> правило Лопіталя</p>
<b>Границя відношення виразів, що містять тригонометричні, обернені тригонометричні, показникову і логарифмічну функції</b>	<p><math>\rightarrow</math> використання еквівалентних нескінченно малих: <math>x \sim \sin x \sim \operatorname{tg} x \sim \arcsin x \sim \operatorname{arctg} x \sim e^x - 1 \sim \ln(1 + x), x \rightarrow 0</math> та принципу заміни при <math>\alpha(x) \rightarrow 0</math>:</p> $\alpha(x) \sim \sin \alpha(x) \sim \operatorname{tg} \alpha(x) \sim \arcsin \alpha(x) \sim \operatorname{arctg} \alpha(x) \sim e^{\alpha(x)} - 1 \sim \ln(1 + \alpha(x))$ <p><math>\rightarrow</math> заміна змінної: <math>x \rightarrow x_0: x - x_0 = t, t \rightarrow 0</math></p> <p><math>\rightarrow</math> правило Лопіталя</p>

✦ Схема дослідження знакочередового ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$  на збіжність

<b>п.1.</b> якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0 \Rightarrow$ ряд розбіжний; якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \Rightarrow$ переходимо до <b>п.2</b> $\Downarrow$
<b>п.2.</b> якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}  u_n $ – збіжний, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ – абсолютно збіжний;
якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}  u_n $ – розбіжний $\Rightarrow$ переходимо до <b>п.3</b> $\Downarrow$
<b>п.3.</b> якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ є рядом Лейбніца, то ряд збігається умовно.

### ✦ Застосування інтегралів за геометричними об'єктами

<b>Область <math>D</math> площини</b>	<b>подвійний інтеграл</b> $\iint_D f(x, y) dS$
<i>Геометричне застосування.</i> Площа області $D$ : $S_D = \iint_D dS$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса плоскої пластинки з поверхневою густиною $\mu(x, y)$ : $m = \iint_D \mu(x, y) dS$
<b>Просторова область <math>G</math></b>	<b>потрійний інтеграл</b> $\iiint_G f(x, y, z) dV$
<i>Геометричне застосування.</i> Об'єм тіла $G$ : $V_G = \iiint_G dV$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса неоднорідного тіла $G$ з густиною розподілу мас $\gamma = \gamma(x, y, z)$ : $m_G = \iiint_G \gamma(x, y, z) dV$
<b>Крива <math>L</math></b>	<b>криволінійний інтеграл 1-го роду</b> $\int_L f(x, y, z) dl$
<i>Геометричне застосування.</i> Довжина дуги кривої $L$ : $l_L = \int_L dl$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса, розподілена вздовж матеріальної кривої $L$ з густиною $\gamma = \gamma(x, y, z) \geq 0$ : $m_L = \int_L \gamma(x, y, z) dl$
Крива $L$	криволінійний інтеграл 2-го роду $\int_L Pdx + Qdy + Rdz$
<i>Фізичне застосування.</i> Робота змінної сили $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ при переміщенні по дузі кривої $L$ : $A_L(\vec{F}) = \int_L (\vec{F} \cdot d\vec{l}) = \int_L Pdx + Qdy + Rdz$	
<b>Поверхня <math>P</math></b>	<b>поверхневий інтеграл 1-го роду</b> $\iint_P f(x, y, z) dP$
<i>Геометричне застосування.</i> Площа поверхні $P$ : $S_p = \iint_P dP$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса, розподілена на поверхні $P$ з густиною $\gamma = \gamma(x, y, z) \geq 0$ : $m_p = \iint_P \gamma(x, y, z) dP$
<b>Поверхня <math>S</math></b>	<b>поверхневий інтеграл 2-го роду</b> $\iint_S Pdydz + Qdx dz + Rdx dy$
<i>Фізичне застосування.</i> Потік векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ , що протікає через поверхню $S$ : $\Pi_S(\vec{F}) = \iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}^0) dS = \iint_S Pdydz + Qdx dz + Rdx dy$	

### Література

1. Васіна Л.С. Вища математика: Навчальний довідник у таблицях. – Львів : СПОЛОМ, 2014. – 256 с.
2. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD: математический практикум. М.: Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
3. Чисельні методи. Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами. Електронний комплекс. Для самостійної роботи студентів спеціальності 5.05010301 “Розробка програмного забезпечення”. – Львів: ВЦ ТК НУ “Львівська політехніка”, 2016. – 44с.