

Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

# **ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА**

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до самостійної роботи з підготовки до складання заліку для студентів  
галузі знань 013 «Механічна інженерія»**

**спеціалізації**

**«Ливарне виробництво чорних і кольорових металів і сплавів»**

**прискореної форми навчання**

Затверджено  
на засіданні  
методичної ради  
Протокол № від

Краматорськ  
ДДМА  
2020

Прикладна механіка : методичні вказівки до самостійної роботи з підготовки до складання заліку для студентів галузі знань 013 «Механічна інженерія» спеціалізації «Ливарне виробництво чорних і кольорових металів і сплавів» прискореної форми навчання / укл. М. І. Кінденко. – Краматорськ : ДДМА, 2020. – 28 с.

У методичних вказівках розглянуто кінематичний розрахунок зубчастого механізму, визначення коефіцієнта корисної дії для машинного агрегату, а також основні види наступних простих навантажень елементів конструкцій – розтягання-стискання і поперечний згин. Для кожного з перерахованих розділів наведено в доступній формі приклад розрахунку.

Указівки є посібником для самоосвіти й можуть бути використаними студентами спеціалізації «Ливарне виробництво чорних і кольорових металів і сплавів» прискореної форми навчання, які вивчають прикладну механіку, для складання заліку.

Укладач

М. І. Кінденко, доц.

Відп. за випуск

С. Г. Карнаух, доц.

## ЗМІСТ

|  |  |
|--|--|
| ВСТУП .....  | 4  |
| 1 ПРИКЛАД БІЛЕТА ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ЗАЛІКУ .....                                     | 5  |
| 2 ВИЗНАЧЕННЯ ККД МАШИННОГО АГРЕГАТУ .....  | 8  |
| 3 КІНЕМАТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТОГО МЕХАНІЗМУ .....                             | 9  |
| 4 РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ .....   | <b>Ошибка! Закладка не определена.11</b> |
| 4.1 Визначення реакцій опор .....  | 15                                       |
| 4.2 Побудова епюр перерізуєчих сил і згинальних моментів .....                   | 15                                       |
| 4.3 Повна перевірка міцності двотаврової балки .....                             | 18                                       |
| 4.3.1 Перевірка за нормальними напруженнями .....                                | 18                                       |
| 4.3.2 Перевірка за дотичними напруженнями .....                                  | 18                                       |
| 4.3.3 Перевірка за еквівалентними напруженнями .....                             | 18                                       |
| 5 РОЗРАХУНОК СТРИЖНІВ НА РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ .....                              | 20                                       |
| 5.1 Визначення внутрішніх нормальних сил у поперечних<br>перерізах стрижня ..... | 21                                       |
| 5.2 Визначення площі поперечного перерізу стрижня .....                          | 21                                       |
| 5.3 Визначення нормальних напружень у поперечних перерізах<br>стрижня .....      | 22                                       |
| 5.4 Визначення абсолютних подовжень ділянок стрижня .....                        | 22                                       |
| 6 КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ БІЛЕТА З ПРОВЕДЕННЯ ЗАЛІКУ .....                               | 23                                       |
| 7 СПИСОК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ .....  | 24                                       |
| СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....   | 27                                       |

## ВСТУП

Знання загальних закономірностей абсолютно необхідне кожному сучасному інженеру, який повинен володіти основами машинознавства, а також уявляти собі не тільки загальні принципи влаштування механізмів, а й принципи їхнього проектування. Знати деталі, з яких складаються ці механізми, і умови, за яких ці деталі досить міцні й надійні, оскільки міцність і надійність деталей визначають міцність і надійність механізму в цілому.

Увесь конспект зазначених питань у тій мірі, у якій вони необхідні інженеру-металургу, розглянуто в цьому курсі прикладної механіки.

Курс складається з трьох розділів. У першому з них порушені загальні питання теорії механізмів. Другий розділ присвячений основам опору матеріалів, науці про міцність і жорсткість інженерних конструкцій, і його викладено в обсязі, необхідному для вивчення третього розділу, у якому розглянуто питання проектування найбільш поширених механізмів. Усі розділи тісно пов'язані між собою і з курсом теоретичної механіки, а також відіграють велику роль у формуванні особистості сучасного інженера.

# 1 ПРИКЛАД БІЛЕТА ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ЗАЛІКУ



ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА  
МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ  
Кафедра «Основи проектування машин»  
Дисципліна «Прикладна механіка»  
Для студентів галузі знань 013 «Механічна  
інженерія» спеціалізації «Ливарне виробництво  
чорних і кольорових металів і сплавів»

## ЗАЛІКОВИЙ БІЛЕТ № 0

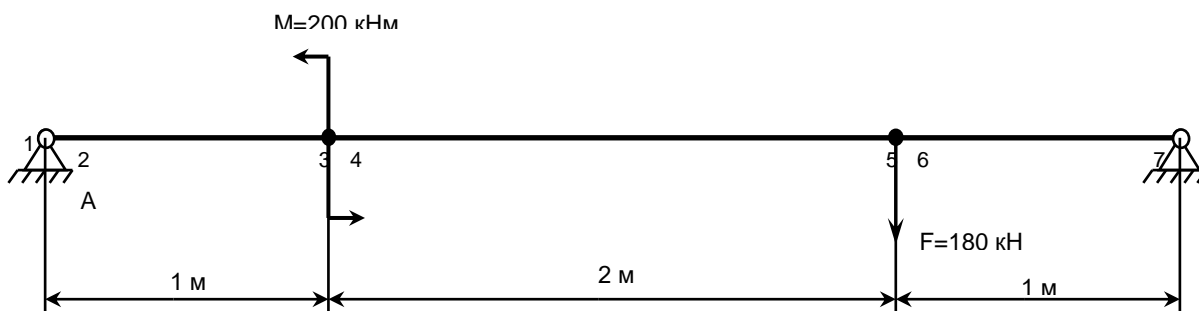
(прискорена форма навчання)

### ТЕОРЕТИЧНЕ ПИТАННЯ (10 балів)

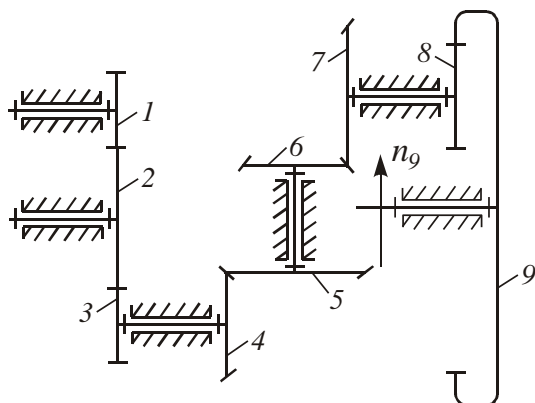
Деформація кручення. Напруги й деформації при крученні. Розрахунки на міцність при крученні.

### Задача 1 (40 балів). Розрахунок балки на міцність

Для заданої схеми навантаження балки побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів.



### Задача 2 (30 балів). Кінематичний розрахунок зубчастого механізму



$$z_1 = 17$$

$$z_3 = 51$$

$$z_4 = 25$$

$$z_5 = 50$$

$$z_6 = 20$$

$$z_7 = 40$$

$$z_8 = 15$$

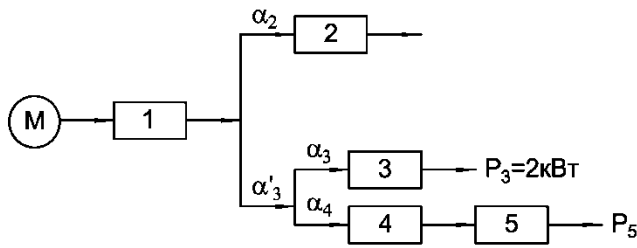
$$z_9 = 60$$

Визначте величини й напрямки частоти обертання вала 5-го колеса і вхідного вала 1 зубчастого механізму, якщо частота обертання вихідного вала

$$n_9 = 100 \frac{\text{об}}{\text{мин}} \quad (\text{напрямок}$$

обертання покажіть за правилом стрілок).

### Задача 3 (20 балів). Визначення ККД машинного агрегату



$\eta_1 = 0,75$   
 $\eta_2 = 0,7$   
 $\eta_3 = 0,8$   
 $\eta_4 = 0,9$   
 $\eta_5 = 0,8$

Визначте загальний ККД машинного агрегату  $\eta_{\Sigma}$  при змішаному з'єднанні механізмів, потрібну потужність двигуна  $P_{дв}$  і потужність  $P_5$ .

$\alpha_2 = 0,3$ ;  $\alpha'_3 = ?$ ;  $\alpha_3 = 0,4$ ;  $\alpha_4 = ?$

Затверджено на засіданні кафедри ОПМ  
 Протокол № 2 від 09 вересня 2020 р.  
 Зав. кафедрою ОПМ

С. Г. Карнаух



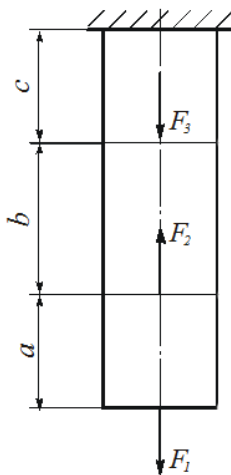
**ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА  
 МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ**  
 Кафедра «Основи проектування машин»  
 Дисципліна «Прикладна механіка»  
 Для студентів галузі знань 013 «Механічна  
 інженерія» спеціалізації «Ливарне виробництво  
 чорних і кольорових металів і сплавів»

**ЗАЛІКОВИЙ БІЛЕТ № 00**  
**(прискорена форма навчання)**

**ТЕОРЕТИЧНЕ ПИТАННЯ (10 балів)**

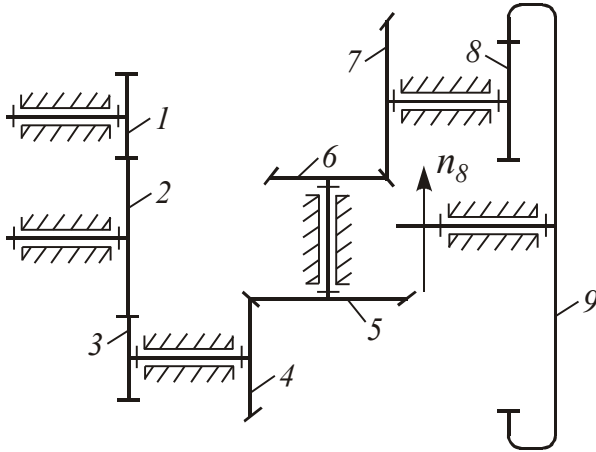
Деформація кручення. Напруги й деформації при крученні. Розрахунки на міцність при крученні.

**Задача 1 (40 балів). Розрахунок стрижня на міцність**



$a = 0,5 \text{ м}$ ;  $b = 0,75 \text{ м}$ ;  $c = 0,5 \text{ м}$ ;  
 $F_1 = 150 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 450 \text{ кН}$ ;  
 $F_3 = 100 \text{ кН}$ . Матеріал стрижня – Ст.3;  $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$ ;  
 $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ; Побудувати епюру поздовжніх сил і епюру нормальних напружень. Визначити площу поперечного перерізу і діаметр стрижня з умови міцності; визначити абсолютне подовження (вкорочення) по довжині бруса  $\Delta l$ .

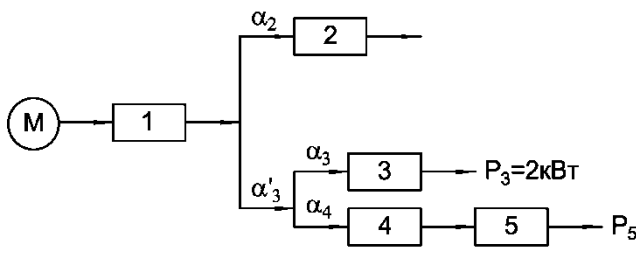
**Задача 2 (30 балів). Кінематичний розрахунок зубчастого механізму**



$z_1 = 17$     Визначте частоти, величини й напрямки обертання 5-го колеса і вхідного вала зубчастого механізму, якщо частота обертання вихідного вала  $n_{вих} = 100 \text{ хв}^{-1}$ .  
 $z_2 = 20$   
 $z_3 = 51$   
 $z_4 = 25$   
 $z_5 = 50$   
 $z_6 = 20$   
 $z_7 = 40$   
 $z_8 = 15$   
 $z_9 = 60$

Визначте рухливість механізму  $W$  і міжосьові відстані  $a_{w8-9}$ , якщо модуль усіх зубів коліс  $m = 4 \text{ мм.п}$

**Задача 3 (20 балів). Визначення ККД машинного агрегату**



$\alpha_2 = 0,3$ ;  $\alpha'_3 = ?$ ;  $\alpha_3 = 0,4$ ;  $\alpha_4 = ?$

$\eta_1 = 0,75$     Визначте загальний ККД машинного агрегату  $\eta_{\Sigma}$  при змішаному з'єднанні механізмів, потрібну потужність двигуна  $P_{дв}$  і потужність  $P_5$ .  
 $\eta_2 = 0,7$   
 $\eta_3 = 0,8$   
 $\eta_4 = 0,9$   
 $\eta_5 = 0,8$

Затверджено на засіданні кафедри ОПМ  
 Протокол № 2 від 09 вересня 2020 р.  
 Зав. кафедрою ОПМ

С.Г. Карнаух

## 2 ВИЗНАЧЕННЯ ККД МАШИННОГО АГРЕГАТУ

Досконалість механізму або машини, із точки зору споживаної енергії, характеризується механічним коефіцієнтом корисної дії  $\eta$ .

ККД дорівнює відношенню абсолютної величини роботи (або середньої потужності) сил корисного опору до роботи (або середньої потужності) усіх рухомих сил за час одного циклу усталеного руху механізму.

$$\eta = \frac{A_{к.о.}}{A_p}.$$

Загальний механічний коефіцієнт корисної дії послідовно з'єднаних механізмів дорівнює добутку механічних коефіцієнтів корисної дії окремих механізмів, що становлять одну загальну систему.

Загальний ККД усієї системи механізмів дорівнює:

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{nc}}{A_g} = \frac{A_g \sum \alpha_i \eta_i}{A_g};$$
$$\eta_{\Sigma} = \sum \alpha_i \eta_i,$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт, що показує, яка частка всієї споживаної енергії витрачається на приведення в рух  $i$ -го механізму.

Визначте загальний ККД машинного агрегату (рис. 2.1) при комбінованому з'єднанні механізмів, а також потрібну потужність двигуна й потужність  $P_5$ .

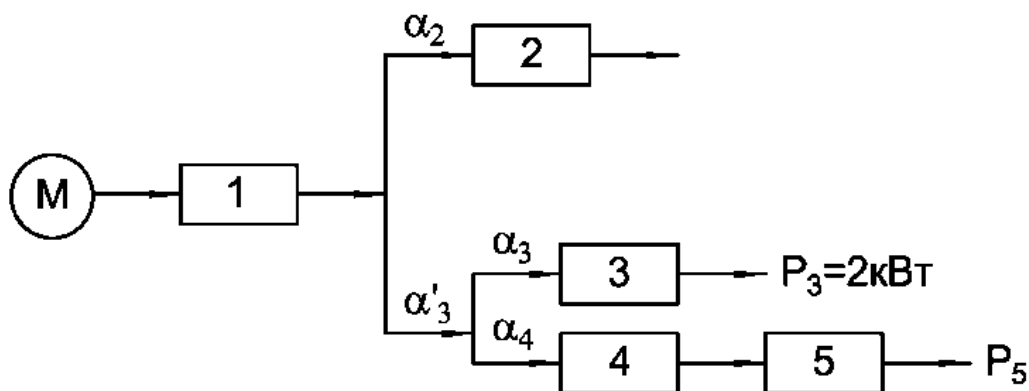


Рисунок 2.1 — Схема машинного агрегату



Дано:  $\eta_1 = 0,75$ ;  $\eta_2 = 0,7$ ;  $\eta_3 = 0,8$ ;  $\eta_4 = 0,9$ ;  $\eta_5 = 0,8$ ;  $\alpha_2 = 0,3$ ;  $\alpha_3 = 0,4$ .

Розв'язання:

$$\alpha'_3 = 1 - \alpha_2 = 1 - 0,3 = 0,7 ;$$

$$\alpha_4 = 1 - \alpha_3 = 1 - 0,4 = 0,6 ;$$

$$P_3 = P_M \cdot \eta_1 \cdot \alpha'_3 \cdot \alpha_3 \cdot \eta_3 .$$

Визначимо потужність двигуна:

$$P_M = \frac{P_3}{\eta_1 \cdot \alpha'_3 \cdot \alpha_3 \cdot \eta_3} = \frac{2}{0,75 \cdot 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,8} = 11,9 \text{ кВт};$$

$$P_5 = P_M \cdot \eta_1 \cdot \alpha'_3 \cdot \alpha_4 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5 = 11,9 \cdot 0,75 \cdot 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,8 = 2,7 \text{ кВт}.$$

Загальний ККД машинного агрегату:

$$\eta_\Sigma = \eta_1 \cdot (\alpha_2 \cdot \eta_2 + \alpha'_3 \cdot (\alpha_3 \cdot \eta_3 + \alpha_4 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5)) .$$

$$\eta_\Sigma = 0,75 \cdot (0,3 \cdot 0,7 + 0,7 \cdot (0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,8)) = 0,55 .$$

### 3 КІНЕМАТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТОГО МЕХАНІЗМУ

Зубчасті механізми призначені для передачі обертання (або крутного моменту) від одного вала до іншого й для зміни швидкості їхнього обертання.

Зубчасті механізми з одним ступенем свободи *називаються зубчастими передачами*.

Зубчастий механізм, що складається з двох зубчастих коліс і стійки, називається *одноступінчастим механізмом (передачею)*.

Мають місце плоскі й просторові зубчасті механізми в залежності від розташування осей. У плоских механізмів передача обертання здійснюється між паралельними осями, у просторових – пересічними й перехресними осями (конічні й гіперболоїдні зубчасті передачі).

Плоскі механізми підрозділяються на механізми зовнішнього й внутрішнього зачеплення.

Основним кінематичним параметром зубчастих коліс є передаточне відношення.

Передаточне відношення може бути від'ємним, тобто менше нуля ( $U_{1-2} < 0$ ), якщо колеса обертаються в різні боки. У цьому випадку зачеплення коліс називається зовнішнім зачепленням. Якщо обидва колеса обертаються в одну сторону, то передаточне відношення є позитивним, тобто ( $U_{1-2} > 0$ ). Такий випадок має місце при внутрішньому зачепленні коліс.

Розглянемо наступну схему зубчастого механізму (рис. 3.1).

Це рядовий механізм, який має 5 ступенів:

- 1...2 – зовнішнє зачеплення;
- 8...9 – внутрішнє зачеплення.

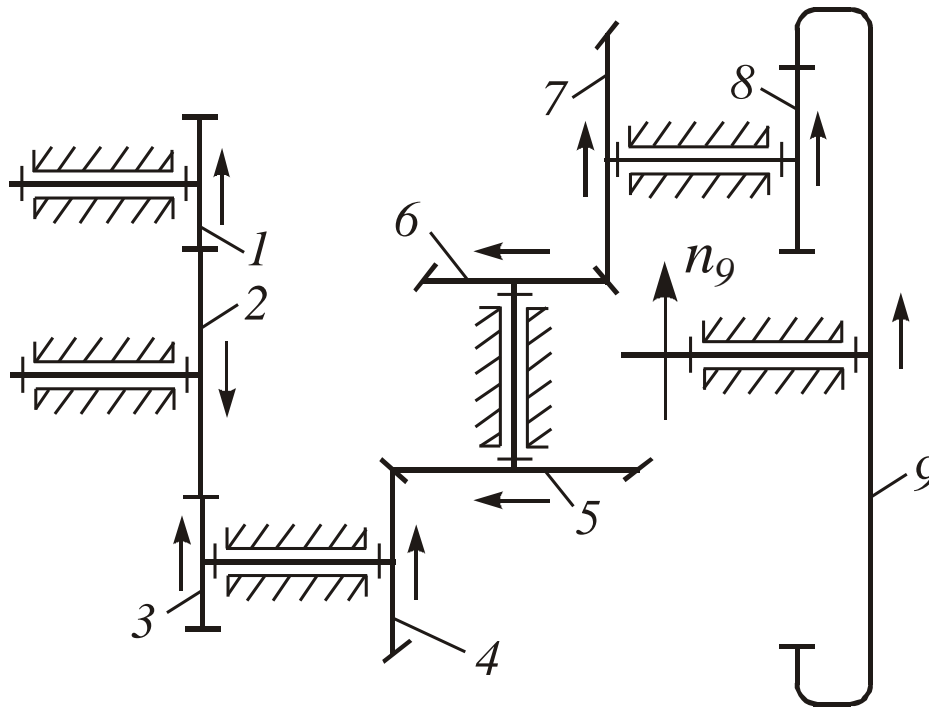


Рисунок 3.1 – Схема зубчастого механізму

*Рядові зубчасті механізми* – це такі зубчасті механізми, у яких геометричні осі всіх зубчастих коліс нерухомі в просторі (тобто обертаються в нерухомих підшипниках).

Визначимо загальне передаточне відношення.

*Загальне передаточне відношення* багатоступеневого зубчастого механізму дорівнює добутку передаточних відношень ступенів, послідовно включених до його складу:

$$U_{1-9} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U_{4-5} \cdot U_{6-7} \cdot U_{8-9}.$$

Розпишемо передаточні відношення ступенів даного зубчастого механізму через відношення зубів коліс:

$$U_{1-2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad U_{2-3} = -\frac{z_3}{z_2};$$

$$U_{1-3} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1} = \frac{51}{17} = 3;$$

$$U_{4-5} = -\frac{z_5}{z_4} = -\frac{50}{25} = -2; \quad U_{6-7} = -\frac{z_7}{z_6} = -\frac{40}{20} = -2;$$

$$U_{8-9} = \frac{z_9}{z_8} = \frac{60}{15} = 4;$$

$$U_{1-9} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U_{4-5} \cdot U_{6-7} \cdot U_{8-9} = 3 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 4 = 48.$$

Визначимо загальне передаточне відношення через частоти обертання:

$$U_{1-9} = \frac{n_1}{n_9}, \text{ звідси } n_1 = n_9 \cdot U_{1-9} = 100 \cdot 48 = 4800 \text{ об/хв.}$$

Визначимо передаточне відношення від першого колеса до п'ятого:

$$U_{1-5} = U_{1-3} \cdot U_{4-5} = 3 \cdot (-2) = -6.$$

Передаточне відношення від першого колеса до п'ятого через частоти обертання:

$$U_{1-5} = \frac{n_1}{n_5}, \text{ звідси } n_5 = \frac{n_1}{U_{1-5}} = \frac{4800}{6} = 800 \text{ об/хв.}$$

Використовуючи правило стрілок, покажемо на схемі напрямки обертання коліс.

#### 4 РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ

Під *згином* розуміється такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса виникають згинальні моменти.

Якщо згинальний момент у перерізі є єдиним силовим фактором – *згин називають чистим* (поперечні й нормальні сили відсутні).

При наявності в поперечному перерізі, поряд із моментом, поперечних сил *згин називають поперечним*.

Основним завданням при розрахунку балок є визначення напружень і деформацій, які залежать від внутрішніх зусиль. Для визначення внутрішніх сил пружності в будь-якому перерізі балки застосовується метод перерізу.

У загальному випадку прямого згину в поперечних перерізах виникають два внутрішніх силових фактори: поперечна сила й згинальний момент.

Поперечна сила в будь-якому поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на ось  $y$  (на площину розглянутого поперечного перерізу) усіх зовнішніх сил, що діють по одну сторону від перерізу.

Згинальним моментом у будь-якому поперечному перерізі бруса називається момент, що чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів, обчислених відносно центра ваги перерізу всіх зовнішніх сил, що діють по одну сторону від перерізу.

Рекомендовані правила для визначення знаків поперечної сили і згинального моменту.

Зовнішня сила, яка прагне повернути відсічену частину балки за годинниковою стрілкою навколо тієї точки осі, яка відповідає проведеному перерізу, спричиняє позитивну поперечну силу. А зовнішня сила, яка прагне повернути відсічену частину балки проти годинникової стрілки навколо зазначеної точки, спричиняє від'ємну поперечну силу (рис. 4.1).

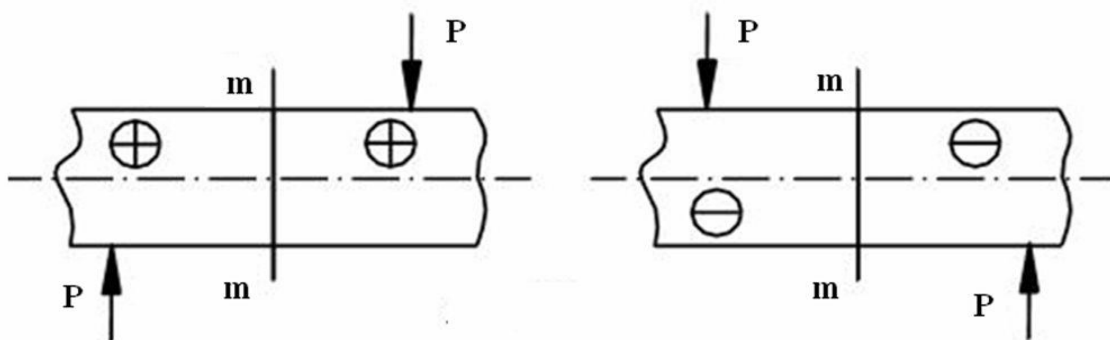


Рисунок 4.1 – Брус, навантажений зовнішньою силою

Зовнішня сила (пара сил), яка згинає відсічену частину балки щодо проведеного перерізу опуклістю вниз, дає позитивний згинальний момент. А зовнішня сила (пара сил), яка згинає відсічену частину балки щодо проведеного перерізу опуклістю вгору, дає від'ємний згинальний момент (рис. 4.2).

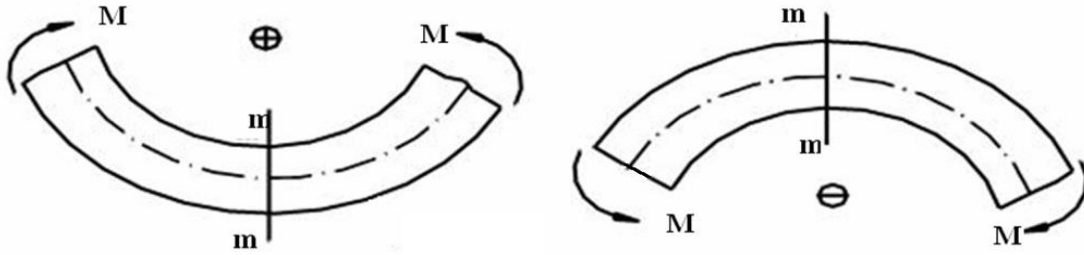


Рисунок 4.2 – Брус, навантажений моментом

Існують наступні правила перевірки епюр.

1. Якщо на якійсь ділянці балки  $q = 0$ , то епюра  $Q_y$  на цій ділянці повинна являти собою пряму лінію, паралельну осі  $z$ , а епюра моментів – похилу пряму – з додатним нахилом, якщо  $Q_y > 0$ , і від’ємним, якщо  $Q_y < 0$ .

2. Якщо на якійсь ділянці  $q = \text{const}$  і не дорівнює нулю, то ця епюра поперечних сил повинна являти собою похилу лінію – з додатним нахилом, якщо  $q > 0$ , і від’ємним нахилом, якщо  $q < 0$

Додатний нахил – напрямком у бік додатного напрямку осі  $z$ .

Епюра згинальних моментів на цій ділянці повинна являти собою параболічну криву з опуклістю, оберненою назустріч розподіленому навантаженню.

3. У перерізах, де епюра поперечних сил  $Q_y$  переходить через нуль, на епюрі згинальних моментів  $M_x$  має місце екстремум:  $\text{max}$ , якщо епюра  $Q_y$  переходить із додатних значень на від’ємні, і  $\text{min}$ , якщо навпаки.

4. У перерізах під зосередженою силою на епюрі  $Q_y$  є стрибок на величину цієї сили, а на епюрі  $M_x$  – різка зміна кута нахилу суміжних ділянок епюри (злам).

5. У перерізах, де прикладений зовнішній згинальний момент, епюра  $M_x$  має стрибок на величину цього моменту. На епюрі  $Q_y$  це не позначається.

При перевірці правильності побудови епюр слід рухатися уздовж балки в одному напрямку вздовж осі  $z$ , тобто зліва направо.

Епюри дають наочне уявлення про характер зміни згинального моменту й поперечної сили по довжині балки й дозволяють установлювати місцезнаходження небезпечних перерізів

Для заданої схеми балки (рис. 4.3, а) побудувати епюри внутрішніх поперечних (перерізувальних) сил і згинальних моментів. З умови міцності балки за нормальними напруженням підібрати круглий, прямокутний (із відношенням  $h/b=2$ ) і двотавровий переріз. Для найбільш економічного перерізу провести повну перевірку балки на міцність. Матеріал балки – Ст. 3:  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;  $[\tau] = 100 \text{ МПа}$ .

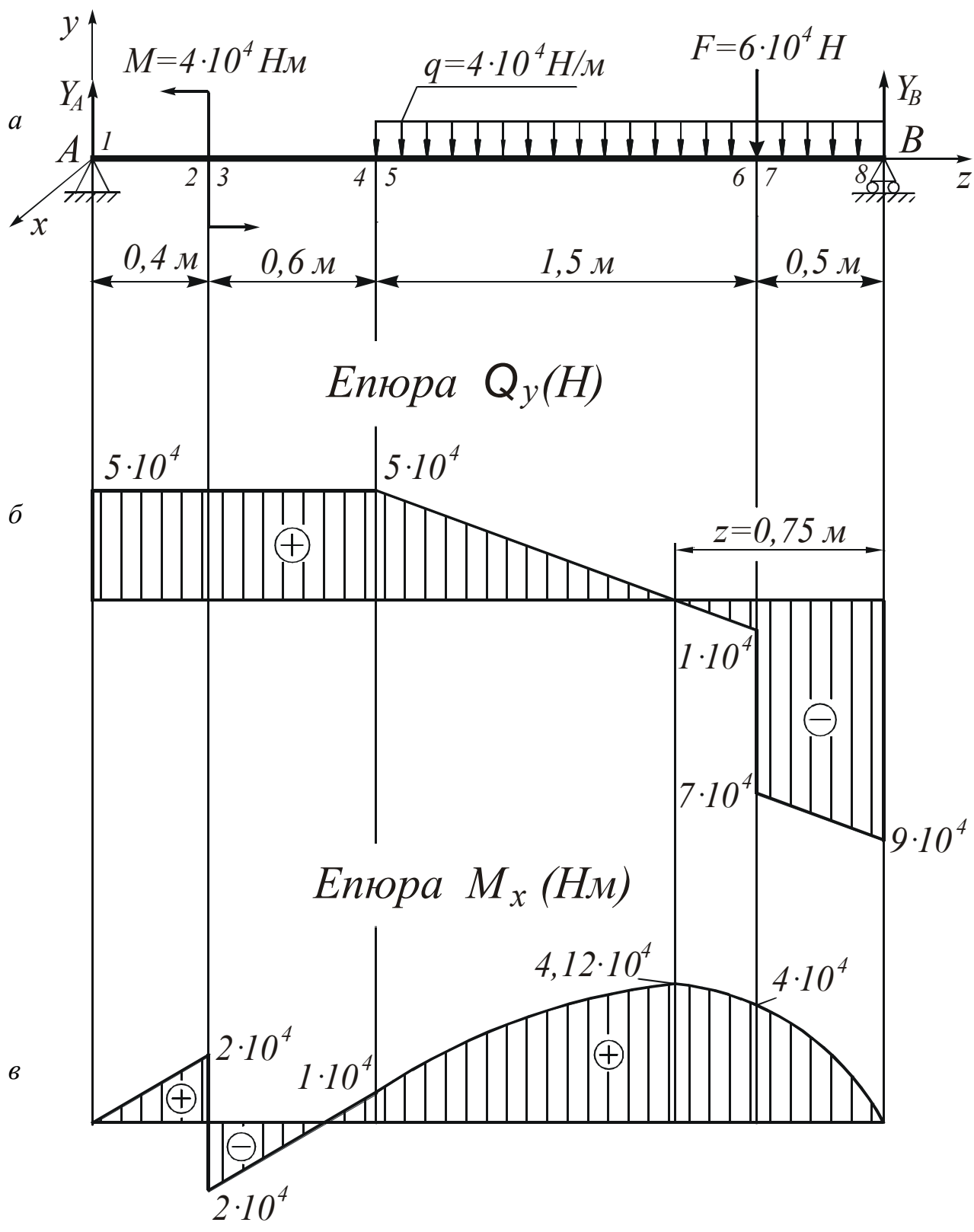


Рисунок 4.3 – Епюри внутрішніх поперечних сил і згинальних моментів для навантаженої балки

#### 4.1 Визначення реакцій опор

$$\sum M_B(F) = 0: M + q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 0,5 - Y_A \cdot 3 = 0;$$

$$Y_A = \frac{M + q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 0,5}{3} = \frac{4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 10^4 \cdot 0,5}{3} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

$$\sum M_A(F) = 0: M - q \cdot 2 \cdot 2 - F \cdot 2,5 + Y_B \cdot 3 = 0;$$

$$Y_B = \frac{-M + q \cdot 2 \cdot 2 + F \cdot 2,5}{3} = \frac{-4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 2 + 6 \cdot 10^4 \cdot 2,5}{3} = 9 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Перевірка:

$$\sum Y = 0: Y_A + Y_B - q \cdot 2 - F = 5 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 2 - 6 \cdot 10^4 = 0.$$

#### 4.2 Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів

Розіб'ємо балку на ділянки. Межами ділянок уважатимемо поперечні перерізи, у яких діють зосереджені сили й моменти, і перерізи, що є межею розподіленого навантаження.

Пронумеруємо характерні поперечні перерізи, якими будемо вважати перерізи, розташовані нескінченно близько зліва і праворуч від меж ділянок.

Будемо переміщатися уздовж балки зліва направо, відкидаючи ліві і розглядаючи праві її частини.

$$Q_{y1} = Y_A = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}; \quad Q_{y2} = Q_{y1}; \quad Q_{y3} = Q_{y2};$$

$$Q_{y4} = Q_{y3}; \quad Q_{y5} = Q_{y4};$$

$$Q_{y6} = Q_{y5} - 1,5 \cdot q = 5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 1,5 = -1 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$M_{ux1} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad M_{ux2} = Y_A \cdot 0,4 = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,4 = 2 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{ux3} = M_{ux2} - M = 2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 = -2 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{ux4} = Y_A \cdot 1 - M = 5 \cdot 10^4 \cdot 1 - 4 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad M_{ux5} = M_{ux4};$$

$$M_{ux6} = Y_A \cdot 2,5 - M - q \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} = 5 \cdot 10^4 \cdot 2,5 - 4 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Будемо переміщатися уздовж балки справа наліво, відкидаючи праві і розглядаючи ліві її частини.

$$Q_{y8} = -Y_B = -9 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$Q_{y7} = Q_{y8} + q \cdot 0,5 = -9 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 0,5 = -7 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

$$M_{ix8} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{ix7} = Y_B \cdot 0,5 - q \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = 9 \cdot 10^4 \cdot 0,5 - 4 \cdot 10^4 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Координата  $Z$  перерізу з  $Q_y = 0 \text{ Н}$ :

$$Q_y(Z) = -Y_B + qz + F = 0,$$

звідси 
$$Z = \frac{Y_B - F}{q} = \frac{9 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^4} = 0,75 \text{ м.}$$

$$M_{ix}(0,75) = 9 \cdot 10^4 \cdot 0,75 - \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 0,75^2}{2} - 6 \cdot 10^4 (0,75 - 0,5) = 4,12 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Побудуємо епюри поперечних сил (рис. 4.3, б) і згинальних моментів (рис. 4.3, в).

При аналізі епюр будемо переміщатися уздовж балки з початку координат (опора А) у бік позитивного напрямку осі  $Z$ .

На ділянці  $0 \leq Z \leq 0,4 \text{ м}$   $q = 0$ . Отже, епюра  $Q_y$  повинна являти собою пряму, паралельну осі  $X$ , а епюра  $M_{ix}$  – похилу пряму з позитивним нахилом, оскільки  $Q_y > 0$ .

На ділянці  $0,4 \text{ м} \leq Z \leq 1 \text{ м}$  епюри  $Q_y$  и  $M_{ix}$  мають такий же вигляд, як на ділянці  $0 \leq Z \leq 0,4 \text{ м}$ .

У перерізі  $Z = 0,4 \text{ м}$  епюра  $M_{ix}$  має стрибок на величину  $M = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

На ділянці  $1 \text{ м} \leq Z \leq 3 \text{ м}$   $q = \text{const} \neq 0$ . Отже, епюра  $Q_y$  повинна являти собою похилу пряму з від'ємним нахилом (оскільки  $q < 0$ ), а епюра  $M_{ix}$  – параболічну криву с опуклістю вгору, назустріч напрямку (стрілкам)  $q$ .

У перерізі  $Z = 2,5 \text{ м}$  епюра  $Q_y$  повинна мати стрибок на величину  $F = 6 \cdot 10^4 \text{ Н}$ , а епюра  $M_{ix}$  – злом.

У перерізі  $Z = 3 - 0,75 = 2,25 \text{ м}$ , де епюра  $Q_y$  переходить через нуль, епюра  $M_{ix}$  повинна мати екстремум (у цьому випадку максимум, оскільки в нульовій точці епюра  $Q_y$  переходить із позитивних значень на від'ємні).

Перерізи балки підбираємо з умови міцності за нормальними напруженнями, формула

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{ix \text{ max}}|}{W_x} \leq [\sigma].$$



$$\text{Звідси} \quad W_x \geq \frac{|M_{ux \max}|}{[\sigma]} = \frac{4,12 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{160} = 257 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

1. Круглий переріз:  $W_x \approx 0,1d^3$ ;

$$d \geq \sqrt[3]{10W_x} = \sqrt[3]{10 \cdot 257 \cdot 10^3} = 137 \text{ мм};$$

$$A_K = 0,785 \cdot d^2 = 0,785 \cdot 137^2 = 14,7 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

2. Прямокутний переріз ( $h = 2b$ ):

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b^3}{1,5};$$

$$b \geq \sqrt[3]{1,5W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 257 \cdot 10^3} = 73 \text{ мм};$$

$$h = 2b = 2 \cdot 73 = 146 \text{ мм};$$

$$A_n = bh = 73 \cdot 146 = 10,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

3. Двотавровий переріз

За сортаментом ГОСТ 8239–89 вибираємо двотавр № 24 із  $W_x = 289 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$  і  $A_0 = 3,48 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ .

Площі отриманих поперечних перерізів відносяться:

$$A_0 : A_n : A_K = 3,48 \cdot 10^3 : 10,6 \cdot 10^3 : 14,7 \cdot 10^3 = 1 : 3,04 : 4,22.$$

Таким чином, найменшу площу має двотавровий переріз, а найбільшу – круглий. Отже, найекономічнішим з точки зору витрат матеріалу буде двотавровий переріз, тому остаточно для розглянутої балки приймаємо двотавровий переріз (рис. 4.4).

Беремо двотавр № 24, для якого:

$$W_x = 289 \cdot 10^3 \text{ мм}^3; \quad J_x = 346 \cdot 10^5 \text{ мм}^4;$$

$$A = 3,48 \cdot 10^3 \text{ мм}^2; \quad S_x = 163 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$h = 240 \text{ мм}; \quad b = 115 \text{ мм}; \quad t = 9,5 \text{ мм}; \quad d = 5,6 \text{ мм}.$$

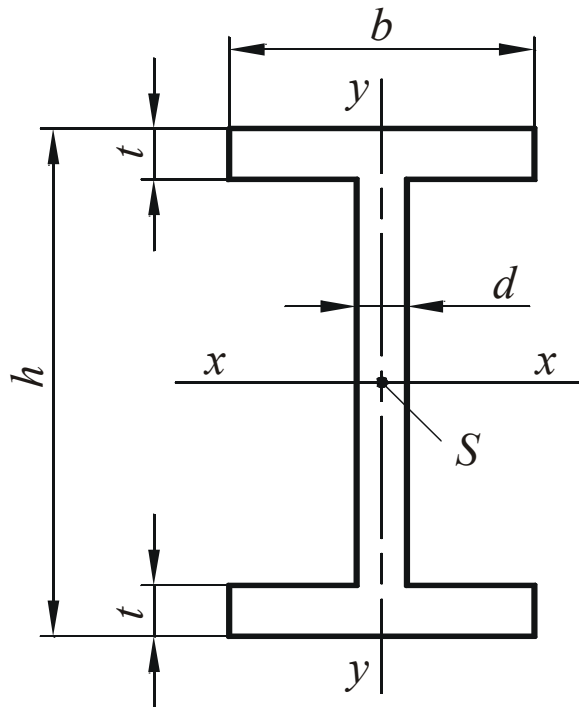


Рисунок 4.4 – Схема перерізу двотавра

Тут  $S_x$  – статичний момент половини перерізу двотавру щодо нейтральної осі  $x - x$ .

### 4.3 Повна перевірка міцності двотаврової балки

#### 4.3.1 Перевірка за нормальними напруженнями

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{ux\ max}|}{W_x} = \frac{4,12 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{289 \cdot 10^3} = 143 \text{ МПа} < [\sigma].$$

#### 4.3.2 Перевірка за дотичними напруженнями

$$\tau_{max} = \frac{|Q_{y\ max}| S_x}{d J_x} = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot 163 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 76 \text{ МПа} \leq [\tau].$$

#### 4.3.3 Перевірка за еквівалентними напруженнями

Перевірку за еквівалентними напруженнями виконаємо для перерізу 7, у якому діють близькі до максимальних поперечна сила й згинальний момент. Еквівалентні напруження визначимо для точок  $a$  (рис. 4.5) стінки в місцях її переходу до полиці:

$$\sigma_a = \frac{M_{ux} \left( \frac{h}{2} - t \right)}{J_x} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \left( \frac{240}{2} - 9,5 \right)}{346 \cdot 10^5} = 128 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = \frac{Q_y S_n}{d J_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 126 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 45 \text{ МПа},$$

де статичний момент площі полиці

$$S_n = bt \left( \frac{h-t}{2} \right) = 115 \cdot 9,5 \left( \frac{240-9,5}{2} \right) = 126 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

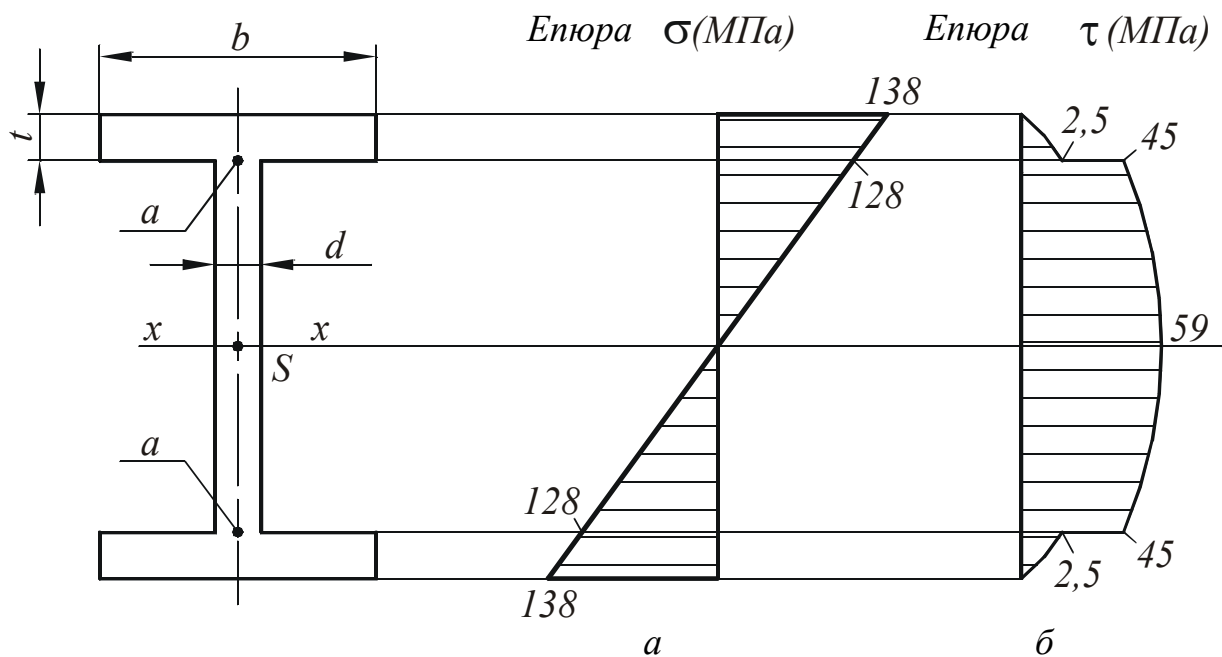


Рисунок 4.5 – Епюри розподілу нормальних (а) і дотичних (б) напружень у небезпечному поперечному перерізі балки

Еквівалентні напруження у точках *a* за IV теорією міцності

$$\sigma_{a_{\text{екв}}} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{128^2 + 3 \cdot 45^2} = 149 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Для розглянутого небезпечного перерізу побудуємо епюри розподілу нормальних (рис. 4.5, а) і дотичних напружень (рис. 4.5, б).

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{ux}}{W_x} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{289 \cdot 10^3} = 138 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{dJ_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 163 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 59 \text{ МПа.}$$

Дотичні напруження в полках у місцях сполучення зі стінкою

$$\tau_n = \frac{Q_y S_n}{bJ_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 126 \cdot 10^3}{115 \cdot 346 \cdot 10^5} = 2,5 \text{ МПа.}$$

## 5 РОЗРАХУНОК СТРИЖНІВ НА РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ

Під *розтяганням-стисканням* розуміють такий вид навантаження бруса, при якому в будь-якому його поперечному перерізі із шести можливих внутрішніх силових факторів діє тільки один – нормальна сила  $N$ .

Брус, що працює на розтягання-стискання, називають *стрижнем*.

Для знаходження нормальної сили  $N$  у якомусь конкретному поперечному перерізі потрібно умовно перевести її з категорії внутрішніх у категорію зовнішніх, для чого стрижень цим перерізом потрібно подумки розсікти на дві частини і, відкинувши одну з них, розглянути другу. Нормальна сила  $N$  у поперечному перерізі розглянутої частини стрижня являє собою дію на неї відкинутої частини й може бути знайдена, як сума всіх зовнішніх сил, що діють на відкинуту частину.

Знак нормальної сили  $N$  визначають не її напрямком, а видом деформації, яку вона спричиняє. Прийнято деформацію розтягання вважати позитивною, а деформацію стискання – від'ємною. Відповідно, розтягувальні сили  $N$  і напруження розтягання – позитивними, стискальні сили  $N$  і напруження стискання – від'ємними.

Для заданої схеми навантаження круглого стрижня постійного поперечного перерізу (рис. 5.1) визначити діаметр  $d$ , побудувати епюри внутрішніх нормальних сил  $N$  і нормальних напружень  $\sigma$  і знайти абсолютне подовження  $\Delta L$ .

$$a = 0,5 \text{ м; } b = 0,75 \text{ м; } c = 0,5 \text{ м; } F_1 = 150 \text{ кН; } F_2 = 450 \text{ кН; } F_3 = 100 \text{ кН.}$$

## 5.1 Визначення внутрішніх нормальних сил $N$ у поперечних перерізах стрижня

При цьому будемо відкидати нижні частини стрижня, а розглядати верхні:

$$\text{при } 0 \leq Z \leq a : \quad N = F_1 = 150 \text{ кН};$$

$$\text{при } a \leq Z \leq a + b : \quad N = F_1 - F_2 = 150 - 450 = -300 \text{ кН};$$

$$\text{при } a+b \leq Z \leq a + b + c : \quad N = F_1 - F_2 + F_3 = 150 - 450 + 100 = -200 \text{ кН}.$$

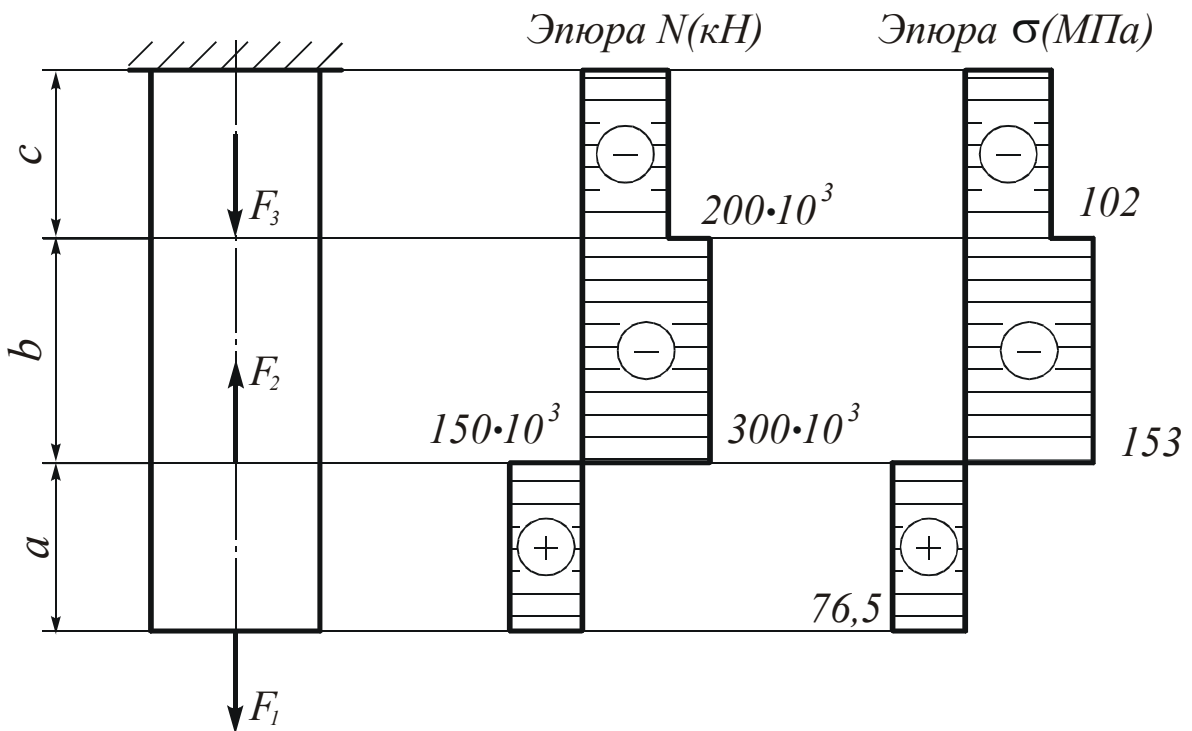


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема стрижня й епюри внутрішніх нормальних сил  $N$  і нормальних напружень у поперечних перерізах  $\sigma$  (матеріал стрижня – Ст.3;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\sigma_T = 240$  МПа;  $n = 1,5$ )

Побудуємо епюру внутрішніх нормальних сил.

## 5.2 Визначення площі поперечного перерізу стрижня

Необхідну площу поперечного перерізу стрижня  $A$  визначимо з умови міцності на розтягання-стискання:

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A} \leq [\sigma],$$

$$\text{де } [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа.}$$

$$\text{Звідси } A \geq \frac{|N_{max}|}{|\sigma|} = \frac{300 \cdot 10^3}{160} = 1,87 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 0,785 \cdot d^2. \text{ При этом } d \geq \sqrt{\frac{A}{0,785}} = \sqrt{\frac{1,87 \cdot 10^3}{0,785}} = 48,8 \text{ мм.}$$

$$\text{Приймаємо } d = 50 \text{ мм. } A = 0,785 \cdot 50^2 = 1,96 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

### 5.3 Визначення нормальних напружень у поперечних перерізах стрижня

$$\text{При } 0 \leq Z \leq a: \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{150 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = 76,5 \text{ МПа} < [\sigma];$$

$$\text{при } a \leq Z \leq a + b: \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{-300 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = -153 \text{ МПа} < [\sigma];$$

$$\text{при } a + b \leq Z \leq a + b + c: \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{-200 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = -102 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Епюри  $N$  и  $\sigma$  для ділянок стрижня показані на рис. 5.1.

### 5.4 Визначення абсолютних подовжень ділянок стрижня

$$\Delta L_a = \frac{NL_a}{EA} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = 0,15 \text{ мм};$$

$$\Delta L_b = \frac{NL_b}{EA} = \frac{-300 \cdot 10^3 \cdot 0,75 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = -0,57 \text{ мм};$$

$$\Delta L_c = \frac{NL_c}{EA} = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = -0,25 \text{ мм.}$$

Повне абсолютне подовження стрижня

$$\Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \Delta L_c = 0,19 - 0,57 - 0,25 = -0,63 \text{ мм.}$$

## 6 КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ БІЛЕТА ДЛЯ ЗАЛІКУ

| № | Структура білета  | Максимальна<br>кількість<br>балів                                     |
|---|---|---|
| 1 | <b>Теоретичне питання:</b><br>- теоретичні відомості;<br>- наведені приклади, а також є схеми.  | <b>10</b><br>5<br>5   |
| 2 | <b>Задача № 1. Розрахунок балки на міцність:</b><br>- визначені реакції в опорах;<br>- побудовані епюри поперечних сил;<br>- побудовані епюри згинальних моментів.<br>- визначення моменту опору.<br><b>Розрахунок стрижнів на розтягання-стискання</b><br>- визначені поздовжні сили і побудувати їх епюру;<br>- визначена площа поперечного перерізу стрижня;<br>- побудовані епюри нормальних напружень;<br>- визначене абсолютне подовження-укорочення стрижня. | <b>40</b><br>15<br>10<br>10<br>5<br><b>40</b><br>10<br>10<br>10<br>10 |
| 3 | <b>Задача № 2. Кінематичний розрахунок зубчастого механізму:</b><br>- визначено загальне передавальне відношення;<br>- визначена частота обертання вхідної ланки;<br>- визначена частота обертання проміжної ланки;<br>- визначено напрямок обертання коліс.  | <b>30</b><br>10<br>5<br>10<br>5                                       |
| 4 | <b>Задача № 3. Визначення ККД машинного агрегату:</b><br>- визначена потужність двигуна;<br>- визначена потужність агрегату на виході<br>- визначений загальний ККД машинного агрегату.   | <b>20</b><br>5<br>5<br>10   |

## 7 СПИСОК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

1. Наука «Теорія механізмів і машин». Основні положення. Питання, які вирішуються наукою «Теорія механізмів і машин»
2. Кінематичні пари. Їхня класифікація. Число ступенів свободи плоского і просторового механізму
3. Рухливість механізмів. Структурний аналіз і синтез важільних механізмів. Групи Ассура, їхні властивості
4. Передавальні функції різних елементів механізмів
5. Динамічна модель машинного агрегату. Наведений момент сил опору. Наведений момент інерції всіх ланок і його перша похідна
6. Усталений режим руху циклічного механізму. Нерівномірність роботи механізму. Розрахунок потрібної потужності електродвигуна. Вибір електродвигуна
7. Роль маховика при роботі циклічного механізму
8. Силовий розрахунок механізмів
9. Наука «Опір матеріалів». Основні положення. Питання, які вирішуються наукою «Опір матеріалів»
10. Деформації: пружна, пластична. Основні гіпотези. Класифікація сил. Метод перерізів. Основні види деформацій
11. Поняття про напруження. Деформація розтягання-стискання. Допустимі напруження при розтяганні-стисканні. Поняття про коефіцієнт запасу міцності
12. Закон Гука при розтяганні-стисканні. Поперечна деформація



13. Експериментальне визначення характеристик матеріалу. Діаграма розтягання і її характерні точки
14. Деформація зсуву. Напруження при зсуві. Умова міцності при зсуві. Закон Гука при зсуві
15. Зминання. Твердість. Методи визначення твердості. Напруження в похилих площадках при осьовому розтяганні або стисканні. Закон парності дотичних напружень
16. Поняття про головні напруження. Геометричні характеристики плоских перерізів: статичний момент площі, полярний момент інерції, осьовий момент інерції, полярний момент опору
17. Деформація кручення. Напруги й деформації при крученні. Розрахунки на міцність при крученні
18. Деформація згину. Чистий згин. Поперечний згин. Залежності між інтенсивністю розподілу навантаження, поперечною силою і згинаючим моментом
19. Наука «Деталі машин». Основні положення. Питання, які вирішуються наукою «Деталі машин»
20. Елементи зубчастої передачі. Основна теорема зачеплення й наслідок із неї. Основні властивості евольвенти й евольвентного зачеплення
21. Методика проектного й перевірного розрахунку зубчастої передачі. Сили в зачепленні зубчастих коліс
22. Методи виготовлення зубчастих коліс. Коригування зубчастих коліс. Способи обробки зубчастих коліс. Види руйнувань зубів
23. Вали й осі. Призначення. Класифікація. Матеріали для виготовлення. Проектувальний розрахунок валів. Перевірочні розрахунки валів. Розрахунок валів на жорсткість

24. Підшипники ковзання. Призначення, переваги й недоліки. Підшипники кочення. Призначення, переваги й недоліки. Умовні позначення підшипників кочення. Види руйнувань. Критерії працездатності

25. Пасова передача. Схема й принцип дії пасової передачі. Кінематика пасової передачі

26. Ланцюгова передача. Схема й принцип дії ланцюгової передачі. Кінематика ланцюгової передачі

27. Муфти. Класифікація. Призначення. Конструкції

28. Штифтові з'єднання. Призначення, переваги й недоліки. Матеріали для виготовлення

29. Шпонкові з'єднання. Класифікація. Матеріали для виготовлення. Перевірочні розрахунки

30. Шліцьове з'єднання. Класифікація. Матеріали для виготовлення. Перевірочні розрахунки

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин / А. А. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 640 с.
2. **Кіницький, Я. Т.** Короткий курс теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2004. – 272 с.
3. **Кіницький, Я. Т.** Практикум з теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2002. – 454 с.
4. Методические указания к контрольным и расчетно-графическим работам по дисциплине «Прикладная механика и основы конструирования» (для студентов всех специальностей) / сост. : С. Н. Зинченко, В. Л. Москаленко. – Краматорск : ДГМА, 2003. – 52 с.
5. Прикладна механіка / за ред. К. І. Заблонського – К. : Вища школа, 1984. – 280 с.
6. **Кинасошвили, Р.С.** Сопротивление материалов / Р. С. Кинасошвили. – М. : Наука, 1975. – 684 с.
7. **Иванов, М.Н.** Детали машин / М. Н. Иванов. – М. : Высшая школа, 2002.

*Навчальне видання*

# **ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА**

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до самостійної роботи з підготовки до складання заліку для студентів  
галузі знань 013 «Механічна інженерія»  
спеціалізації  
«Ливарне виробництво чорних і кольорових металів і сплавів»  
прискореної форми навчання**

Укладач                      КІНДЕНКО Микола Іванович

Редагування                О. О. Дудченко

134/2018. Формат 60 × 84/16. Ум. друк. арк. 1,63.  
Обл.-вид. арк. 1,27. Тираж        пр. Зам. №

Видавець і виготівник  
Донбаська державна машинобудівна академія  
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК №1633 від 24.12.2003