

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

М. І. Кінденко

**ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА
Й ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ**

Навчальний посібник

для студентів немеханічних спеціальностей

Затверджено
на засіданні
вченої ради
Протокол № від

Краматорськ
ДДМА
2021

УДК 621.01+621.В1+539.3

К41

Рецензенти:

Марков О. Є., д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри «Комп'ютеризовані дизайн і моделювання процесів і машин» Донбаської державної машинобудівної академії;

Меньшиков В. О., д-р фіз.-мат. наук, професор кафедри теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «ХАІ».

Кінденко, М. І.

К41 Прикладна механіка й основи конструювання : навчальний посібник для студентів немеханічних спеціальностей / М. І. Кінденко. – Краматорськ : ДДМА, 2021. – 176 с.
ISBN 978-966-379-970-4

У навчальному посібнику розглянуті загальні питання теорії механізмів і машин, основ опору матеріалів, викладені загальні основи розрахунку і конструювання деталей машин та їхніх з'єднань. Стисле викладення програмних питань виділяє основні теоретичні положення та полегшує засвоєння навчального матеріалу при підготовці до екзамену. Посібник допомагає студентам у самостійному навчанні та формує в них інженерне мислення з точки зору вивчення й удосконалення сучасних методів, правил і норм конструювання та розрахунку інженерних конструкцій, механізмів і машин.

Рекомендується для студентів очної та заочної форм навчання немеханічних спеціальностей.

УДК 621.01+621.В1+539.3

© М. І. Кінденко, 2021

© ДДМА, 2021

ISBN 978-966-379-970-4

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1 ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ПРОЄКТУВАННЯ ТА КОНСТРУЮВАННЯ ВИРОБІВ МАШИНОБУДУВАННЯ.....	7
2 ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й ПОГЛЯДИ. РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ МЕХАНІЗМІВ. ВИДИ МЕХАНІЗМІВ.....	9
3 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й ВИЗНАЧЕННЯ В ТММ.....	13
4 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ.....	14
4.1 Кінематичні пари, їхня класифікація та умовні зображення.....	14
4.2 Кінематичні ланцюги. Їхні види та рухомість. Формула Сомова– Малишева.....	21
4.3 Механізм, як кінематичний ланцюг. Його структурна й кінематична схема, узагальнена координата. Плоскі механізми. Формула Чебишева П. Л.	23
4.4 Основна ознака утворення плоских механізмів. Структурні групи Ассура Л. В.	27
5 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	31
5.1 Завдання й методи кінематичного аналізу.....	31
5.2 Способи завдання законів руху вхідних ланок.....	31
5.3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод засічок. Масштаби в ТММ.....	33
5.4 Плани швидкостей.....	34
5.5 Плани прискорень.....	38
5.6 Синтез важільних механізмів.....	40
5.6.1 Теорема Грасгофа.....	41
6 ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ.....	44
6.1 Силовий аналіз механізмів. Принцип Даламбера в ТММ. Метод кінетостатики.....	44
6.2 Класифікація сил, що діють на ланки механізму. Механічні характеристики.....	45
6.3 Визначення сил інерції ланок у різних випадках їхнього руху.....	47
6.4 Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів.....	48
6.5 Визначення реакцій у кінематичних парах методом планів сил (без урахування сил тертя).....	50
6.6 Силовий розрахунок ведучої ланки.....	52
6.7 Теорема М. Є. Жуковського.....	55
7 АНАЛІЗ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	56
7.1 Режими руху та їхній аналіз.....	56
7.2 Механічний коефіцієнт корисної дії машин. Його визначення в різних випадках з'єднання механізмів.....	59
7.2.1 Коефіцієнт корисної дії при послідовному з'єднанні механізмів у машинному агрегаті.....	61

7.2.2 Коефіцієнт корисної дії при паралельному з'єднанні механізмів у машинному агрегаті.....	62
8 ЗВЕДЕННЯ СИЛ І МАС У МЕХАНІЗМАХ.....	64
8.1 Кінематична енергія механізму та його динамічна модель	64
8.2 Зведення мас.....	66
8.3 Зведення сил.....	68
9 ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	70
10 БАЛАНСУВАННЯ	72
11 ВІБРОАКТИВНІСТЬ І ВІБРОЗАХИСТ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	74
11.1 Віброзахист машин, віброзахисні системи	76
12 ПРИЗНАЧЕННЯ ТА ОСНОВНІ ТИПИ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ...80	
13 ОСНОВИ СТАНДАРТИЗАЦІЇ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС І РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТУ	83
14 СПОСОБИ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС.....	84
15 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ.....	85
15.1 Рядові (ступінчаті) механізми (передачі).....	85
15.2 Планетарні (епіциклічні) зубчасті передачі.....	86
15.3 Синтез планетарних механізмів	89
15.4 Хвильові зубчасті передачі.....	93
16 МАТЕРІАЛИ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	95
17 ВИДИ РУЙНУВАННЯ ЗУБІВ	96
18 РОЗРАХУНКОВІ НАВАНТАЖЕННЯ.....	97
19 МЕТОД ОЦІНКИ МІЦНОСТІ.....	99
20 РОЗРАХУНОК ЗУБІВ НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ.....	100
21 КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ.....	103
21.1 Основні типи й геометричні параметри кулачкових механізмів	103
21.2 Кінематичний цикл кулачкового механізму. Фазові кути й кути профілю.....	105
21.3 Завдання аналізу та синтезу кулачкових механізмів	106
21.4 Умова передачі руху в кулачкових механізмах, кути тиску й передачі руху.....	107
22 ВАЛИ Й ОСІ	108
22.1 Розрахунки машинних валів і осей.....	109
23 ШПОНКОВІ З'ЄДНАННЯ.....	112
23.1 Розрахунок шпонкових з'єднань	113
24 ПІДШИПНИКИ. ТИПИ Й КОНСТРУКЦІЇ ПІДШИПНИКІВ.....	114
25 ОПІР МАТЕРІАЛІВ.....	116
25.1 Вибір розрахункової схеми.....	117
25.2 Переміщення й деформації.....	120
25.3 Основні гіпотези й припущення опору матеріалів	122
25.4 Зовнішні та внутрішні сили	122
25.5 Напруження.....	125
26 РОЗТЯГАННЯ ТА СТИСКАННЯ СТРИЖНІВ.....	127
26.1 Умова міцності при розтяганні, стисканні.....	129
26.2 Напружений і деформований стани при розтяганні й стисканні	131

27 ПОПЕРЕЧНИЙ ЗГИН БАЛКИ.....	134
27.1 Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів.	134
27.2 Диференціальні залежності теорії вигину.....	136
27.3 Перевірка правильності побудови епюр поперечних сил і згинальних моментів	138
27.4 Напруження при згині	138
28 ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ БРУСА.....	146
28.1 Статичні моменти перерізів.....	146
28.2 Осьові й полярні моменти інерції площі фігури. Відцентровий момент інерції	147
28.3 Формули переходу для моментів інерції при паралельному перенесенні осі	149
28.4 Приклади розрахунку моментів інерції деяких простих фігур.....	151
29 КРУЧЕННЯ ВАЛІВ	153
29.1 Напруження й деформації при крученні	153
30 ДОТИЧНІ НАПРУЖЕННЯ ПРИ ЗГИНАННІ. ФОРМУЛА ЖУРАВСЬКОГО.....	158
31 КОСИЙ ЗГИН. СПІЛЬНА ДІЯ ЗГИНУ З РОЗТЯГУВАННЯМ АБО СТИСКАННЯМ	162
32 СПІЛЬНА ДІЯ ЗГИНУ Й КРУЧЕННЯ.....	166
33 ЧИСТИЙ ЗСУВ. ЗМИНАННЯ. НАПРУЖЕННЯ ПРИ ЗСУВІ, ЗМИНАННІ	169
33.1 Розрахунок на міцність деталей машин при чистому зсуві	171
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	174

ВСТУП

У теперішній час немає такої галузі народного господарства, у якій не використовувалися б машини в найширших масштабах. Знання загальних закономірностей абсолютно необхідно кожному сучасному інженеру, який повинен володіти основами машинознавства, а також уявляти собі не тільки загальні принципи устрою механізмів, а й принципи їхнього проєктування; знати деталі, з яких складаються ці механізми, і умови, при яких ці деталі досить міцні й надійні, тому що міцність і надійність деталей визначають міцність і надійність механізму в цілому.

Увесь спектр зазначених питань у тій мірі, у якій вони необхідні інженерам немеханічних спеціальностей, розглянуто в цьому курсі прикладної механіки й основ конструювання.

Розглянуті загальні питання теорії механізмів і машин, а також основ опору матеріалів, науки про міцність і жорсткість інженерних конструкцій, і викладені в обсязі, необхідному для вивчення загальних основ розрахунку й конструювання деталей машин та їхніх з'єднань.

1 ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ПРОЄКТУВАННЯ ТА КОНСТРУЮВАННЯ ВИРОБІВ МАШИНОБУДУВАННЯ

Сучасне виробництво, що відрізняється високою механізацією і широким впровадженням автоматизації, передбачає використання у всіх галузях народного господарства величезної кількості всіляких машин, приладів та різних інших пристроїв.

Незважаючи на різницю у функціональному призначенні механізмів окремих видів, у їхній будові, кінематиці та динаміці багато спільного.

Тому до дослідження механізмів із різними функціональними призначеннями можна застосовувати загальні методи, що базуються на основних принципах сучасної механіки.

Наука, що вивчає машини, в основу яких закладені принципи механіки, з точки зору дослідження законів руху окремих пристроїв і діючих на них сил, носить назву *механіка машин*.

Механіку прийнято ділити на теоретичну й прикладну. Обидві вони діалектично взаємопов'язані.

У теоретичній механіці встановлюються загальні закономірності досліджуваних об'єктів поза зв'язком з їхніми конкретними додатками.

Прикладна механіка – область механіки, присвячена вивченню руху й напруженого стану реальних технічних об'єктів – конструкцій машин, робототехнічних систем і т. п. з урахуванням основних закономірностей, що встановлюються в теоретичній механіці.

Значний внесок у розвиток прикладної механіки внесли: М. В. Ломоносов (1711–1765), який розробив конструкції машин для виробництва скла та випробувань матеріалів, І. І. Ползунов (1728–1766) – творець парової машини, І. П. Кулібін (1735–1818) – творець механізмів протеза, годинників-автоматів, Л. Ейлер (1707–1783) – творець теорії плоских евольвентних зачеплень, П. Л. Чебишев (1821–1894) – математик і механік, творець теорії найкращого наближення функцій, М. Є. Жуковський – автор теореми про жорсткий важіль, Л. В. Ассур, І. І. Артоболевський, М. М. Беляєв та ін.

У техніці широко застосовують змінні, або рухливі, механічні системи, які можна поділити на машини, машинні агрегати, механізми, механічні пристрої та прилади.

Машина – штучно створений пристрій, що виконує механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів і інформації.

З точки зору виконуваних машинами функцій машини можна поділити на наступні класи: 1) енергетичні машини; 2) робочі машини; 3) інформаційні машини; 4) кібернетичні машини; логічні машини.

Енергетичною машиною називається машина, призначена для перетворення будь-якого виду енергії в механічну енергію (і навпаки). У 1-му випадку вона носить назву машини-двигуна, а в 2-му – машини-генератора.

Робочою машиною називається машина, призначена для перетворення матеріалів. Робочі машини підрозділяють на транспортні й технологічні машини.

Транспортні машини – змінюють положення переміщуваного об'єкта.

У *технологічній машині* відбувається зміна форми, властивості й стану матеріалу або оброблюваного об'єкта.

Інформаційною машиною називається машина для отримання й перетворення інформації. Вони підрозділяються на контрольно-керуючі й математичні машини.

Контрольно-керуюча машина перетворює отриману контрольно-вимірjувальну інформацію з метою управління енергетичною або робочою машинами.

Математична машина перетворює інформацію, що отримується у вигляді різних математичних образів, заданих у формі окремих чисел або алгоритмів.

Логічною машиною називається машина, призначена для управління й контролю над процесами заміни розумової праці людини.

Кібернетичною машиною називається машина, що замінює або імітує різні механічні, фізіологічні або біологічні процеси, властиві людині й живій природі, і що має елементи штучного інтелекту.

В інженерній практиці вимагається вирішення аналітичними методами двох основних завдань – аналізу й синтезу.

Етапи проведення аналізу й синтезу машин:

- належне вивчення суті явища, процесу, принципу дії машини, приладу й взаємодії їхніх компонентів або ланок, у результаті чого повинні бути встановлені якісні співвідношення постійних і змінних величин, що визначають досліджуваний об'єкт;

- складання фізичної моделі. Під фізичною моделлю розуміють схему навантаження конструкції, кінематичну схему і т. п., що відображає змінні й постійні параметри конструкції, устрою та процесів, що підлягають вивченню;

- складання математичної моделі;
- розв'язання рівнянь, нерівностей або їхніх систем;
- дослідження знайдених функцій.

2 ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й ПОГЛЯДИ. РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ МЕХАНІЗМІВ. ВИДИ МЕХАНІЗМІВ

Теорія механізмів і машин (ТММ) – наука про загальні методи дослідження властивостей механізмів і машин та їхньої побудови.

ТММ складається з двох частин. У наш час найбільш розвинена перша частина, яка називається *теорією механізмів*.

У *теорії механізмів* вивчаються такі методи дослідження властивостей механізмів та їхньої побудови, які є загальними для всіх (або для певних типових груп) механізмів.

Другу частину ТММ становить *теорія машин*. У *теорії машин* розглядаються методи дослідження й проєктування схем машин, які є загальними для машин різних областей техніки.

Завдання теорії машин різноманітні, але найважливіші з них можна сформулювати за трьома розділами: 1) структурний, кінематичний і динамічний аналіз механізмів; 2) синтез механізмів; 3) теорія машин-автоматів.

Система тіл, яка призначена для перетворення руху одного або декількох тіл у необхідні рухи інших тіл, називається *механізмом*.

Кожна рухома деталь або група деталей, що утворює одну жорстку рухому систему тіл, носить назву *рухомого механізму*.

Усі нерухомі деталі утворюють одну жорстку нерухому систему тіл, що називається *нерухомою ланкою* або *стійкою*.

Деталь – окремо виготовлене тіло, що входить до складу механізму й має певне функціональне призначення.

Тверде тіло, що входить до складу механізму, називається *ланкою механізму*.

Виходячи з кінематичних, конструктивних і функціональних властивостей, механізми поділяють на важільні, кулачкові, фрикційні, зубчасті та ін.

Важільними називаються механізми з геометричним замиканням (запиранням) ланок в обертальних і поступальних кінематичних парах. Завдяки цьому вони можуть передавати більші зусилля й потужності, ніж інші механізми в аналогічних умовах. Ланки важільних механізмів порівняно прості у виготовленні. Такі механізми застосовують, в основному, для перетворення вхідної ланки в дотичний або зворотно-поступальний рух вихідної ланки. Важільні механізми поділяють на *плоскі* й *просторові*.

Так, на рис. 2.1 показані: (а) – кривошипно-коромисловий механізм; (б) – кривошипно-повзунковий, (в) – кривошипно-кулісний, (г) – маніпулятор. Механізми (а), (б), (в) – плоскі, (г) – просторовий. Наведені плоскі механізми складаються з наступних ланок (див. рис. 2.1):

- (а): 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло;
- (б): 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун;
- (в): 1 – кривошип, 2 – кулісний камінь, 3 – куліса.

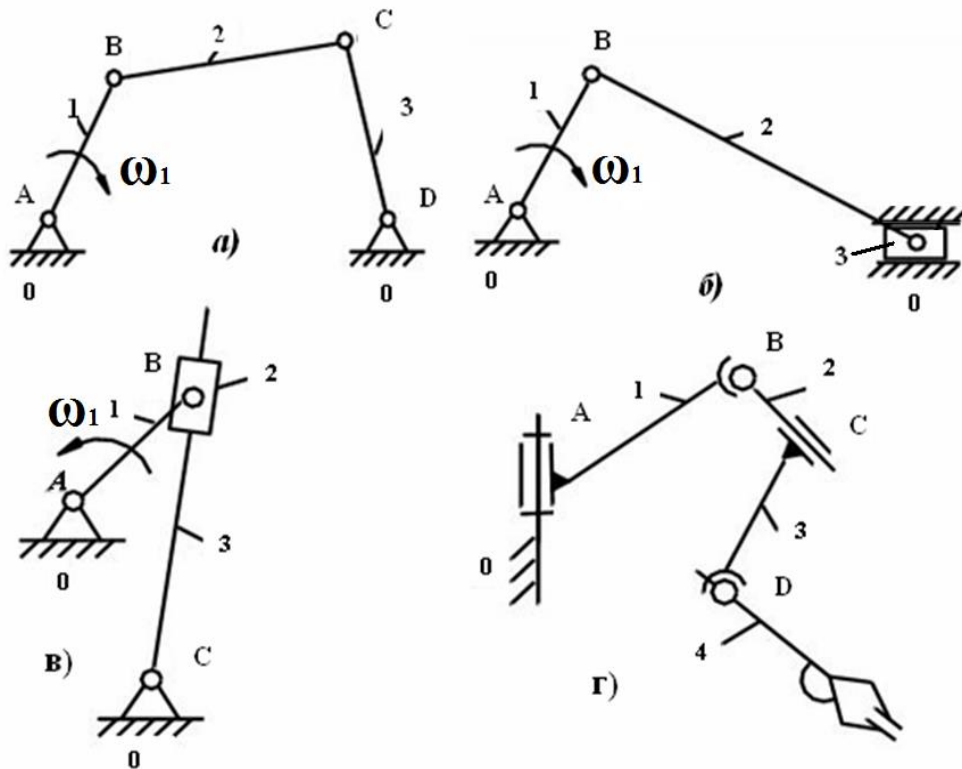
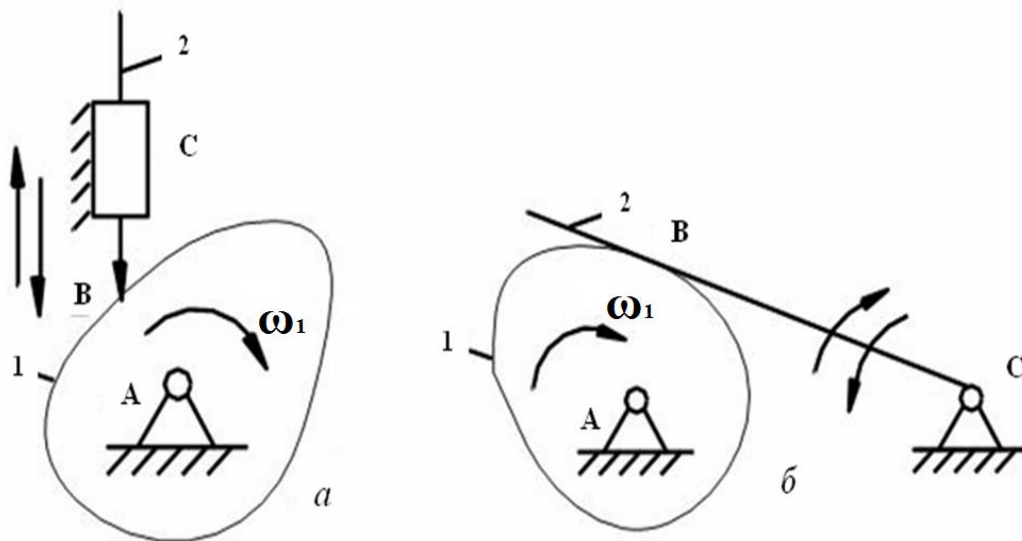


Рисунок 2.1 – Важільні механізми

Кулачкові механізми – механізми, що утворюються шляхом силового замикання ланок, кулачка й штовхача (коромисла) (рис. 2.2).



а – з жорсткими ланками; б – з гнучкими ланками

Рисунок 2.2 – Кулачкові механізми

Фрикційні механізми. У цих механізмах рух від ведучої ланки до веденої передається за рахунок тертя, що виникає в результаті контакту цих ланок. Фрикційний механізм може бути виконаний і з гнучкими ланками. Його застосовують для передачі обертання між валами при великих міжосьових відстанях (рис. 2.3).

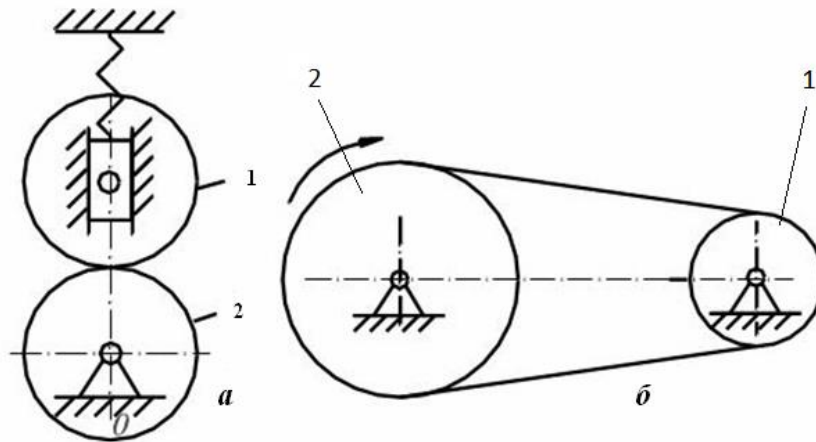


Рисунок 2.3 – Фрикційні механізми

Зубчастими називають механізми (передачі), утворені за допомогою зубчастих коліс (рис. 2.4). Передача навантаження й руху між колесами здійснюється за рахунок впливу зубів один на одного (силового замикання-зачеплення зубів). На відміну від фрикційної передачі тут виключено прослизання ланок.

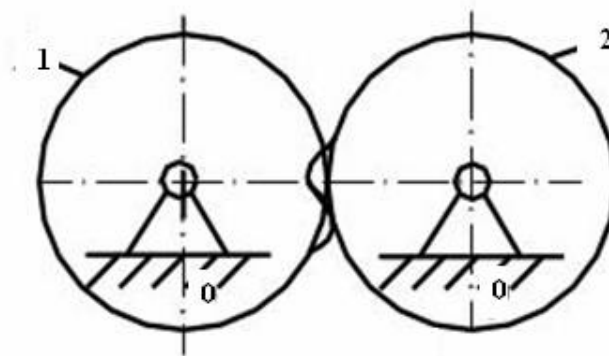


Рисунок 2.4 – Зубчаста передача

Хвильові передачі. Їх по суті можна було б назвати планетарними механізмами з гнучким сателітом (рис. 2.5).

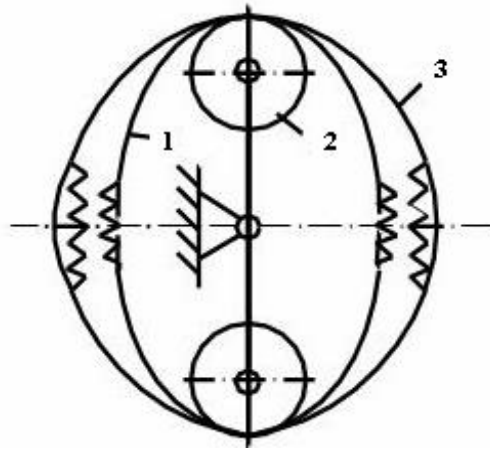


Рисунок 2.5 – Хвильова передача

Механізми, що застосовуються для передачі обертання між нерухомими й рухомими осями, називаються *планетарними*.

Ролики генератора хвиль 2 деформують гнучке колесо 1 і вводять його зуби в зачеплення із зубами жорсткого колеса 3 по великій осі еліпса і виводять із зачеплення по малій осі.

Гідравлічними й пневматичними механізмами називаються такі, у кожному з яких перетворення руху відбувається за допомогою твердих і рідких або твердих і повітряних тіл.

3 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й ВИЗНАЧЕННЯ В ТММ

Вивчення ТММ почнемо з її 1-ї частини – теорії механізмів.

Теорія механізмів – наука, що вивчає будову, кінематику й динаміку механізмів у зв'язку з їхнім аналізом і синтезом.

Усякий механізм складається з окремих деталей (тіл).

У механізмах стаціонарного типу деякі деталі є нерухомими, інші деталі рухаються щодо них. У механізмах рухомого типу, наприклад у двигуні автомобіля, за нерухомі деталі умовно приймаються деталі, незмінно пов'язані з корпусом автомобіля.

Кожна рухома деталь або група деталей, що утворює одну жорстку рухому систему тіл, носить назву *рухомої ланки механізму*.

Усі нерухомі деталі утворюють одну жорстку нерухому систему тіл, що називається *нерухомою ланкою*, або *стійкою*.

Механізм можна розглядати як сукупність нерухомих і рухомих ланок. Рухливі ланки входять у з'єднання між собою або з нерухомою ланкою так, що завжди має місце можливість руху однієї ланки щодо іншої.

З'єднання двох дотичних ланок, що допускає їхній відносний рух, називається *кінематичною парою*.

Поверхні, лінії або точки ланки, за якими вона може стикатися з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називаються *елементом кінематичної пари*.

Система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами, називається *кінематичним ланцюгом*.

В основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг. Але не будь-який кінематичний ланцюг можна назвати механізмом. Механізм призначений для здійснення заздалегідь заданих закономірних рухів. Тому тільки той кінематичний ланцюг буде механізмом, ланки якого здійснюють доцільні рухи, що впливають з інженерних виробничих завдань, для виконання яких сконструйований механізм.

Деталь – окремо виготовлене тіло, що входить до складу механізму й має певне функціональне призначення. Наприклад: автомобільне колесо складається із цілого ряду деталей (обід, втулка, кришка і т. д.), але розглядають його як одне тверде тіло. Тверде тіло, що входить до складу механізму, називається *ланкою механізму*. Під твердим тілом у ТММ розуміють як абсолютно тверді, так і деформовані, і гнучкі тіла.

4 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ І КЛАСИФІКАЦІЯ МЕХАНІЗМІВ

4.1 Кінематичні пари, їхня класифікація та умовні зображення

Кінематичною парою називається рухливе з'єднання двох дотичних ланок, що допускає їхній відносний рух.

Розробкою теорії кінематичних пар займалися російський вчений Х. І. Гофман, німецький вчений Ф. Рело та ін.

Можливі з'єднання ланок у кінематичні пари дуже різноманітні. На рисунку 4.1 показана обертальна (обертова) кінематична пара, яка припускає лише один обертальний рух ланки А щодо ланки В. З'єднання ланок А і В утворюється двома циліндрами, що знаходяться в постійному зачепленні.

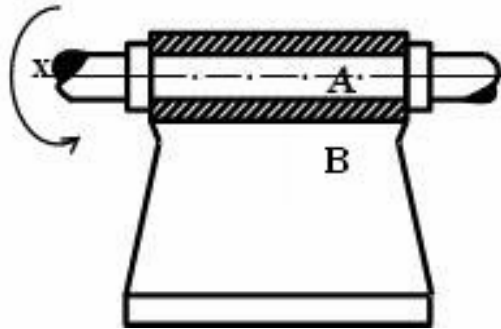


Рисунок 4.1 – Обертальна кінематична пара «циліндр на циліндр»

На рисунку 4.2 показана кінематична пара, що допускає відносне перекочування, ковзання й вертіння ланки А і В (дотичні циліндричні поверхні).

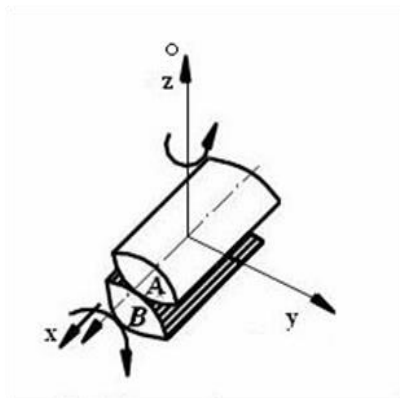


Рисунок 4.2 – Циліндр на циліндрі

На рисунку 4.3 зображена кінематична пара, яка допускає 5 рухів ланки А щодо ланки В, три з яких обертальні, два поступальні.

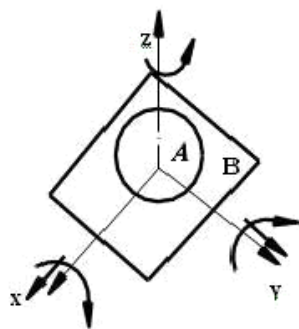


Рисунок 4.3 – Куля на площині

Таким чином, на відносний рух кожної ланки кінематичної пари накладаються обмеження, що залежать від способу з'єднання ланок пари. Обмеження, які накладаються кінематичною парою на рух ланок пари, називаються умовами зв'язку в кінематичній парі.

Розглянемо тепер, які ж зв'язки і у якій кількості можуть бути накладені на відносні рухи ланок кінематичної пари.

Для встановлення умов зв'язку, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, розглянемо рух вільного твердого тіла відносно деякої системи відліку $Oxyz$ (рис. 4.4).

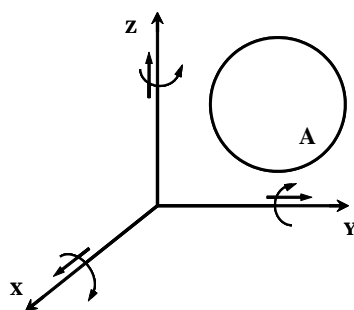


Рисунок 4.4 – Рух вільного тіла

Числом ступенів вільності механічної системи називається кількість незалежних можливих переміщень системи. Як відомо з теоретичної механіки, у цьому випадку тверде тіло має шість ступенів вільності. Воно може здійснювати три поступальних рухи вздовж кожної з осей координат і три обертальні рухи навколо кожної з координатних осей, тобто володіє в просторі 6-ма видами незалежних можливих рухів. Таким чином, кожна вільна ланка має 6 ступенів вільності. Вхідження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на відносні рухи цих ланок умови

зв'язку. Якщо певну ланку А з'єднати з іншою ланкою В у кінематичну пару й розглянути рух ланки А по відношенню до ланки В, то число її ступенів вільності зменшиться на число умов зв'язку, що накладаються утвореною кінематичною парою. Очевидно, що число умов зв'язку (S) може бути тільки цілим і має бути менше 6 (шести), тому коли число умов зв'язку $S = 6$, ланки втрачають відносну рухливість і кінематична пара переходить у жорстке з'єднання двох ланок. Так само число умов зв'язку не може бути $S < 1$, тому що в цьому випадку число умов зв'язку $S = 0$, і, отже, ланки не стикаються, а значить, кінематична пара перестає існувати. І ми маємо в такому випадку два вільних тіла, що рухаються в просторі одне незалежно від іншого. На підставі проведених міркувань робимо висновок про те, що число умов зв'язку S, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, що складають цю пару, повинно лежати в межах $1 \leq S \leq 5$.

Отже, число ступенів вільності «Н» ланки кінематичної пари у відносному русі може бути виражено залежністю

$$H = 6 - S. \quad (1)$$

Звідси випливає, що число ступенів вільності ланки кінематичної пари у відносному русі може змінюватися також від 1 до 5 ($1 \leq H \leq 5$).

Зв'язки, накладені на відносний рух ланок кінематичної пари, обмежують ті можливі відносні рухи, які мають ланки у вільному стані. У результаті цих обмежень деякі з шести можливих відносних рухів вільно рухомої ланки стають для неї зв'язаними, тобто неможливими.

Решта можливих рухів можуть бути й незалежними один від одного, або ж бути зв'язаними одне з іншим якимись додатковими геометричними умовами, які встановлюють функціональний зв'язок між рухами. Наприклад, у гвинтовій парі обертання гвинта навколо осі викликає його поступальний рух, причому обидва ці рухи пов'язані певною аналітичною залежністю.

Решта незалежних можливих рухів визначають число ступенів вільності ланок кінематичної пари у їхньому відносному русі.

Якщо між найпростішими рухами ланки навколо й уздовж трьох координатних осей x , y , z відсутні будь-які функціональні залежності, то ланка, у залежності від характеру зв'язків, що накладаються на її рух щодо іншої ланки кінематичної пари, має число найпростіших рухів від 1 до 5. Число найпростіших рухів може виявитися більшим, ніж число ступенів вільності, якщо між найпростішими рухами встановлені функціональні залежності, які є додатковими умовами зв'язку (як у гвинтовій парі).

Розглянемо спочатку різні кінематичні пари, у яких окремі найпростіші можливі рухи їхніх ланок функціонально між собою не пов'язані. Для цих пар числу умов зв'язку, що накладаються на відносний рух їх ланок, відповідає таке ж число виключених найпростіших рухів.

Для зручності аналізу структури механізмів усі кінематичні пари поділяються на класи в залежності від числа умов зв'язку, що накладаються ними на відносний рух їхніх ланок (за Малишевим А. П.), через те, що число умов зв'язку може бути $1 \leq S \leq 5$, число класів пар дорівнює 5, відповідно до чого існують кінематичні пари I, II, III, IV, V класів. Оскільки клас пари визначається числом умов зв'язку S , то із залежності (1) знаходимо

$$S = 6 - H. \quad (2)$$

Клас пари легко визначити, якщо врахувати, що числу ступенів вільності, яке має кожна з ланок пари в їхньому відносному русі, відповідає таке ж число можливих найпростіших рухів. Це нескладно підрахувати.

Наведемо приклади кінематичних пар кожного класу. На рисунку 4.3 показана кінематична пара, що представляє собою кулю А, яка перекочується з ковзанням по площині В. Рух кулі відносно площини може бути розкладено на 3 обертальні рухи навколо кожної з координатних осей і 2 поступальних рухи (ковзання уздовж осей X і Y). У цьому випадку число ступенів вільності ланок цієї кінематичної пари $H = 5$. Ковзання кулі вздовж вертикальної осі неможливе, тому що при русі в одну сторону воно обмежене площиною В, а при русі в іншу сторону порушується стикання ланок, і, отже, кінематична пара перестає існувати. З рівності (2) випливає, що число умов зв'язку для цієї пари дорівнює $S = 6 - H = 6 - 5 = 1$. Отже, ця пара повинна бути віднесена до пар I класу (п'ятирухома пара). Розглянемо циліндр А, який із ковзанням може перекочуватися по площині В (рис. 4.5). Він може здійснювати щодо площини 4 найпростіших рухи: 2 обертальних навколо осей X і Z і 2 поступальних – уздовж осей X і Y. Отже, число ступенів вільності ланок кінематичної пари $H = 4$, а число умов зв'язку на підставі формули (2) дорівнює $S = 6 - 4 = 2$.

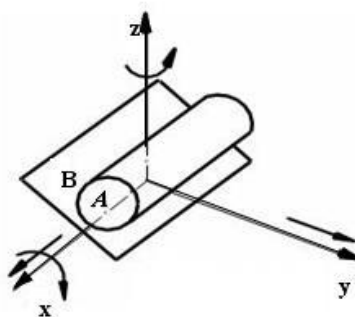


Рисунок 4.5 – Циліндр на площині

Прикладом пари III класу слугує сферична куля, показана на рис. 4.6. Ланка А в цьому випадку щодо ланки В може здійснювати 3 обертальні рухи навколо кожної з координатних осей X, Y, Z (і навпаки, ланка В щодо ланки А), жорстко пов'язаних із ланкою В. Отже, $H = 3$ і $S = 6 - 3 = 3$, тобто пара повинна бути віднесена до пар III класу (трирухома). Ця пара отримала назву сферичної (кульової). До пар III класу відноситься й пара, зображена на рисунку 4.2.

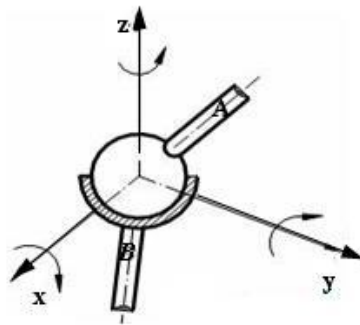


Рисунок 4.6 – Сферична пара

На рис. 4.7 показана кінематична пара IV класу. Циліндр знаходиться в порожньому циліндрі В. Ця пара допускає два рухи А відносно циліндра В (обертання й ковзання ланки А (або ланки В) навколо і вздовж осі X). Число ступенів вільності ланок у цьому випадку $H = 2$. Отже, $S = 6 - 2 = 4$, і ця пара повинна бути віднесена до пар IV класу (дворухома). Ця пара отримала назву циліндричної пари.

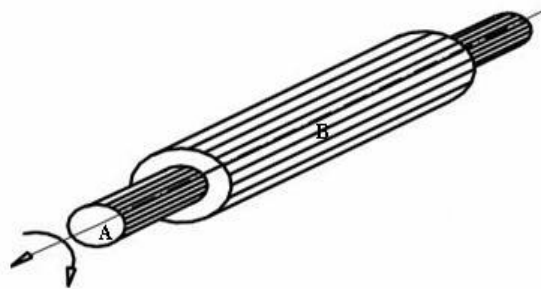


Рисунок 4.7 – Циліндр в порожньому циліндрі

На рисунку 4.1 показана кінематична пара V класу. Вона допускає лише один обертальний рух ланок А й В навколо осі X-X. Отже, $H = 1$ і $S = 6 - 1 = 5$, і ця пара повинна бути віднесена до пар V класу (однорухома пара). Це обертальна пара.

На рисунку 4.8 також показана кінематична пара V класу, тому що вона допускає лише один поступальний рух ланок А і В одна щодо одної вздовж осі X–X. Це поступальна пара.

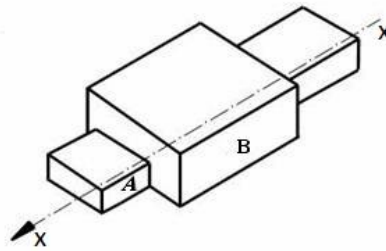


Рисунок 4.8 – Поступальна кінематична пара

Відзначимо, що при розгляді можливих рухів, які мають ланки пар в їхньому відносному русі, необхідно мати на увазі, що ці рухи повинні розглядатися лише як можливі для певного моменту часу.

Розглянуті вище кінематичні пари відносяться до пар, для яких миттєві можливі рухи їхніх ланок не залежать один від одного. Однак існують кінематичні пари, для яких відносні рухи їхніх ланок пов'язані будь-якою геометричною залежністю. Як приклад розглянемо один вид такої пари, який найбільш часто зустрічається в механізмах – гвинтову пару (рис. 4.9).

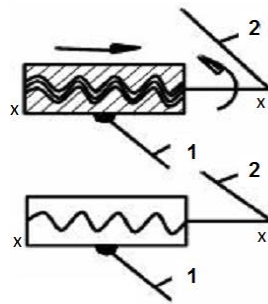


Рисунок 4.9 – Гвинтова пара

На перший погляд, це пара IV класу, обертальний і поступальний відносні рухи ланок якої показані умовою, що заданому куту повороту (φ) однієї ланки щодо іншої навколо осі X–X відповідає поступальне переміщення h уздовж тієї ж осі. У цьому випадку, хоча ланки пари мають і поступальний, і обертальний рухи, ці рухи пов'язані умовою $h = h(\varphi)$. Таким чином, на відносний рух ланок пари накладено ще один додатковий

зв'язок, виражений вищенаведеним співвідношенням. У цьому випадку пара повинна бути віднесена не до IV, а вже до V класу.

У середині кожного класу кінематичні пари можуть бути поділені на види, у залежності від різних поєднань допустимих або обмежених у них рухів. Наприклад, на рисунках 4.1 і 4.8 зображені кінематичні пари V класу: 1-а допускає обертальний рух, а 2-а – поступальний рух ланок. Перша кінематична пара відноситься до кінематичних пар V класу першого виду, а друга – до кінематичних пар V класу другого виду.

Залежно від характеру елементів дотичних ланок кінематичні пари поділяються на нижчі й вищі.

Кінематична пара, яка може бути виконана стиканням елементів її ланок по поверхні, називається нижчою.

Кінематична пара, яка може бути виконана стиканням елементів її ланок тільки по лініях або в точках, називається вищою.

Прикладами нижчих кінематичних пар є пари, показані на рисунках 4.1, 4.6–4.9. Пари, показані на рисунках 4.2, 4.3, 4.5, є вищими.

Для того щоб елементи кінематичної пари перебували в постійному контакті, вони повинні бути замкнуті. Замикання може бути або геометричним, або силовим.

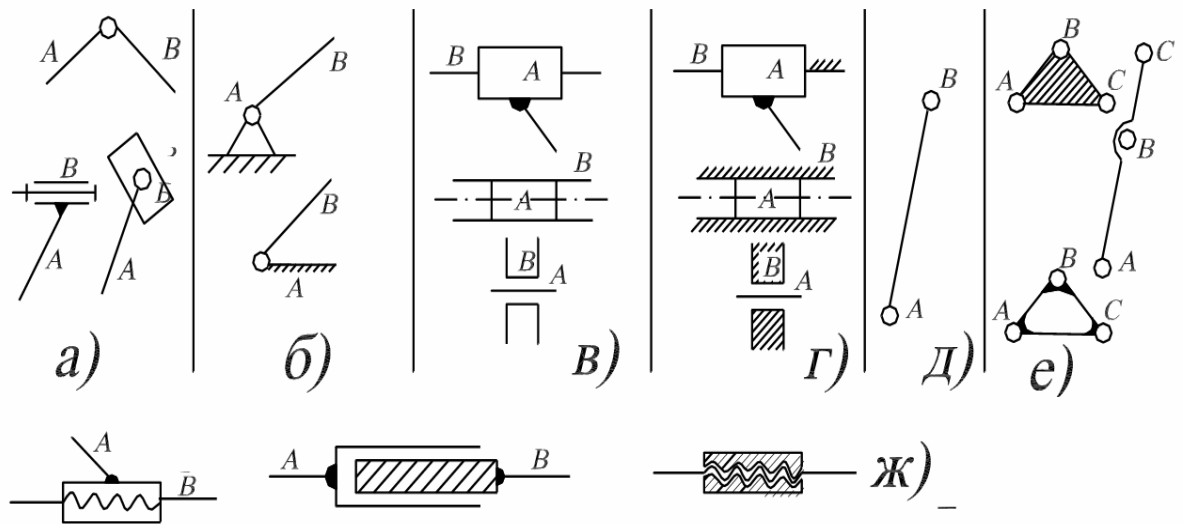
Геометричне замикання здійснюється відповідними геометричними формами елементів ланок кінематичної пари (див. рис. 4.1, 4.6–4.9).

Силове замикання здійснюється силою ваги, силою пружності пружин і тощо. Наприклад, щоб пари, показані на рисунках 4.2–4.4, були замкнутими, необхідно кулю або циліндр притискати до площини одне до одного з будь-якою силою.

При схематичному зображенні механізмів на креслениках зручніше замість конструктивного зображення кінематичних пар і ланок увести їхні умовні зображення. Розглянемо умовні зображення деяких кінематичних пар, що найбільше вживаються (рис. 4.10).

Обертальні кінематичні пари V класу для випадку з'єднання 2 рухомих ланок – див. рис. 4.10, *а*, для випадку з'єднання рухомої і нерухомої ланок – див. рис. 4.10, *б*.

Поступальні кінематичні пари V класу для випадку з'єднань 2 рухомих ланок – рис. 4.10, *в*, для випадку з'єднання одної рухомої і одної нерухомої ланок – рис. 4.10, *г*. Гвинтова пара V класу – рис. 4.10, *ж*. Схематичне зображення механізму ланки, що входить в 2 обертальні кінематичні пари А і В, показано на рис. 4.10, *д*, а на рис. 4.10, *е* – ланок, що входять у 3 кінематичні пари.



а, в – з'єднання двох рухомих ланок; б, г – з'єднання рухомих і нерухомих ланок; д, е – обертальні кінематичні пари; ж – гвинтова пара

Рисунок 4.10 – Умовні зображення кінематичних пар

4.2 Кінематичні ланцюги. Їхні види та рухомість. Формула Сомова–Малишева

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами. Кінематичні ланцюги поділяються на прості й складні. Простим кінематичним ланцюгом називається такий ланцюг, у якому кожна ланка входить не більше, ніж у дві кінематичні пари.

Складним кінематичним ланцюгом називається ланцюг, у якому є хоча б одна ланка, що входить більше ніж у дві кінематичні пари.

Прості й складні кінематичні ланцюги, у свою чергу, поділяються на замкнуті й незамкнуті (рис. 4.11).

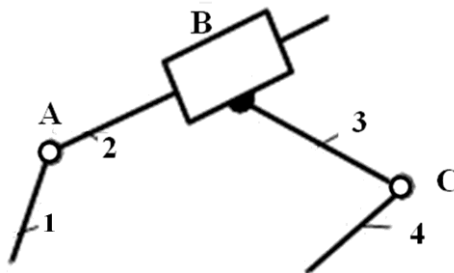


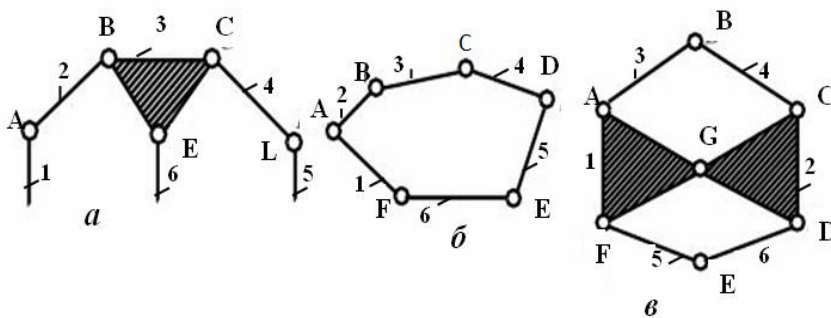
Рисунок 4.11 – Простий незамкнутий кінематичний ланцюг

Замкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якого утворюють один або кілька замкнутих контурів.

На рисунку 4.11 зображено кінематичний ланцюг, що складається з 4 ланок, які утворюють три кінематичні пари: дві обертальні кінематичні пари V класу й одну поступальну V класу (B).

Незамкненим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якого не утворюють замкнутих контурів.

На рисунку 4.12, а показана схема складного кінематичного ланцюга із 6 ланок. На рис. 4.12, б показано простий замкнутий ланцюг із 6 ланок. На рисунку 4.12, в показано складний кінематичний ланцюг із 6 ланок.



а – складний незамкнутий кінематичний ланцюг; б – простий замкнутий кінематичний ланцюг; в – складний замкнутий кінематичний ланцюг

Рисунок 4.12 – Види кінематичних ланцюгів

Структурна формула кінематичного ланцюга загального типу.

Якщо на рух ланки в просторі не накладено ніяких умов зв'язку, то вона має 6 ступенів вільності. Тоді, якщо число ланок кінематичного ланцюга дорівнює «к», то загальне число ступенів вільності, яке мають «к» ланок до їхнього з'єднання в кінематичні пари, дорівнює 6к. З'єднання ланок у кінематичні пари накладає різне число зв'язків на відносний рух ланок, що залежить від класу пар. Якщо число пар I класу, у які входять ланки розглянутого кінематичного ланцюга, позначимо як p_1 , число пар II класу – p_2 , число пар III класу – p_3 , число пар IV класу – p_4 , число пар V класу – p_5 , то з 6к ступенів вільності, які мали ланки до їхнього входження в кінематичні пари, необхідно виключити ті ступені вільності, які віднімаються входженням ланок у кінематичні пари. Тоді число ступенів вільності, яке має кінематичний ланцюг, дорівнює

$$H = 6k - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \tag{3}$$

Якщо одна з ланок кінематичного ланцюга буде нерухомою, то загальне число ступенів вільності зменшиться на 6 і число ступенів вільності W щодо нерухомої ланки дорівнюватиме

$$W = H - 6. \tag{4}$$

Число W ступенів вільності кінематичного ланцюга щодо ланки, прийнятої за нерухому, називається числом ступенів рухомості (вільності).

Підставляючи у формулу (4) замість N його вираження зі співвідношення (3), отримуємо

$$W = 6 \times (k - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (5)$$

Якщо позначити $k - 1 = n$, то

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (6)$$

Вираз (6) називається формулою рухомості, або структурною формулою кінематичного ланцюга загального виду (або формулою Сомова–Малишева).

Приклад розрахунку механізму маніпулятора (рис. 4.13):

$$W = 6 \times 6 - 5 \times 3 - 4 \times 2 - 3 \times 1 = 10.$$

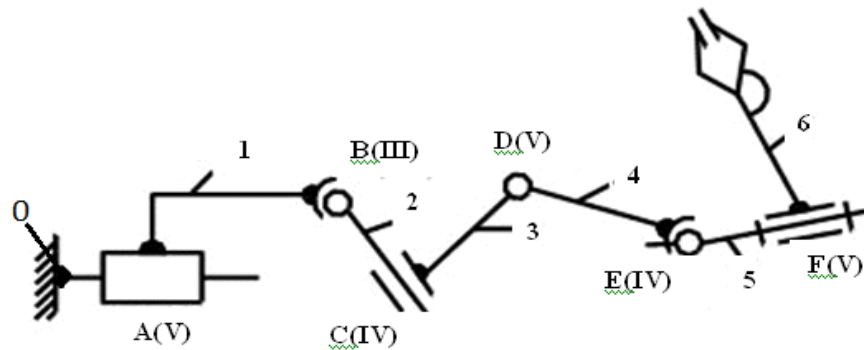


Рисунок 4.13 – Механізм маніпулятора

4.3 Механізм, як кінематичний ланцюг. Його структурна й кінематична схема, узагальнена координата. Плоскі механізми. Формула Чебишева П. Л.

Механізмом називається такий кінематичний ланцюг, у якому при заданому русі однієї або декількох ланок щодо будь-якої з них усі інші ланки здійснюють однозначно визначувані рухи. Будь-який механізм є кінематичним ланцюгом. Не всякий кінематичний ланцюг є механізмом.

Ланка (ланки) механізму, якому повідомляється рух, що перетворюється в необхідний рух інших ланок механізму, називається *вхідною ланкою* (вхідними ланками).

Ланка (ланки) механізму, яка вчиняє необхідний рух для якого призначений механізм, називається *вихідною ланкою* (вихідними ланками).

Ведучою ланкою називається ланка, для якої сума елементарних робіт усіх зовнішніх сил, прикладених до неї, є додатною.

Веденою ланкою називається ланка, для якої сума елементарних робіт усіх зовнішніх сил, прикладених до неї, є від'ємною або дорівнює нулю.

Якщо механізм має одну ступінь вільності, то одній із ланок механізму ми можемо надати щодо стойки будь-який цілком певний закон руху (одну узагальнену координату механізму), наприклад обертальний або гвинтовий рух із заданими швидкостями. При цьому всі інші ланки механізму отримають цілком певні рухи, які є функціями заданого (якщо 2 ступені вільності, то 2 узагальнені координати, і т. д.)

Кожна з незалежних між собою координат, що визначають положення всіх ланок механізму щодо стойки, називається *узагальненою координатою механізму*. Ланка, якій приписується одна або кілька узагальнених координат механізму, називається *початковою ланкою*.

Кількість узагальнених координат механізму дорівнює числу ступенів рухомості.

Величина X за узагальнену координату не може бути прийнята (рис. 4.14).

φ_1 – узагальнена координата механізму. У якості узагальнених координат беруться закони руху ланок, що входять у кінематичні пари зі стійкою. Для вивчення руху механізму недостатньо знати його структуру, тобто число ланок, число й класи кінематичних пар. Необхідно також знати розміри окремих ланок, що впливають на рух, взаємне положення ланок і т. д. Тому при вивченні структурних, кінематичних і динамічних властивостей прийнято користуватися моделями.

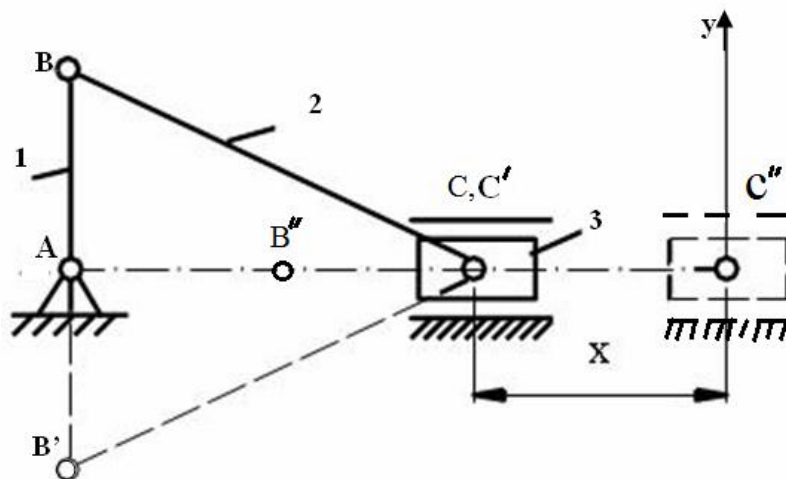


Рисунок 4.14 – Узагальнена координата механізму

Умовне графічне зображення механізму, виконане без урахування масштабу, яке вказує кількість і види ланок і кінематичних пар, а також стояк, називається *структурною схемою механізму*.

Умовне графічне зображення механізму, виконане в певному масштабі з точним дотриманням розмірів і форм ланок, від яких залежить їхній відносний рух, називається кінематичною схемою механізму, або його *кінематичною моделлю*.

Рухомість механізму вказує, скільки необхідно приводів механізму для повної визначеності руху всіх ланок.

У загальному випадку число ступенів вільності механізму W може бути визначено за структурною формулою

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

якщо на рухи ланок, що входять до складу механізму, не накладено яких-небудь загальних додаткових умов.

Нехай, наприклад, у механізмі, який складається з кінематичних обертальних пар V класу, осі всіх пар паралельні. Виберемо нерухому систему координат X, Y, Z так, щоб напрямком осі X співпадав із напрямком осей пар, а осі Y і Z лежали в площині, перпендикулярній до осей пар (рис. 4.15).

У цьому випадку точки ланок механізму $ABCD$ будуть рухатися в площинах, паралельних одній загальній нерухомій площині S , що містить осі Y і Z , і ми будемо мати так званий плоский механізм, тобто механізм, точки ланок якого описують траєкторії, що лежать у паралельних площинах.

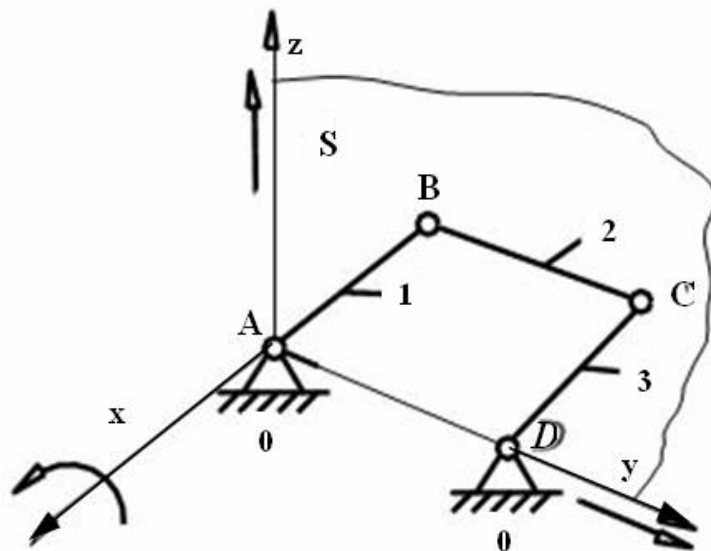


Рисунок 4.15 – Плоский механізм

Із шести можливих рухів три не можуть бути здійснені. Можливі: обертання навколо осі X , а також поступальні рухи уздовж осей Y і Z .

Якщо на рух усіх ланок механізму в цілому накладено 3 загальних обмеження, то ця обставина має бути врахована при підрахунку числа ступенів вільності окремих ланок і ступенів вільності механізму в цілому.

Для розглянутого механізму число ступенів вільності рухомих ланок буде виглядати так: $(6 - 3) \times n = 3n$. Відповідно, замість $5p_5$ зв'язків, що накладаються парами V класу, у цьому механізмі пари V класу будуть накладати $(5 - 3) \times p_5 = 2p_5$ зв'язків. Структурна формула механізму набуде наступного вигляду:

$$W = (6 - 3) \times n - (5 - 3) \times p_5 - (4 - 3) \times p_4 - (3 - 3) \times p_3 ,$$

тобто

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (7)$$

Ця структурна формула для плоских механізмів загального вигляду називається формулою Чебишева П. Л.

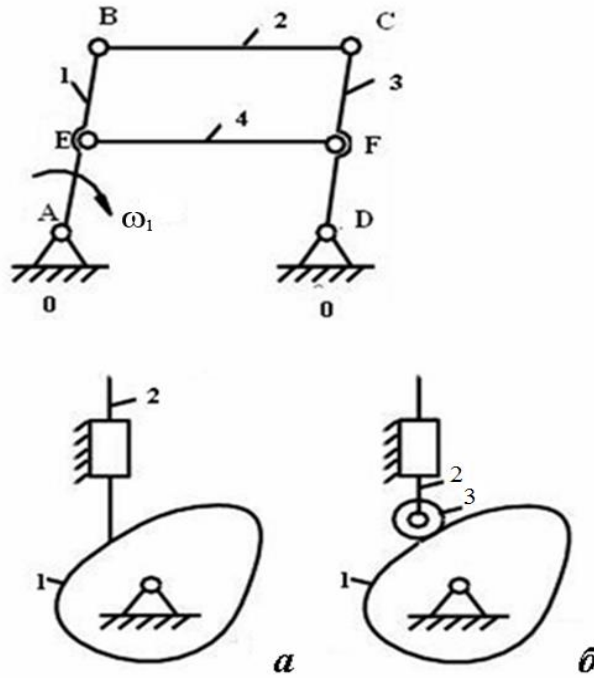
Крім ступенів вільності ланок і зв'язків, які активно впливають на характер руху механізмів, у них можуть зустрітися ступені вільності й умови зв'язків, що ніяк не впливають на характер руху механізму в цілому. Видалення з механізмів ланок і кінематичних пар, яким ці ступені вільності належать, може бути здійснено без зміни загального характеру руху механізму в цілому. Такі ступені вільності називаються зайвими ступенями вільності, а зв'язки – надлишковими або пасивними зв'язками.

$$AB = DC, AD = EF = BC, AE = BE \text{ и } DF = FC.$$

Ланку EF можна видалити, тому що ця ланка, що входить у кінематичні пари E і F, накладає на рух механізму умови зв'язку, які є надлишковими. Для прикладу, рисунок 4.16, а:

$$W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1.$$

На рисунку 4.16, б показано, що механізм містить одну місцеву (зайву) рухливість – здатність ролика обертатися навколо власної осі, ніяк при цьому не впливаючи на характер руху механізму в цілому.



а – загострений штовхач; б – роликовий штовхач
 Рисунок 4.16 – Місцева рухливість в кулачковому механізмі

4.4 Основна ознака утворення плоских механізмів. Структурні групи Ассура Л. В.

Процес утворення цього механізму (рис. 4.17) можна представити як послідовне приєднання до ланки 1 ланок 2 і 3. Потім 2-а ланка подовжується, і до неї приєднуються ланки 4 і 5. До 3-ї ланки приєднуються ланки 6 і 7 (I, II, III – групи, що приєднуються).

Структурна група Ассура – найпростіший кінематичний ланцюг із нульовим ступенем вільності (рухомості) щодо тих ланок, з якими входять у кінематичні пари V класу вільні елементи його ланок і не розпадаються на більш прості ланцюги, що мають також нульовий ступень вільності ($W = 0$).

Властивості структурної групи Ассура:

- 1) має вільні елементи кінематичних пар, якими може приєднуватися до інших ланок;
- 2) містить тільки нижчі пари V класу – обертальні й поступальні;
- 3) щодо тих ланок, до яких приєднується, має рухомість, яка дорівнює нулю, тобто ланки групи пересуваються тільки тоді, коли переміщуються ланки, до яких група приєднана.

Будь-який механізм, який може бути отриманий шляхом послідовного приєднання до одного або декількох первинних механізмів, що складається з вхідної ланки й стояка, особливих кінематичних ланцюгів, називається структурними групами Ассура.

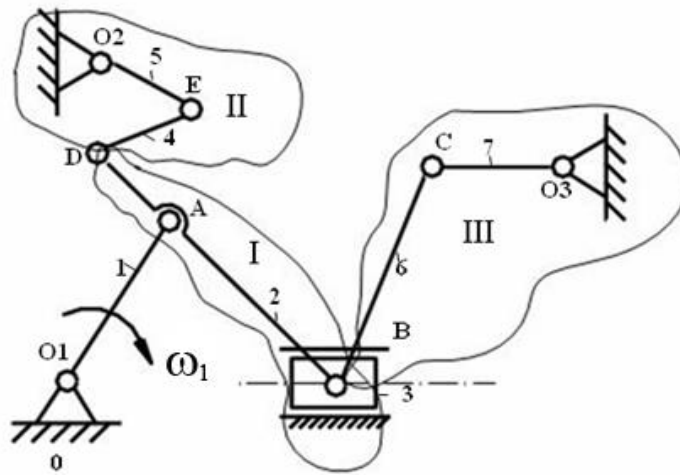
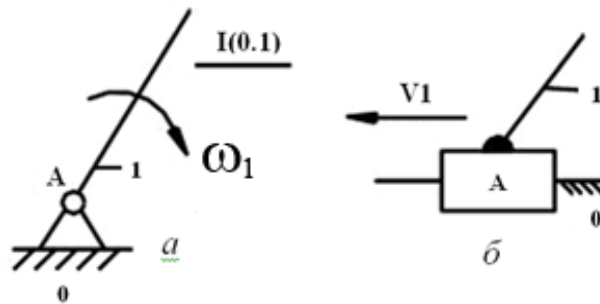


Рисунок 4.17 – Плоский важільний механізм

Найчастіше первинним механізмом є механізм важеля, що складається з кривошипа 1 і стояка 0 (рис. 4.18, а). Роль первинного механізму можуть також виконувати повзун 1 і стояк 0 (рис. 4.18, б).



а – вхідна ланка обертається; б – вхідна ланка рухається поступально

Рисунок 4.18 – Первинний механізм

Найбільшого поширення набули механізми, що мають у своєму складі один первинний механізм, тому що в цьому випадку необхідно рухати одну вхідну ланку, тобто мати один привід, наприклад електродвигун.

Первинний механізм є механізмом I класу.

Група, що має 2 ланки й 3 пари V класу, називається структурною групою II класу.

Механізми, до складу яких входять групи класу не вище другого, називаються механізмами II класу.

Структурні групи поділяються на класи, порядки й види.

Клас групи визначається числом кінематичних пар, що утворюють найбільш складний замкнутий контур групи.

Порядок групи визначається числом її крайніх (зовнішніх) кінематичних пар.

Вид групи визначається кількістю й взаємним розташуванням обер-
тальних і поступальних пар у групі.

Кінематичні пари А і С – зовнішні кінематичні пари.

Кінематична пара В – внутрішня.

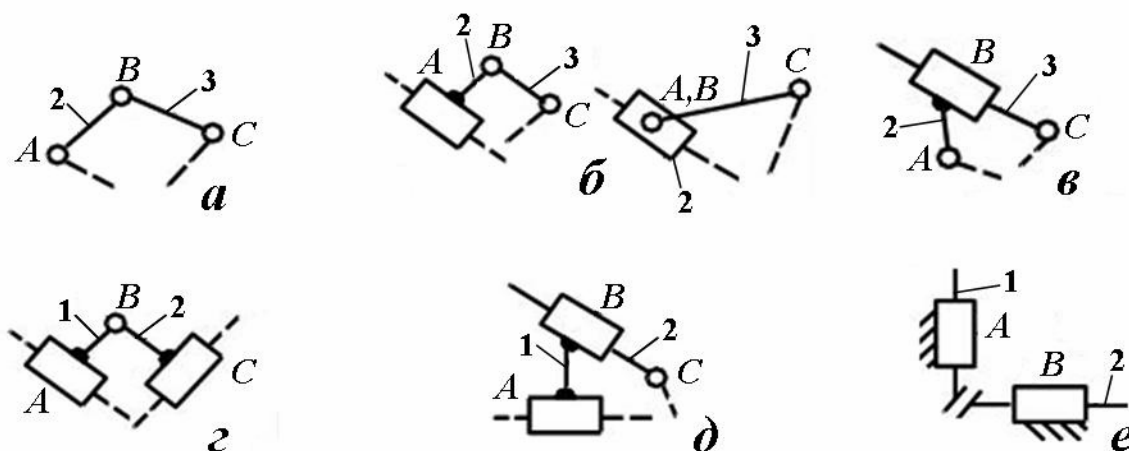
$\Pi(2,3)_{2,1}$ – називається двоповідкова структурна група (рис. 4.19, а).

На рисунку 4.19, б крайня оберտальна кінематична пара замінена по-
ступальною. Довжина повідка АВ може бути рівною нулю, $\Pi(2,3)_{2,2}$.

На рисунку 4.19, в середня оберտальна пара замінена на поступальну,
 $\Pi(2,3)_{2,3}$.

На рисунку 4.19, г дві крайні обертальні пари замінені поступальни-
ми, $\Pi(2,3)_{2,4}$.

На рисунку 4.19, д одна крайня обертальна пара й дві поступальні,
 $\Pi(2,3)_{2,5}$.



а – 1-й вид; б – 2-й вид; в – 3-й вид; г – 4-й вид;

д – 5-й вид; е – клиновий механізм

Рисунок 4.19 – Види найпростіших структурних груп Ассура

Якщо всі три обертальні пари замінити на поступальні (рис. 4.19, е), то
буде отриманий клиновий механізм $W = 2n - p_5$ (формула Добровольського).

При класифікації механізмів можна обмежитися розглядом механізмів,
у яких усі вищі пари попередньо замінені відповідними ланцюгами,
утвореними парами V класу. Тоді

$$W = 3n - 2p_5 = 0 \Rightarrow p_5 = 3/2 n. \quad (8)$$

Оскільки число ланок і пар може бути тільки цілим, то умові (8) за-
довольняють лише такі поєднання чисел ланок і кінематичних пар, що
входять в групу (табл. 4.1).

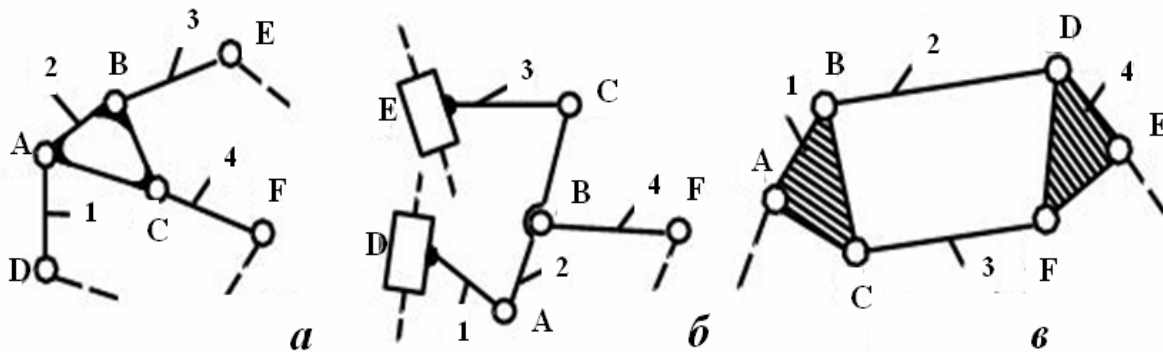
Таблиця 4.1

№	1	2	3	4
n	2	4	6	8
P ₅	3	6	9	12

Ми розглянули найпростіше поєднання чисел ланок пар: $n = 2$; $p_5 = 3$.
Розглянемо групу

$$n = 4 \text{ і } p_5 = 6.$$

Кінематичний ланцюг складається з ланки ABC, від якої йдуть три повідка: АД, BE, CF, (рис. 4.20, а; б).



a – III (1,2,3,4)₃; *б* – III (1,2,3,4)₃; *в* – IV(1,2,3,4)₂
Рисунок 4.20 – Складні структурні групи Ассура

Ланка 2-базова, 1, 3, 4 – повідки.

Цей ланцюг представляє собою складний незамкнутий кінематичний ланцюг, є групою III класу третього порядку й називається триповідковою групою, III (1,2,3,4)₃.

Це структурна група III порядку.

Клас структурної групи вище II визначається кількістю внутрішніх кінематичних пар. Механізми, до складу яких входять групи не вище III класу третього порядку, називаються механізмами III класу.

На рисунку 4.20, *в* зображений замкнутий кінематичний ланцюг. Ця група, крім двох базисних ланок ABC і EDF, що утворюють два жорстких контури, має один рухливий чотиристоронній замкнутий контур СВДФ.

Є групою IV класу другого порядку, тому що приєднання групи до основного механізму здійснюється двома елементами – А і Е.

Механізми, до складу яких входять групи не вище IV класу другого порядку, називаються механізмами IV класу.

При виконанні структурної класифікації слід мати на увазі, що клас механізму може залежати від того, яка ланка є ведучою.

5 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Кінематичний аналіз – вивчення руху ланок механізму без урахування сил, які обумовлюють цей рух.

5.1 Завдання й методи кінематичного аналізу

Три основні завдання:

- 1) визначення переміщень ланок і траєкторій, описуваних точками ланок;
- 2) визначення швидкостей окремих точок ланок і кутових швидкостей ланок;
- 3) визначення прискорень окремих точок ланок і кутових прискорень ланок.

Якщо механізм має одну ступінь вільності, то переміщення, швидкості й прискорення ланок і точок механізму є функціями переміщень, швидкостей і прискорень однієї з ланок, прийнятої за початкову.

Основними методами кінематичного аналізу є:

- 1) графоаналітичний;
- 2) чисто аналітичний;
- 3) експериментальний

5.2 Способи завдання законів руху вхідних ланок

Для виконання кінематичного аналізу повинні бути відомі:

- 1) кінематична схема (з урахуванням масштабу);
- 2) закон руху вхідної ланки (або закони руху вхідних ланок).

Закони руху можуть бути задані в аналітичній формі у вигляді відповідної функції, що пов'язує переміщення початкової ланки з часом.

Якщо вхідна ланка входить у обертальну пару зі стояком, то задається функція $\varphi = \varphi(t)$, де φ – кут повороту початкової ланки відносно нерухомої системи координат ХОУ, пов'язаної зі стояком, а t – час (рис. 5.1).

Якщо вхідна ланка входить зі стояком у поступальну пару (рис. 5.2), то задається функція $S = S(t)$, де S – переміщення довільно обраної т. А початкової ланки відносно нерухомої системи координат ХОУ, пов'язаної зі стояком, а t – час.

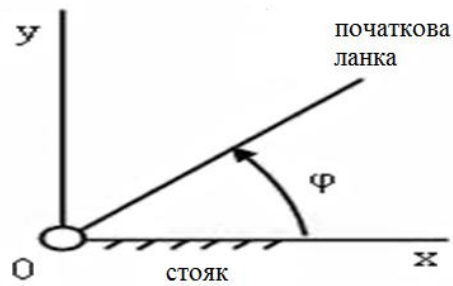


Рисунок 5.1 – Вхідна ланка входить в обертальну пару зі стояком

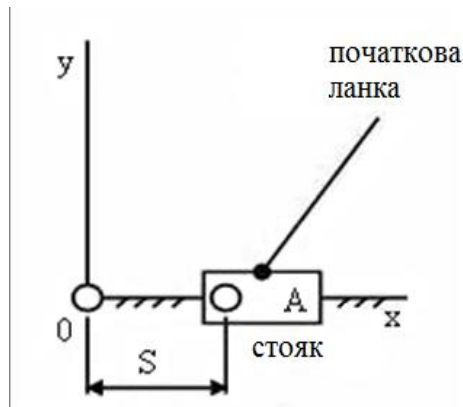


Рисунок 5.2 – Вхідна ланка входить зі стійкою в поступальну пару

Названі функції є функціями переміщень.

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функцій швидкостей $\omega = \omega(t)$ або $V = V(t)$.

Тоді перехід від функції швидкостей до функцій переміщень може бути здійснений шляхом обчислення інтегралів:

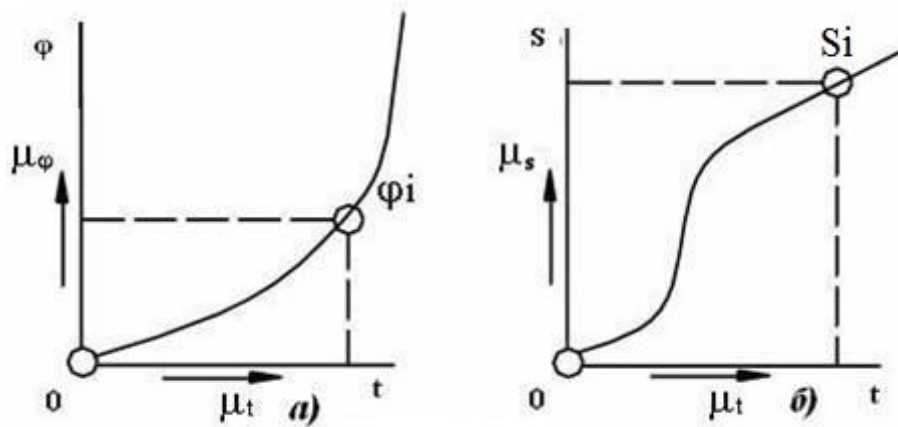
$$\varphi = \int_{t_0}^{t_i} \omega(t) dt ; S = \int_{t_0}^{t_i} V(t) dt .$$

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функції прискорень $\varepsilon = \varepsilon(t)$, або $a = a(t)$, тоді перехід до функцій швидкостей здійснюється шляхом обчислення інтегралів:

$$V = \int_{t_0}^{t_i} a(t) dt ; \omega = \int_{t_0}^{t_i} \varepsilon(t) dt .$$

Визначивши функції швидкостей, можна визначити й функції положень.

Функції $\varphi = \varphi(t)$ и $S = S(t)$ можуть бути також задані графічно у вигляді кривих (рис. 5.3), де по осях ординат відкладені кути повороту φ (рис. 5.3, а) або переміщення S (рис. 5.3, б) у деяких обраних масштабах μ_φ і μ_S , а по осях абсцис – час t в обраному масштабі.



а – вхідна ланка здійснює поступальний рух; б – вхідна ланка здійснює поступальний рух

Рисунок 5.3 – Закони руху початкової ланки

5.3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод засічок. Масштаби в ТММ

При русі механізму положення його ланок постійно змінюються, але в кожен певний момент часу вони займають цілком певні положення, і тому положення цих ланок можна як би сфотографувати.

Для важільних механізмів із твердими ланками при відомих їхніх розмірах завжди можна побудувати картину переміщення всіх їхніх точок і ланок у залежності від переміщення ланки, обраної за вхідну. Це виконується за допомогою методів засічок при відомих розмірах ланок і траєкторій окремих точок.

Графічна побудова кінематичної схеми механізму, відповідна заданому значенню, його узагальнені координати називаються планом положення механізму (планом механізму).

У ТММ прийнято використовувати масштабні коефіцієнти при зображенні на кресленику різних фізичних величин.

Масштабним коефіцієнтом певної фізичної величини називається відношення чисельного значення цієї величини у властивих їй одиницях вимірювання до довжини відрізка в міліметрах, який зображує цю величину на креслениках.

$\mu_l = \frac{l_{AB}}{(AB)} = \frac{M}{\text{мм}}$; де l_{AB} – дійсна величина ланки.

$$\mu_V = \left[\frac{M}{c \cdot \text{мм}} \right]; \quad \mu_a = \left[\frac{M}{c^2 \cdot \text{мм}} \right]; \quad \mu_F = \left[\frac{H}{\text{мм}} \right];$$

Можна вибрати масштаб зображення μ_l і перевести $\rightarrow (AB) = \frac{l_{AB}}{\mu_l}$.

На рисунку 5.4 показано побудову планів положень за допомогою засічок.

Кривошип здійснює обертання, повзун здійснює поступальний рух, тому ми знаємо траєкторію руху т. В і С.

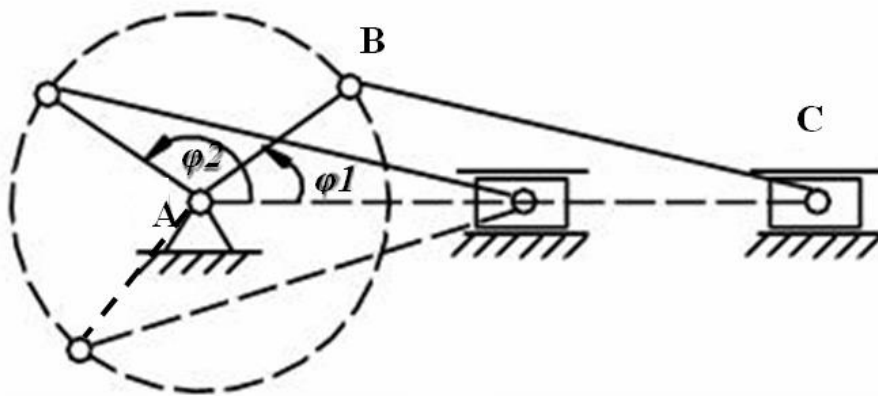


Рисунок 5.4 – Побудова планів положень механізму

Зв'язок масштабного коефіцієнта μ_l з масштабом М:

$$\mu_l = \frac{0.001}{M}; \quad M = \frac{0.001}{\mu_l},$$

$$M \ 1:2 \Rightarrow \mu_l = 0,002 \text{ м/мм},$$

$$M \ 2:1 \Rightarrow \mu_l = 0,0005 \text{ м/мм}.$$

5.4 Плани швидкостей

Планами швидкостей називаються векторні зображення цих кінематичних параметрів, виконані в певному масштабі.

Кінематичний аналіз методом плану швидкостей заснований на вирішенні векторних рівнянь графічним шляхом.

План швидкостей механізму – графічна побудова, що являє собою плоский пучок, промені якого зображують в обраному масштабі абсолютні швидкості точок ланок, а відрізки, які з'єднують кінці променів, – відносні швидкості відповідних точок для певного положення механізму. Складання векторних рівнянь для побудови планів швидкостей засноване на теоремі про швидкості точок плоскої фігури (відомої з «Теоретичної механіки»).

Розглянемо метод плану швидкостей на прикладі механізму насоса (рис. 5.5).

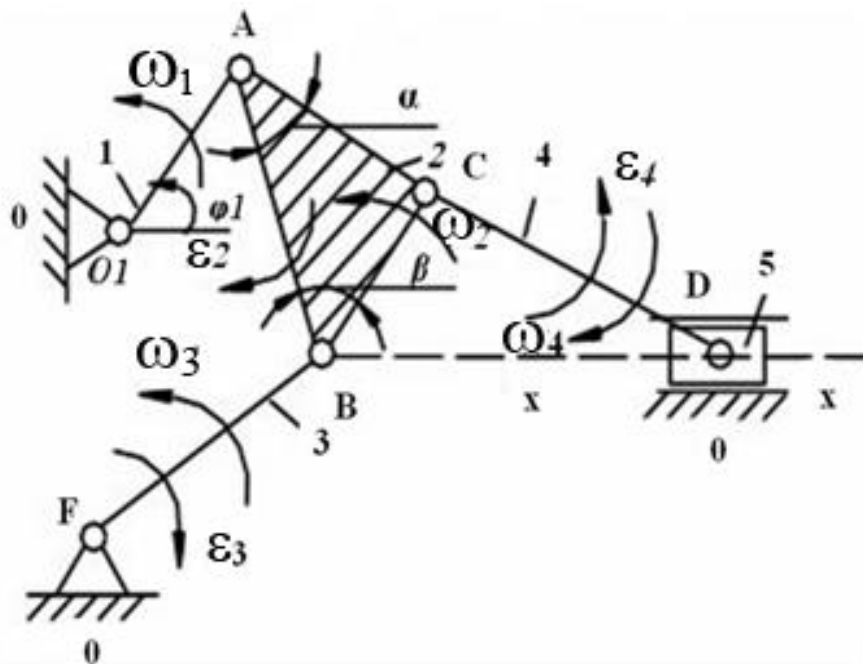
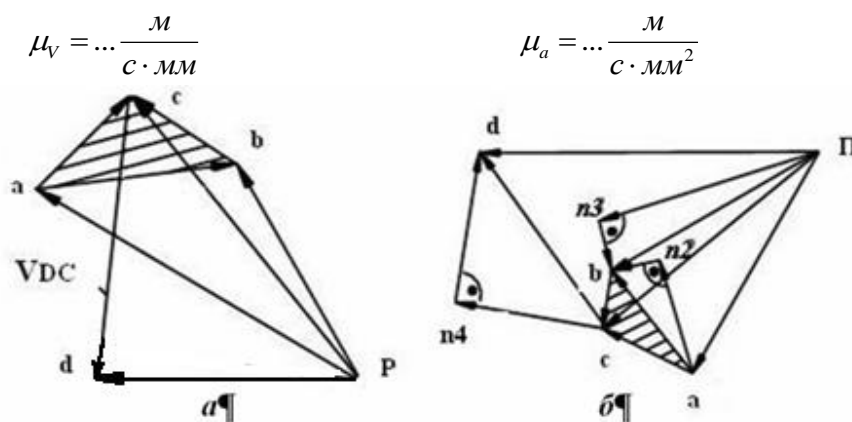


Рисунок 5.5 – Механізм насоса

Дано: кінематична схема, l_i – дійсні розміри ланок, закон руху вхідної ланки (узагальнююча координата), $\varphi_1, \omega_1 = \text{const}$.

Перед побудовою плану швидкостей (рис. 5.6) необхідно уявити, як працює механізм.



a – план швидкостей; *б* – план прискорень

Рисунок 5.6 – Кінематичний аналіз механізму

Побудова:

1. Визначимо швидкість т. А: $V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A}$, де l_{O_1A} – дійсна довжина ланки 1.

$\bar{V}_A \perp O_1A$ (вектор швидкості т. А спрямований перпендикулярно до напрямку O_1A в сторону обертання ланки).

Виберемо на площині т. Р (полюс плану швидкостей). *Полюс плану швидкостей* відображає всі нерухомі точки механізму.

Прийmemo $\bar{r}a = \bar{V}_A$ і відкладаємо його від полюса т. Р у будь-якому довільно обраному масштабі швидкості μ_v . При виборі величини масштабу μ_v керуються зручністю обчислень і побудови векторів швидкості.

$$\mu_v = V_A / (pa) = \dots \text{ (м/с·мм); } (pa) = V_A / \mu_v \text{ (мм);}$$

$$\frac{\bar{V}_B}{\perp BE} = \frac{\bar{V}_A}{\perp O_1A} + \frac{\bar{V}_{BA}}{\perp AB}.$$

2. Ланка АВ здійснює складний рух. Якщо вектор швидкості відомий по модулю і напрямку, то його підкреслюють двічі. Для визначення дійсних величин швидкостей V_B і V_{BA} відрізки (pb) і (ab) , виміряні в міліметрах, множать на обраний масштабний коефіцієнт μ_v , що показує, скільки одиниць швидкості доводиться на 1 мм відповідного відрізка.

$$V_{BA} = (ab) \cdot \mu_v = \dots \text{ [м/с];}$$

$$V_B = (pb) \cdot \mu_v = \dots \text{ [м/с].}$$

Вектори, що зображують абсолютні швидкості виходять з полюса плану швидкостей.

V_B – абсолютна швидкість;

V_{BA} – відносна швидкість.

3. Визначимо швидкість т. С.

За полюс обертання можна вибрати або т. А, або т. В.

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_C &= \underline{\bar{V}_A} + \frac{\bar{V}_{CA}}{\perp AC} \\ \bar{V}_C &= \underline{\bar{V}_B} + \frac{\bar{V}_{CB}}{\perp BC} \end{aligned} \right\} \text{Ланки 2 і 4 здійснюють плоский рух.}$$

Тоді, наприклад, вектор V_{CA} швидкості т. С щодо т. А спрямований перпендикулярно до напрямку АС.

$$V_C = (pc) \cdot \mu_V;$$

$$V_{CA} = (ac) \cdot \mu_V;$$

$$V_{CB} = (bc) \cdot \mu_V.$$

4. Визначимо швидкість т. D.

Точки А і В не можна брати для визначення швидкості V_D , тому що вони належать різним ланкам.

За полюс обертання можна вибрати т. С.

$$\frac{\bar{V}_D}{\Pi x - x} = \bar{V}_C + \frac{\bar{V}_{DC}}{\perp CD}.$$

$$V_D = (pd) \cdot \mu_V;$$

$$V_{DC} = (cd) \cdot \mu_V.$$

Слідства з плану швидкостей:

1. Напрямок вектора відносної швидкості на плані швидкостей обертаний порядку проходження індексів:

V_{BA} – направлений від «а» до «в»;

V_{AB} – направлений від «в» до «а»;

V_{DC} – направлений від «с» до «d».

2. Користуючись планом швидкостей, можна визначити чисельні значення кутових швидкостей:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{V_{CA}}{l_{AC}} = \left(\frac{V_{CB}}{l_{BC}} \right) = \frac{(bc) \cdot \mu_V}{BC \cdot \mu_l};$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BE}} = \frac{(pv) \cdot \mu_V}{BE \cdot \mu_l};$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}} = \frac{(cd) \cdot \mu_V}{CD \cdot \mu_l}.$$

3. Напрямок кутових швидкостей ланок визначається уявним перенесенням векторів відносних швидкостей із плану швидкостей до відповідних точок плану механізму й спробою повернути ланку навколо обраного полюса в сторону дії цього вектора.

4. *Теорема подібності плану швидкостей.* Відрізки прямих, що з'єднують деякі точки однієї і тієї ж ланки на плані механізму, і відрізки прямих, що з'єднують кінці вектора абсолютних швидкостей на плані швидкостей, утворюють подібні аналогічно розташовані й повернені одна відносно одної на 90° фігури:

$$\Delta abc \sim \Delta ABC, \quad \frac{(ab)}{(bc)} = \frac{AB}{BC} = \dots$$

Перевіркою правильності графічної побудови подібних фігур на плані є порядок проходження букв на схемі й на плані швидкостей.

Вектори всіх відносних швидкостей з'єднують собою кінці векторів повних швидкостей.

5.5 Плани прискорень

Розглянемо метод плану прискорень на прикладі того ж механізму насоса (рис. 5.5).

План швидкостей групи вважається побудованим, і, отже, можна вважати відомими швидкості всіх ланок групи.

Дано: кінематична схема, l_i – дійсні розміри ланок, $\omega_1 = \text{const}$, ω_i .

Побудова:

1. Визначимо прискорення т. А:

$$\overline{a}_A = \overline{a}_A^n + \overline{a}_A^\tau ;$$

$// O_1A \quad \perp O_1A$

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A} ;$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{O_1A} ;$$

$$a_A^\tau = 0 ;$$

$$\overline{a}_A = \overline{a}_A^n .$$

Прискорення a_A^n направлене до центру обертання т. O_1 :

$$\overline{pa} = \overline{O_1A} .$$

При виборі μ_a масштабного коефіцієнта плану прискорень керуються зручністю обчислень і графічних побудов:

$$\mu_a = \dots \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}; \quad (pa) = \frac{a_A}{\mu_a} \text{ [мм]} .$$

2. Визначимо прискорення т. В (через те, що $\omega_1 = \text{const}$, $\omega_2 \neq \text{const}$, тому прискорення т. В необхідно розкласти на складові):

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{a_B} = \overline{a_A} + \frac{\overline{n}}{\parallel AB} + \frac{\overline{\tau}}{\perp AB}; \\ \overline{a_B} = \frac{\overline{n}}{\parallel BE} + \frac{\overline{\tau}}{\perp BE} \end{array} \right.;$$

$$\overline{a_{BA}} = \frac{\overline{n}}{\parallel AB} + \frac{\overline{\tau}}{\perp AB}.$$

Необхідно проводити проміжні обчислення:

$$\begin{array}{lll} \overline{a_{BA}^n} = \omega_2^2 \cdot l_{AB} & \overline{an_2} = \overline{a_{BA}^n} & \overline{\pi n_3} = \overline{a_B^n} \\ \overline{a_B^n} = \omega_3^2 \cdot l_{BE}; & (an_2) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \quad [мм] & (\pi n_3) = \frac{a_B^n}{\mu_a} \quad [мм] \end{array}$$

Для визначення дійсної величини будь-якого прискорення треба відповідний відрізок у міліметрах, узятий із плану прискорень, помножити на обраний масштабний коефіцієнт μ_a , що показує, скільки одиниць прискорення доводиться на 1 мм відкладеного відрізка:

$$\begin{array}{l} a_e = (\pi \nu) \cdot \mu_a; \\ a_{BA}^\tau = (n_2 \nu) \cdot \mu_a; \\ a_B^\tau = (n_3 \nu) \cdot \mu_a. \end{array}$$

3. Прискорення т. С, $\overline{a_C}$ визначаємо на підставі теореми подібності, де $\Delta a_{BC} \sim \Delta ABC$ (отриманий трикутник буде повернений, тільки не на 90° , як у разі побудови плану швидкостей).

З т. А під кутом α проводимо пряму, і з т. В під кутом β проводимо пряму. Точка перетину цих прямих і дасть кінець вектора a_C повного прискорення т. С.

Можна було б скласти систему рівнянь, узявши полюси т. А і В, але це громіздко.

4. Визначимо прискорення т. D:

$$\frac{\overline{a_D}}{\parallel x-x} = \frac{\overline{a_C}}{\parallel DC} + \frac{\overline{a_{DC}^n}}{\parallel DC} + \frac{\overline{a_{DC}^\tau}}{\perp DC};$$

$$\begin{aligned}
a_{DC}^n &= \omega_4^2 \cdot l_{CD}; & a_D &= (\pi d) \cdot \mu_a; \\
\overline{(cn_4)} &= \overline{a_{DC}^n}; & a_{DC}^\tau &= (n_4 d) \cdot \mu_a; \\
(cn_4) &= \frac{a_{DC}^n}{\mu_a}.
\end{aligned}$$

Слідства з плану прискорень:

1. Напрямок векторів відносних прискорень обернений порядку проходження індексів:

$\overline{a_{BA}}$ направлено від «а» до «в».

2. Можна визначити модулі та напрямки кутових прискорень:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}; \varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{l_{BE}}; \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{(n_4 d) \cdot \mu_a}{(CD) \cdot \mu_l}.$$

3. Напрямок кутових прискорень ланок визначається уявним перенесенням векторів тангенціальних складових прискорень із плану прискорень у відповідні точки плану механізму й спробою повернути ланку навколо обраного полюса в сторону дії цього вектора.

4. *Теорема подібності плану прискорень.* Відрізки прямих, що з'єднують деякі точки однієї і тієї ж ланки на плані механізму, і відрізки прямих, що з'єднують кінці векторів повних прискорень на плані прискорень, утворюють подібні аналогічно розташовані фігури:

$$\Delta abc \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{(ab)}{(bc)} = \frac{AB}{BC} = \dots$$

Розглянуті вище побудови були для одного положення.

Для повного кінематичного аналізу механізму необхідно побудувати його плани положень для повного циклу руху, розбиваючи траєкторію точки вхідної ланки (кривошипа) із будь-яким кроком.

У результаті кінематичного дослідження часто необхідно побудувати кінематичні діаграми або графіки залежності руху будь-якої ланки або точки від узагальненої координати механізму або від часу:

$$S_D = f(t); V_D = f(t); a_D = f(t); S_D = f(\varphi l); V_D = f(\varphi l); a_D = f(\varphi l).$$

5.6 Синтез важільних механізмів

Під синтезом механізму розуміється проєктування механізму за заданими його властивостями.

Два основні етапи:

1. Вибір структурної схеми механізму, який здійснюється на основі структурного синтезу механізму (визначає кількість ланок, пар, стоек) без урахування розмірів.

2. Визначення постійних параметрів обраної схеми механізму за заданими його властивостями. (Визначення розмірів ланок, траєкторій окремих точок називається *кінематичним синтезом*.)

Метричний синтез – частина кінематичного синтезу. Якщо необхідно при проєктуванні механізму врахувати деякі динамічні властивості механізму, то такий синтез називається *динамічним*. (Визначення мас, прискорень тощо.)

Деякі постійні параметри механізму, незалежні між собою, які встановлюються завданням на його синтез, називаються вхідними параметрами синтезу, а параметри, які отримують у результаті синтезу механізму, називаються вихідними параметрами синтезу.

При проєктуванні механізму завжди можна виділити одну найголовнішу умову – основну умову синтезу (пов'язана з призначенням механізму).

Розрізняють точні й наближені методи синтезу.

Існують графічні, аналітичні, графоаналітичні й експериментальні методи синтезу.

Усі механізми поділяють на механізми з нижчими кінематичними парами (V кл.) – важільні або стрижневі, і на механізми з вищими кінематичними парами (кулачкові, зубчасті тощо).

Базовим механізмом для важільних є механізм шарнірного чотириланковика (кривошипно-коромисловий).

Для найпростіших важільних механізмів німецьким ученим Ф. Грасгофом сформульовано умову існування кривошипа, або умову прокручування ланок.

5.6.1 Теорема Грасгофа

Шарнірний чотириланковий кінематичний ланцюг може тільки тоді утворювати кривошипно-коромисловий або двохкривошипний механізм, коли сума довжин найбільшої і найменшої ланки менше суми довжин двох інших ланок.

Дано: чотириланковий механізм (рис. 5.7);

- ланка 1 – найменша,
- ланка 2 – найбільша.

Згідно з теоремою Грасгофа: $l_1 + l_2 < l_0 + l_3$.

Зобразимо траєкторію кривошипа. Покажемо крайні положення механізму (рис. 5.8).

АВ'С'Д' – 1-е крайнє положення механізму;

АВ''С''Д'' – 2-е крайнє положення механізму.

$AC'' = BC - AB$;

$AC' = BC + AB$;

Ψ_3 – кут розмаху коромисла.

Механізм повинен перебувати більшою частиною в робочій зоні, меншою – у холостій.

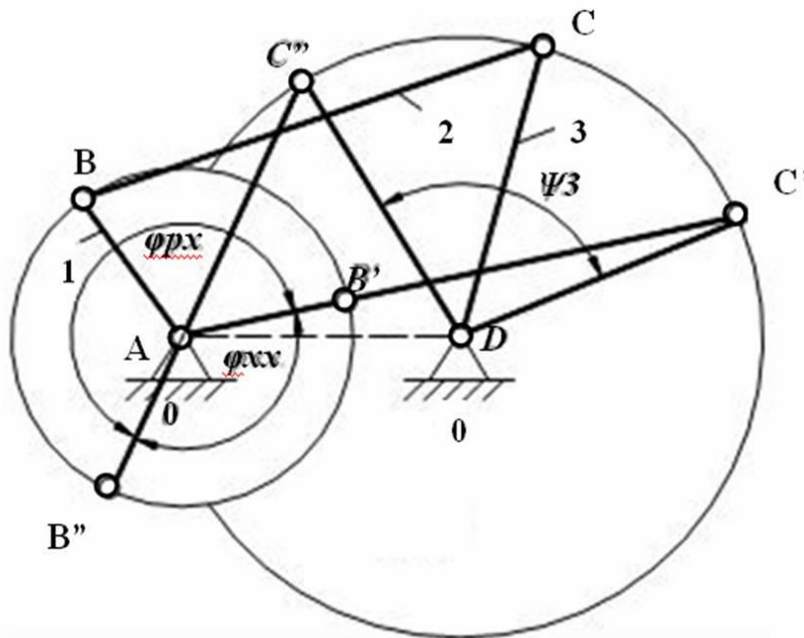


Рисунок 5.7 – Шарнірний чотириланковий механізм

При будь-якому положенні кривошипа АВ коромисло СД завжди знаходиться між положеннями ДС'' і ДС'. Положення ланки, з якого воно може рухатися тільки в одному напрямку, називається крайнім положенням ланки.

ДС'' і ДС' – крайні положення коромисла.

Переміщення коромисла з положення ДС'' у положення ДС' відбудеться за той час, поки т. В із положення В'' перейде в стан В', тобто за час повороту кривошипа на кут $(180^\circ + \theta)$. Повернення коромисла в положення ДС'' відбудеться за той час, за який кривошип повернеться на кут $(180^\circ - \theta)$.

6 ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ

При динамічному дослідженні механізмів основна увага приділяється вивченню питань, пов'язаних із дією сил у механізмах і машинах.

Основними завданнями динамічного аналізу механізмів є:

1) визначення зовнішніх сил, що діють на ланки механізму, і вивчення впливу цих сил, а також сил тертя та інерції на ланки механізму, кінематичні пари й нерухомі опори, і встановлення способів усунення або зменшення динамічних навантажень при русі механізму;

2) вивчення режимів руху під дією заданих сил і встановлення способів, що забезпечують задані режими руху механізму.

Перше завдання динаміки механізмів має на меті визначення зовнішніх невідомих сил, що діють на ланки механізму, а також зусиль (реакцій), що виникають у кінематичних парах при русі механізму.

Друге завдання має на меті визначення потужності, необхідної для відтворення заданого руху машини або механізму, і вивчення законів розподілу цієї потужності на виконання робіт, а також вирішення питання про порівняльну оцінку механізмів за допомогою коефіцієнта корисної дії.

У сучасній механіці проводять не статичні, а динамічні розрахунки, з урахуванням інертності мас ланок і появи додаткових інерційних навантажень на ланки.

6.1 Силовий аналіз механізмів. Принцип Даламбера в ТММ. Метод кінетостатики

Якщо відомі зовнішні сили, що діють на ланки механізму, і відомі закони руху всіх його ланок, методами механіки можна визначити сили тертя і реакції зв'язків в кінематичних парах, сили опору, що виникають при русі механізму, і тим самим виконати силовий розрахунок механізму.

Силовий розрахунок механізму полягає у визначенні тих сил, які діють на окремі ланки механізму при їхньому русі.

Важливість вирішення цього завдання полягає у використанні результатів:

- для розрахунку на міцність окремих деталей механізмів;
- для визначення тертя в кінематичних парах;
- для розрахунку на зношування деталей у кінематичних парах і т. д.

Серед розмаїття методів силового розрахунку механізмів у ТММ велими широко застосовується метод силового розрахунку механізмів на основі звичайних рівнянь твердих тіл (метод Даламбера).

Якщо в кожен певний момент часу до всіх зовнішніх сил, що діють на ланку механізму, приєднати сили інерції, то під дією всіх цих сил можна ланку розглядати як таку, що умовно знаходиться в рівновазі, і застосовувати до них рівняння статки.

Метод силового розрахунку механізмів з використанням сил інерції і застосуванням рівнянь динамічної рівноваги носить іноді назву *кінематостатичного розрахунку механізмів*.

6.2 Класифікація сил, що діють на ланки механізму. Механічні характеристики

Усі сили, що діють на механізм, поділяють на зовнішні й внутрішні.

Реакції в кінематичних парах, також як і сили тертя, по відношенню до всього механізму є силами внутрішніми, але по відношенню до кожної ланки, що входить у кінематичну пару, виявляються силами зовнішніми.

Зовнішні сили називаються активними, або такими, що задаються. Вони поділяються на сили рушійні й опору.

Рушійними силами в механізмах називають ті сили, які прагнуть прискорити рух механізму, тобто ті, які здійснюють позитивну роботу.

Силами опору в механізмі називаються ті сили, які прагнуть сповільнити рух механізму, тобто ті, які здійснюють негативну роботу.

Силами виробничого опору, або силами корисного опору, називаються ті сили опору, подолання яких необхідно для виконання необхідного технологічного процесу.

Силами невиробничого опору, або силами шкідливого опору, називаються ті сили опору, на подолання яких витрачається додаткова робота понад ту, яка необхідна для подолання корисного опору.

Необхідно відзначити деяку умовність у розподілі сил на сили рушійні й сили опору. Наприклад, сили тяжіння ланок при підйомі їхніх центрів тяжіння виявляються силами опору, а при опусканні центру тяжіння – силами рушійними. Сили тертя, що виникають у підшипниках, є силами опору, а сили тертя, що виникають у точках контакту при обхваті ременем шківів пасової передачі, є силами рушійними.

Для характеристики різного роду машин використовують спеціальні графічні або аналітичні залежності, які називаються механічними характеристиками.

Залежність рушійної сили, або сили опору, від кінематичних параметрів механізму, задана аналітично або графічно, називається *механічною характеристикою* відповідно двигуна або робочої машини.

У зв'язку з тим, що потужність P , момент M і кутова швидкість пов'язані співвідношенням

$$P = M \cdot \omega,$$

то, знаючи залежність $M = M(\omega)$, можна визначити залежність

$$P = P(\omega).$$

Для машин-двигунів характерним є зменшення крутного моменту M зі збільшенням кутової швидкості ω .

Розглянемо механічні характеристики електродвигунів постійного струму (рис. 6.1).

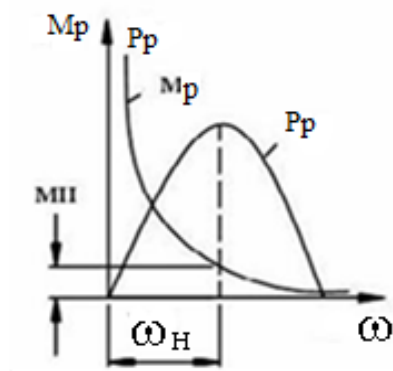


Рисунок 6.1 – Механічні характеристики електродвигунів постійного струму

ω_H , M_H – номінальні характеристики двигуна.

Розглянемо механічні характеристики асинхронного електродвигуна (рис. 6.2).

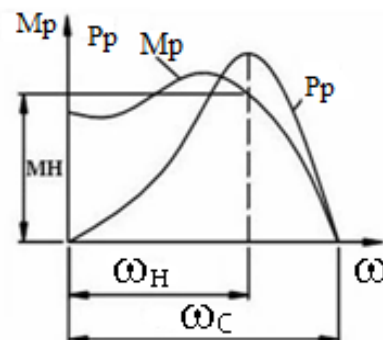


Рисунок 6.2 – Механічна характеристика асинхронного електродвигуна

Кутову швидкість ω_c , при якій $M_p = 0$, називають синхронною.

На рисунку 6.3 показані механічні характеристики насоса-компресора.

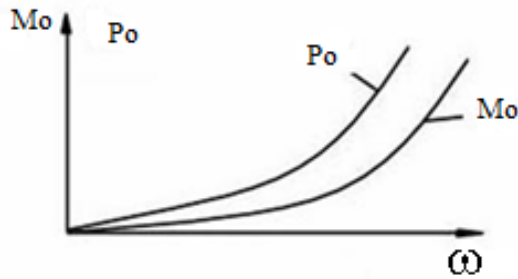


Рисунок 6.3 – Механічні характеристики насоса компресора

6.3 Визначення сил інерції ланок у різних випадках їхнього руху

Інерційні навантаження, що діють на окремі ланки, можна представити у вигляді головного вектора сил інерції елементарних мас і головного моменту сил інерції.

\bar{F}_{in} – головний вектор сил інерції, Н;

\bar{M}_{in} – головний момент сил інерції, Н·м:

$$\bar{F}_{in} = -m \cdot \bar{a}_S, \quad (11)$$

$$\bar{M}_{in} = -\varepsilon \cdot I_S, \quad (12)$$

де, m – маса ланки, кг;

\bar{a}_S – вектор повного прискорення центру мас ланки, м/с²;

ε – кутове прискорення, рад/с²;

I_S – момент інерції ланки щодо осі, що проходить через центр мас S і перпендикулярній площині руху ланки, кг·м².

Нехай дана ланка AB і відомі прискорення \bar{a}_B і \bar{a}_A її т. B і A , повне прискорення \bar{a}_S , а також відомо положення центру мас ланки (рис. 6.4).

$$F_{in} = m \cdot a_S = m \cdot (\pi s) \cdot \mu_a$$

$$M_{in} = \varepsilon \cdot I_s,$$

де
$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}} = \frac{(nb) \cdot \mu_a}{(AB) \cdot \mu_l}.$$

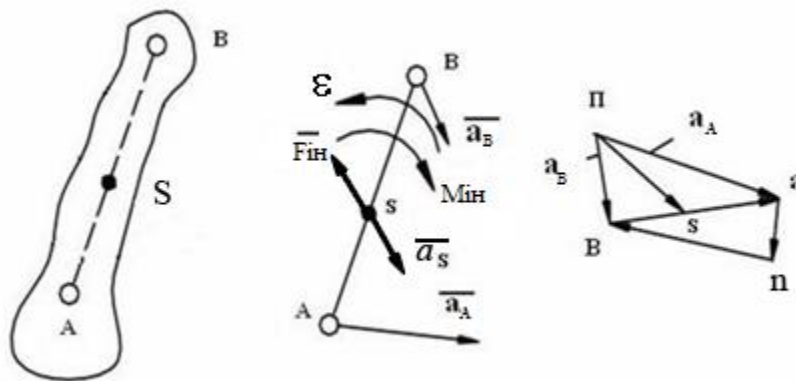


Рисунок 6.4 – Інерційні навантаження

Види руху ланок механізму:

- 1) рівномірно прямолінійний рух;
- 2) прямолінійно прискорений рух;
- 3) рівномірно обертальний (навколо осі, що проходить через центр мас ланки);
- 4) рівномірно обертальний (навколо осі, що не проходить через центр мас ланки);
- 5) прискорене обертання навколо осі, що проходить через центр мас механізму;
- 6) прискорене обертання навколо осі, що не проходить через центр мас механізму.

Для випадків:

- 1) $\varepsilon = 0$; $a_S = 0$; $F_{in} = 0$; $M_{in} = 0$;
- 2) $\varepsilon \neq 0$; $a_S = 0$; $F_{in} = 0$; $M_{in} = \varepsilon I_S$.

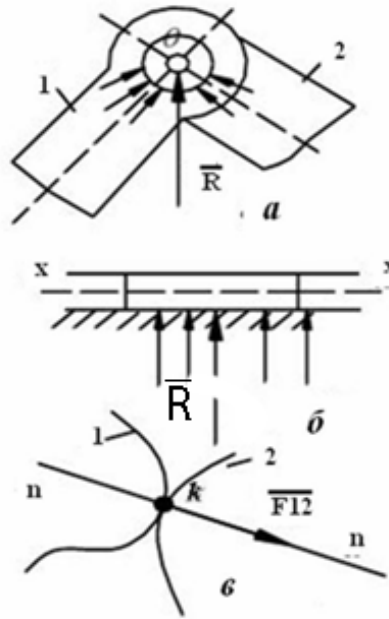
6.4 Умова статичної визначеності плоских кінематичних ланцюгів

Якщо в число заданих сил при розрахунку входять і сили інерції ланок, то такий розрахунок називається кінетостатичним.

Кінематичні ланцюги плоских механізмів включають кінематичні пари V класу – обертальні й поступальні; IV класу – вищі.

Сили характеристики – величина, напрямок і точка прикладання.

В обертальній парі V класу результуюча сила реакції R проходить через вісь шарніра (рис. 6.5, а) – відома точка прикладання сили. Величина й напрямок цієї реакції невідомі.



a – обертальна кінематична пара; *б* – поступальна кінематична пара;
в – вища кінематична пара

Рисунок 6.5 – Напрямок результуючої сили реакції

У поступальній парі V класу реакція перпендикулярна до осі руху X–X цієї пари (рис. 6.5, б). Вона відома за напрямком, але невідома її точка прикладання й величина. До вищої пари IV класу (рис. 6.5, в) реакція F_{12} прикладена в т. К дотику ланок 1 і 2 і спрямована по загальній нормалі n–n, тобто відомо напрямок реакції і її точка прикладання.

Якщо механізм має «n» ланок, то ми можемо скласти $3n$ рівнянь рівноваги. Для того щоб кінематичний ланцюг був статично визначений, необхідно, щоб кількість невідомих не перевищувала кількість рівнянь рівноваги.

Кінематичний ланцюг буде статично визначений, якщо задовольняється умова

$$3n = 2p_5 + p_4,$$

де:



Будь-який механізм із парами IV і V класів може бути замінений на механізм із парами тільки V класу, тоді:

$$\begin{aligned} 3n &= 2P_5, \\ P_5 &= 3/2n. \end{aligned} \tag{13}$$

Таким чином, структурні групи Ассура є статично визначеними системами, і тому доцільно плоскі механізми розраховувати методом кінето-статистики за структурними групами Ассура. При цьому порядок силового розрахунку є зворотним порядком кінематичного аналізу.

6.5 Визначення реакцій у кінематичних парах методом планів сил (без урахування сил тертя)

Покажемо методику силового розрахунку, наприклад, структурної групи II класу 1-го виду. При цьому вважаємо відомими всі зовнішні сили та інерційні навантаження, що діють на ланки розглянутої групи. Зазначене завдання будемо вирішувати, використовуючи графоаналітичний метод за допомогою плану сил.

Планом сил називається замкнутий силовий багатокутник, побудований у певному масштабі за складеним векторним рівнянням рівноваги певної структурної групи або окремої ланки.

Нехай розглянута група (рис. 6.6) навантажена силами F_2 і F_3 і парами з моментами M_2 і M_3 .

Потрібно визначити реакції в кінематичних парах. Виділена структурна група зображена в строго певному масштабі з точним дотриманням положень ланок, точок і напрямків дії сил.

Реакції F_{12} і F_{43} відомі тільки за точками докладання. Для визначення величин цих реакцій розкладаємо кожен з них на дві складові: одну, що діє по осі ланки, та іншу, перпендикулярну до осі ланки.

$$\bar{F}_{12} = \frac{\bar{F}_{12}^n}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_{12}^\tau}{\perp AB},$$

$$\bar{F}_{43} = \frac{\bar{F}_{43}^n}{\parallel BC} + \frac{\bar{F}_{43}^\tau}{\perp BC}.$$

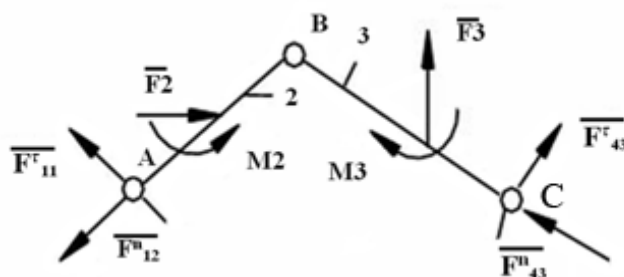


Рисунок 6.6 – Структурна група II класу 1-го виду

Систему будемо умовно вважати такою, що знаходиться в рівновазі.

$$\sum \bar{F}_i = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\bar{F}_{12}^n}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_{12}^\tau}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_2}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_3}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_{43}^\tau}{\parallel BC} + \frac{\bar{F}_{43}^n}{\parallel BC}.$$

Для ланки 2

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0 \Rightarrow \bar{F}_{12}^\tau \text{ визначаємо.}$$

Для ланки 3

$$\sum M_B(\bar{F}_i) = 0 \Rightarrow \bar{F}_{43}^\tau \text{ визначаємо.}$$

Плечі сил урахуються з урахуванням масштабного коефіцієнта довжини ($h_{Fi} = (h_{Fi}) \cdot \mu_l$). За знаком сил F_{12}^τ і F_{43}^τ визначають правильність вибору їхнього напрямку.

Після визначення F_{12}^τ і F_{43}^τ у рівнянні рівноваги залишаються дві невідомі.

Будемо вважати, що напрямок усіх сил правильний. Вибираємо масштабний коефіцієнт плану сил μ_F , де $\mu_F = [H/мм]$, і переводимо сили F_i у відрізки, які виражають цю силу.

$$(F_i) = \frac{F_i}{\mu_F} [мм].$$

Вибираємо полюс плану сил т. f.

Будуємо силовий багатокутник (рис. 6.7) за рівнянням рівноваги (14):

$$F_{12} = (F_{12}) \cdot \mu_F = \dots [H];$$

$$F_{43} = (F_{43}) \cdot \mu_F = \dots [H];$$

$$\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12};$$

$$\bar{F}_{34} = -\bar{F}_{43}.$$

Для визначення реакції в шарнірі В необхідно скласти векторне рівняння рівноваги для ланки 2 або 3.

$$\text{Для ланки 2: } \sum \bar{F}_i = 0, \quad \frac{\bar{F}_{12}}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_2}{\parallel AB} + \frac{\bar{F}_{32}}{\parallel AB} = 0, \quad (15)$$

$$F_{32} = (F_{32}) \cdot \mu_F = \dots [H]; \quad \bar{F}_{23} = -\bar{F}_{32}.$$

Аналогічно виконується силовий розрахунок для інших структурних груп.

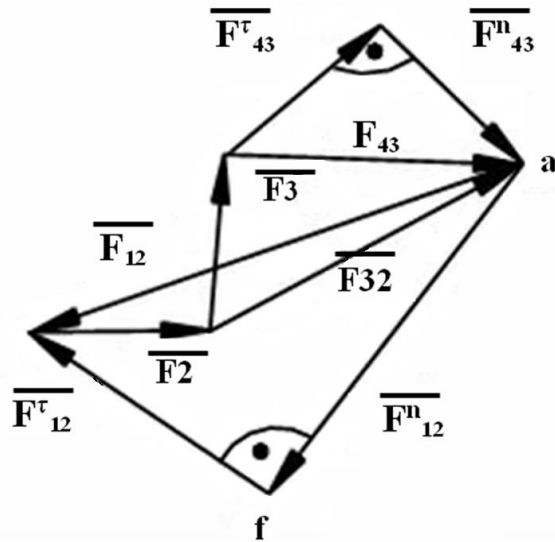


Рисунок 6.7 – План сил структурної групи II класу 1-го виду

6.6 Силевий розрахунок ведучої ланки

У загальному випадку ведуча ланка під дією зовнішніх сил і інерційних навантажень не знаходиться в рівновазі, тому що на неї діють сили з боку або двигуна, або робочої машини. При кількості рухомих ланок $n = 1$ і одній парі V класу $p_5 = 1$ кількість рівнянь рівноваги, які ми можемо скласти, на одиницю менше кількості невідомих, які підлягають визначенню, тому що

$$3n - 2p_5 = 3 - 2 = 1.$$

Щоб мала місце рівновага, необхідно додатково до ведучої ланки докласти або зрівноважувальну силу $F_{зр}$, або зрівноважувальний момент $M_{зр}$. Як правило, це рушійна сила або рушійний момент.

Зрівноважувальним моментом називають момент сил, що діють на початкову ланку, що забезпечує заданий закон руху.

Буде прикладена $F_{зр}$ або $M_{зр}$ – залежить від способу з'єднання вала робочої машини з валом двигуна. Якщо з'єднані муфтою, то діє $M_{зр}$ (рис. 6.8, а), якщо за допомогою пасової та зубчастої передачі, то $F_{зр}$ (рис. 6.8, б).

Зрівноважувальна сила $F_{зр}$ у сполучених профілях зубів (див. рис. 6.8, б) буде направлена по нормалі до профілів сполучених зубів зубчастої передачі.

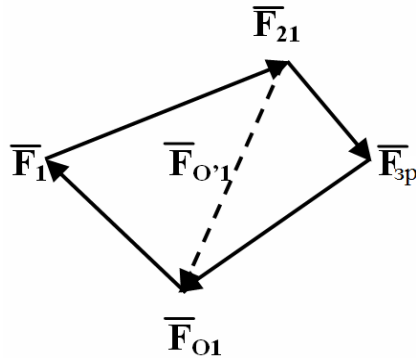


Рисунок 6.10 – План сил первинного механізму

Якби замість $F_{зр}$ був докладений $M_{зр}$, то $\sum M_A(\bar{F}_i) = 0 \rightarrow M_{зр}$.

\bar{F}'_{01} – визначається для випадку, якщо зрівноважувальною буде не сила, а пара сил:

$$\underline{\underline{\bar{F}_1}} + \underline{\underline{\bar{F}_{21}}} + \bar{F}'_{01} = 0.$$

Таким чином, при виконанні силового розрахунку механізму методом кінетостатики можна рекомендувати наступний порядок розрахунку.

1. Для заданого положення механізму викреслюється його кінематична схема.

2. Будуються плани швидкостей і прискорень і визначаються прискорення центрів мас, а також кутові прискорення ланок.

3. Визначаються інерційні навантаження, що діють на ланки механізму.

4. Розраховуються зовнішні активні сили, що діють на ланки механізму.

5. Механізм розчленовують на структурні групи Ассура, які креслять із точним дотриманням положень ланок, масштабів, довжин, напрямків і точок прикладання сил, що діють на ланки виділеної групи.

6. Складаються рівняння рівноваги груп або окремих ланок:

$$\sum \bar{F}_i = 0; \quad \sum M_A(\bar{F}_i) = 0.$$

Проводиться їхній розрахунок методом планів сил, починаючи з найбільш віддаленої від ведучої ланки групи й послідовно наближаючись до ведучої ланки.

7. Виконується кінетостатичний розрахунок ведучої ланки, визначається зрівноважувальна сила $F_{зр}$ або зрівноважувальний момент $M_{зр}$.

8. Знайдені $F_{зр}$ і $M_{зр}$ перевіряються методом Жуковського побудовою важеля.

6.7 Теорема М. Є. Жуковського

В одній зі своїх чудових робіт Микола Єгорович Жуковський показав, що рівновазі механізму з одним ступенем вільності відповідає рівновага деякого важеля, і запропонував спосіб побудови й навантаження важеля.

Метод Жуковського застосуємо й для рухомих механізмів (які не перебувають у рівновазі). Для цього необхідно визначити сили інерції. Теорема доводиться на основі принципу Даламбера й принципу можливих переміщень.

Теорема Жуковського:

Якщо який-небудь механізм з одним ступенем вільності ($W = 1$) під дією прикладених у деяких його точках сил знаходиться в рівновазі, то в рівновазі знаходиться й повернений у будь-яку сторону на 90° план швидкостей цього механізму, що розглядається як жорсткий важіль, який обертається навколо полюса плану й навантажений тими ж силами, що й вихідний механізм, прикладеними у відповідних точках поверненого плану швидкостей.

Повернений на 90° план швидкостей називається *важелем Жуковського* (він виконується без урахування масштабного коефіцієнта швидкості μ_v).

План швидкостей без урахування μ_v називається *планом можливих швидкостей*. Моменти, що діють на окремі ланки, зручно представити у вигляді пари сил на основі теореми про еквівалентності пари (рис. 6.11).

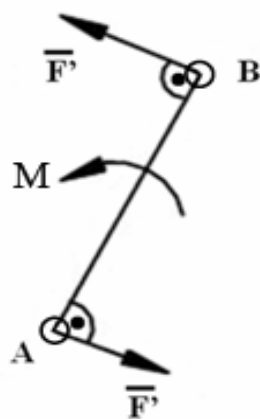


Рисунок 6.11 – Заміна моменту на пару сил

За допомогою важеля Жуковського можна визначити без виконання повного силового розрахунку одну невідому силу, якщо точка прикладення й направлення цієї сили задані або є один невідомий момент, за умови, що задані величини, напрямки й точки докладання всіх інших сил.

7 АНАЛІЗ РУХУ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

7.1 Режими руху та їхній аналіз

Вивчаючи рух механізму або машини в цілому, зазвичай розглядають рух їхнього головного вала, що здійснює обертання з приблизно постійною швидкістю навколо нерухомої осі.

Нехай на механізм діє деяка сила, під дією якої він здійснює рух.

Розглянемо діаграму (тахограму) руху головного вала механізму або робочої машини в залежності від часу (рис. 7.1).

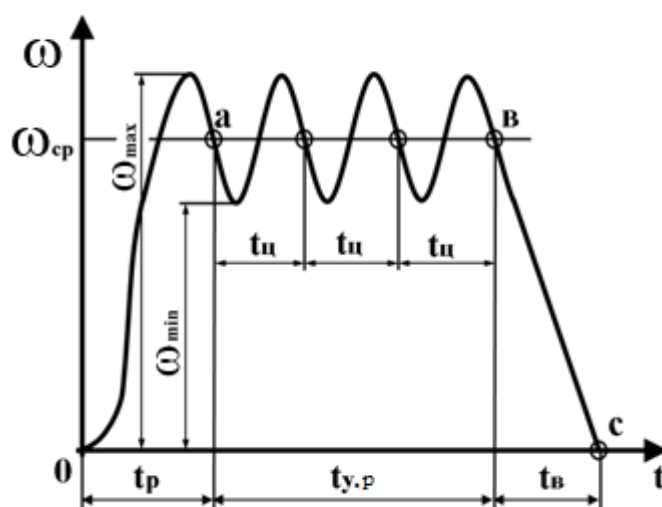


Рисунок 7.1 – Діаграма руху головного вала механізму

Повний час руху механізму складається з трьох частин:

oa – розбіг або розгін (несталий рух);

ав – ділянка усталеного руху. Для цієї ділянки характерно $t_u = t_n$ (періодичний рух); t_u – час циклу; t_n – час за період;

вс – вибіг (останов, несталий рух).

Проаналізуємо режими руху механізму з точки зору теореми про зміну кінетичної енергії.

$$\begin{aligned} T - T_0 &= \sum A_i \\ T - T_0 &= A_p - A_{к.о.} - A_{ш.о.} \end{aligned} \quad (16)$$

Рівняння (16) називається *загальним рівнянням руху механізму або машини*.

Проаналізуємо отримані рівняння для кожного режиму діаграми руху.

$$1\text{-а ділянка } T_o = 0; \quad A_{к.о.} = 0; A_p = A_{ш.о.} + T$$

– для режиму розбігу, розгону;

$$2\text{-а ділянка } T = T_o; \quad A_p = A_{к.о.} + A_{ш.о.} \quad (16')$$

– для усталеного руху;

$$3\text{-я ділянка } T = 0; \quad A_p = 0; \quad A_{к.о.} = 0; \quad A_T > 0.$$

Двигун вимкнений

Гальмування

$$T_o = A_{ш.о.} + A_T.$$

T_o – початкове значення кінетичної енергії; T – кінцеве значення кінетичної енергії.

Для режиму усталеного руху рівняння (16') справедливе для кожного циклу.

Під час усталеного руху зазвичай швидкість початкової ланки механізму коливається біля середнього значення.

Найважливішою характеристикою усталеного руху є коефіцієнт нерівномірності руху (або коефіцієнт нерівномірності ходу механізму або машини):

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}, \quad (17)$$

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (18)$$

Для якісного виконання технологічного процесу коефіцієнт нерівномірності руху δ бажано мати якомога меншим (ідеально = 0, але не завжди можливо). При нерівномірності руху приводу токарного верстата зменшується точність обробки, при нерівномірності обертання веретен ткацьких верстатів можливі обриви ниток, а нерівномірне обертання роторів генераторів викликає коливання сили світла.

Практикою встановлено розумні межі зміни δ для різних типів машин.

$$\text{Для металорізальних верстатів} \quad \delta = \frac{1}{25} \div \frac{1}{50};$$

$$\text{Для двигунів внутрішнього згорання} \quad \delta = \frac{1}{80} \div \frac{1}{150};$$

Для ткацьких верстатів $\delta = \frac{1}{20} \div \frac{1}{50}$;

Для електродвигунів $\delta = \frac{1}{100} \div \frac{1}{200}$.

При проєктуванні машин заздалегідь задаються значенням δ і припускають, у яких межах змінюється кутова швидкість.

При заданих δ і ω_{cp} можна обчислити ω_{min} и ω_{max} :

$$\omega_{min} = \omega_{cp} (1 - \delta/2); \quad (19)$$

$$\omega_{max} = \omega_{cp} (1 + \delta/2). \quad (20)$$

Оскільки коливання швидкості, обумовлені періодичною дією сил механізму, повністю усунути не можна, то потрібно, по можливості, скоротити їхній розмах до прийнятних меж. Ця операція називається регулюванням швидкості руху механізму або машини.

Це регулювання можна здійснити установкою деяких додаткових мас на обертові ланки, які називаються маховими масами.

Величину ω_{cp} можна регулювати за допомогою спеціальних регуляторів.

Загальне рівняння руху механізмів

$$T - T_0 = A_p - A_{к.о} - A_{ш.о}.$$

Розглянемо питання про енергію, яка витрачається машиною на подолання різних видів опору.

Для цього рівняння кінематичної енергії механізму представимо у вигляді

$$T - T_0 = \left(\sum \frac{mV^2}{2} - \sum \frac{mV_0^2}{2} \right) = \pm A_{ин},$$

де V_0, V – швидкість на початку й наприкінці розглянутого переміщення; $A_{ин}$ – робота сил інерції.

Подвійний знак у $A_{ин}$ стоїть у силу того, що кінетична енергія, у залежності від значень величин V_0, V , може бути позитивною і негативною.

Тоді рівняння кінетичної енергії буде мати вигляд

$$A_p - A_{к.о} - A_{ш.о} \pm A_{ин} \pm A_{с.т} = 0,$$

де $A_{с.т}$ – робота сил тяжіння ланок.

$A_{c.t}$ має подвійний знак, тому що при підйомі загального центру мас ланок механізму робота $A_{c.t}$ виходить негативною, а при його опусканні – позитивною.

Отримане рівняння справедливе й для елементарних робіт:

$$dA_p - dA_{k.o} - dA_{ш.o} \pm dA_{ін} \pm dA_{c.t} = 0.$$

Розділивши всі величини рівняння на диференціал часу dt , отримаємо:

$$\frac{dA_p}{dt} - \frac{dA_{k.o.}}{dt} - \frac{dA_{ш.o.}}{dt} \pm \frac{dA_{ін}}{dt} \pm \frac{dA_{c.t.}}{dt} = 0;$$

$$P_p - P_{k.o} - P_{ш.o} \pm P_{ін} \pm P_{c.t} = 0. \quad (21)$$

Останнє рівняння називається *рівнянням енергетичного балансу машин* і показує, які види потужності є в працюючій машині.

P_p – потужність, що розвивається рухомими силами.

$P_{k.o.}$, $P_{ш.o.}$, $P_{c.t.}$ – потужність, що витрачається на подолання сил корисного опору, шкідливого опору й сил тяжіння.

$P_{ін}$ – потужність, що витрачається на зміну кінематичної енергії механізму.

7.2 Механічний коефіцієнт корисної дії машин. Його визначення в різних випадках з'єднання механізмів

Розглянемо більш докладно режим усталеного руху.

Для кожного повного циклу цього руху приріст кінематичної енергії дорівнює нулю.

Отже, $\pm A_{ін} = 0$, $\pm A_{c.t.} = 0$, тоді

$$A_p = A_{k.o} + A_{ш.o};$$

$$P_p = P_{k.o} + P_{ш.o}.$$

Досконалість механізму або машини, з точки зору споживаної енергії, характеризується механічним коефіцієнтом корисної дії η .

Коефіцієнт корисної дії дорівнює відношенню абсолютної величини роботи (або середньої потужності) сил корисного опору до роботи (або середньої потужності) усіх рухомих сил за час одного циклу усталеного руху механізму.

$$\eta = \frac{A_{к.о.}}{A_p};$$

$$\eta = \frac{A_p - A_{ш.о.}}{A_p} \Rightarrow 1 - \frac{A_{ш.о.}}{A_p} = 1 - \xi.$$

Беручи до уваги, що $A_{к.о.} = A_p - A_{ш.о.}$, отримуємо

$$\varepsilon = \frac{A_{ш.о.}}{A_p} - \text{коефіцієнт втрат.} \quad (22)$$

Чим менше в механізмі роботи шкідливих (невиробничих) опорів, тим менше його коефіцієнт втрат і тим більш досконалий механізм в енергетичному сенсі.

Проаналізуємо вираз (22):

$$A_{к.о} = 0 (A_p = A_{ш.о}) \Rightarrow \eta = 0, \xi = 1.$$

У цьому випадку рух механізму є можливим, але без здійснення будь-якої корисної роботи.

Такий рух механізму називається *холостий хід*.

Для випадку, коли $A_{ш.о.} > A_p, \Rightarrow \xi > 1 \Rightarrow \eta < 0$.

Це явище носить назву самогальмування (заклинювання) механізму.

Якщо механізм, що задовольняє вказаній умові, знаходиться в спокої, то дійсного руху механізму статися не може.

Якщо ж механізм знаходиться в русі, то під дією сил $F_{ш.о}$ він поступово буде сповільнювати свій хід, поки не зупиниться (загальмується).

Такий рух використовується в кріпильних деталях, підйомно-транспортних машинах і т. п.

Таким чином, для працюючої машини:

$$0 \leq \eta < 1;$$

$$0 < \xi \leq 1.$$

Якщо $\eta = 1$, то це ідеальний двигун (вічний).

7.2.1 Коефіцієнт корисної дії при послідовному з'єднанні механізмів у машинному агрегаті

Нехай маємо n послідовно пов'язаних між собою механізмів (рис. 7.2). Припустимо, що сила, яка рухається, прикладена до першого механізму, а сила корисного опору – до останнього механізму.

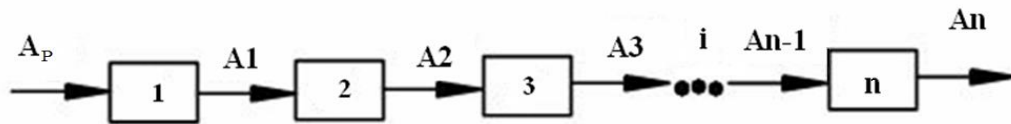


Рисунок 7.2 – Послідовне з'єднання механізмів

Оскільки корисна робота кожного попереднього механізму, що витрачається на виробничі опори, є роботою рушійних сил для кожного наступного, то:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}; \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \dots; \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}};$$

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \dots \cdot \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p} = \eta_\Sigma$$

де η_Σ – загальний коефіцієнт корисної дії системи з'єднаних механізмів:

$$\eta_\Sigma = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n = \prod \eta_i.$$

Загальний механічний коефіцієнт корисної дії послідовно з'єднаних механізмів дорівнює добутку механічних коефіцієнтів корисної дії окремих механізмів, що становлять одну загальну систему.

Якщо є η_{\min} і η_{\max} , то тоді загальний (сумарний) коефіцієнт корисної дії буде

$$\eta_\Sigma < \eta_{\min} \cdot$$

7.2.2 Коефіцієнт корисної дії при паралельному з'єднанні механізмів у машинному агрегаті

Уважаємо, що рушійна сила прикладена до загального приводу всіх механізмів, а сили корисного опору – до кожного окремого механізму (рис. 7.3).

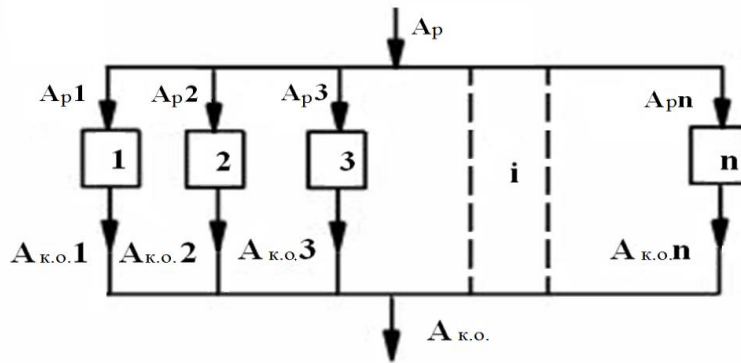


Рисунок 7.3 – Паралельне з'єднання механізмів

$A_{к.о.}$ – повна робота сил корисного опору.

$$A_{pi} = \alpha_i \cdot A_p,$$

де α – коефіцієнт, що показує, яка частка всієї споживаної енергії витрачається на приведення в рух i -го механізму:

$$\sum \alpha_i = 1.$$

Загальна робота рушійної сили:

$$\sum A_{pi} = \sum \alpha_i \cdot A_p = A_p \cdot \sum \alpha_i = A_p;$$

$$\eta_i = \frac{A_{к.о.i}}{A_{pi}};$$

$$A_{к.о.i} = A_{pi} \cdot \eta_i = \frac{A_p \alpha_i \eta_i}{\eta_i}.$$

Загальна робота, що йде на подолання корисних опорів усіх механізмів, буде

$$A_{к.о.} = \sum_i^n A_{к.о.i} = A_p \sum \alpha_i \cdot \eta_i.$$

Загальний ККД всієї системи механізмів дорівнює:

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{к.о.}}{A_p} = \frac{A_p \sum \alpha_i \eta_i}{A_p};$$

$$\eta_{\Sigma} = \sum \alpha_i \eta_i. \quad (23)$$

Якщо є η_{min} і η_{max} , то тоді загальний (сумарний) коефіцієнт корисної дії буде

$$\eta_{min} < \eta_{\Sigma} < \eta_{max}.$$

Залежність між рушійним моментом і моментом опору

У механізмі передбачається, що всі ланки рухаються рівномірно або мають настільки малі маси, що зміною кінематичної енергії ланок можна знехтувати (рис. 7.4).



Рисунок 7.4 – Схема навантаження механізму

У такому механізмі роботи $A_{к.о.}$ і A_p можна підрахувати за однаковий час, а відношення цих робіт може бути замінено відношенням потужностей:

$$P_p = M_p \cdot \omega_1$$

$$P_{к.о.} = M_{к.о.} \cdot \omega_n$$

$$\eta = \frac{P_{к.о.}}{P_p} = \frac{M_{к.о.} \cdot \omega_n}{M_p \cdot \omega_1} = \frac{M_{к.о.}}{M_p \cdot U_{1-n}}$$

$$U_{1-n} = \frac{\omega_1}{\omega_n};$$

$$M_{к.о.} = M_p \cdot \eta \cdot U_{1-n};$$

$$M_p = \frac{M_{к.о.}}{\eta \cdot U_{1-n}}.$$

8 ЗВЕДЕННЯ СИЛ І МАС У МЕХАНІЗМАХ

8.1 Кінематична енергія механізму та його динамічна модель

$$T_{\text{мех}} = \sum_{i=1}^n T_i ;$$

де $T_{\text{мех}}$ – кінематична енергія механізму;

T_i – кінематична енергія ланки i .

Ланка i здійснює поступальний рух:

$$T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2} ,$$

де m_i – маса ланки i ;

V_{Si} – швидкість центру мас S_i ланки i .

Ланка i здійснює обертальний рух навколо осі A :

$$T_i = \frac{I_{iA} \cdot \omega_i^2}{2} .$$

де ω_i – кутова швидкість ланки i ;

I_{iA} – момент інерції ланки i щодо осі, що проходить через т. A .

Ланка i здійснює плоско-паралельний рух:

$$T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} .$$

де ω_i – кутова швидкість ланки i ;

m_i – маса ланки i ;

V_{Si} – швидкість центру мас S_i ланки i ;

I_{Si} – момент інерції ланки i щодо осі, що проходить через центр мас S_i .

Таким чином, кінематична енергія механізму

$$T_{\text{мех.}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right) .$$

Якщо розглянутий механізм має одну ступінь вільності ($W = 1$), то для вивчення його руху досить знати закон руху однієї з його ланок (закон зміни узагальненої координати) (рис. 8.1).

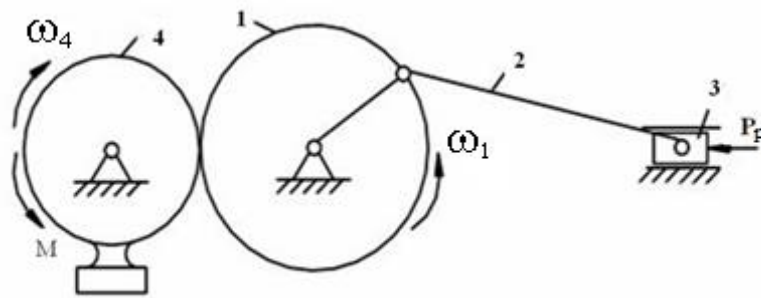


Рисунок 8.1 – Структурна схема механізму

Зручно за початкову ланку вибрати кривошип і наділити його певними властивостями (хоча вхідною ланкою є ланка 3).

При вирішенні завдань динаміки механізм із $W = 1$ можна замінити однією еквівалентною йому, з точки зору динаміки, матеріальною точкою (точкою зведення) або одною обертовою навколо нерухомої осі ланкою (ланкою зведення).

Отримана в результаті такої заміни модель еквівалентна, із точки зору динаміки, усьому механізму і називається його *динамічною моделлю* (рис. 8.2).

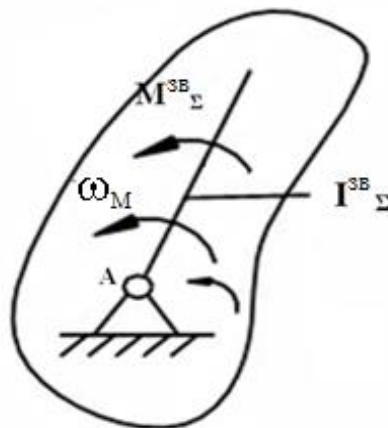


Рисунок 8.2 – Динамічна модель механізму

Якщо визначити закон руху динамічної моделі, то автоматично стане відомим закон руху початкової ланки заданого механізму, який потрібно знайти, тобто буде справедливим для будь-якого моменту часу рівняння

$$\omega_1 = \omega_M, \quad (24)$$

де ω_1 – кутова швидкість початкової ланки;
 ω_M – кутова швидкість моделі.

Така заміна дозволяє отримати рівняння руху механізму в більш простому й компактному вигляді й полегшує їхнє складання.

Для здійснення такої заміни введемо поняття зведеної сили $F^{зв}$, зведеного моменту $M^{зв}$, зведеної маси $m^{зв}$ і зведеного моменту інерції $I^{зв}$.

8.2 Зведення мас

В основу зведення мас у механізмах покладена умова рівності кінематичної енергії вихідного механізму (що наводиться) і його динамічної моделі (наведеного).

Зведення мас розглянемо на прикладі механізму з одним ступенем вільності ($W = 1$).

Замінімо заданий механізм його динамічною моделлю.

Позначимо момент інерції моделі $I^{зв}$.

$I^{зв}$ є еквівалентом інертності всього механізму і називається його зведеними моментом інерції.

Величина $I^{зв}$ визначається з умови рівності кінематичних енергій $T_{мод}$ моделі й усього механізму:

$$\begin{aligned} T_{мод} &= T_{мех}, \\ I^{зв} &= \sum T_i, \end{aligned} \quad (25)$$

де $T^{зв}$ – кінематична енергія механізму, що підлягає зведенню.

У якості ланки зведення вибираємо кривошип АВ, а одну з точок цієї ланки, наприклад т. В, приймемо за точку зведення (рис. 8.3).

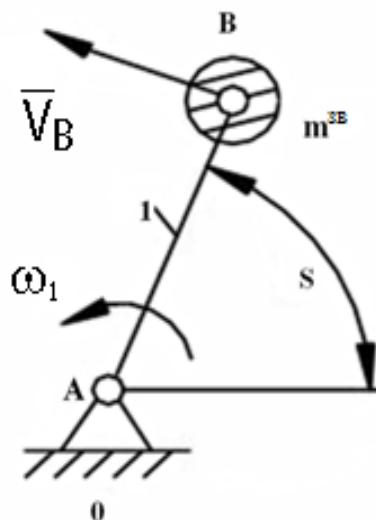


Рисунок 8.3 – Зведення до точки

Здійснюємо зведення до деякої т. В:

$$\frac{m^{36}V_B^2}{2} = \sum_1^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right);$$

$$m^{36} = \sum_1^n \left[m_i \left(\frac{V_{Si}}{V_B} \right)^2 + I_{Si} \left(\frac{\omega_i}{2} \right)^2 \right], \quad (26)$$

де V_{Si} – швидкість центру мас S_i ланки i ;

I_{Si} – момент інерції ланки i щодо осі, що проходить через центр мас S_i .

У правій частині нерівності кінематична енергія ланки i приведена в загальному вигляді.

Зведена маса m^{36} визначається в тому випадку, якщо ланка зведення рухається поступально. Якщо ланка зведення робить обертовий рух, то усі маси й моменти інерції ланок замінюють зведеним моментом інерції, який приписують ланці зведення.

Здійснюємо зведення до ланки (рис. 8.4):

$$I^{36} = \sum_1^n \left[m_i \left(\frac{V_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + I_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right],$$

$$\frac{I^{36} \omega_1^2}{2} = \sum_1^n \left(\frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} \right). \quad (27)$$

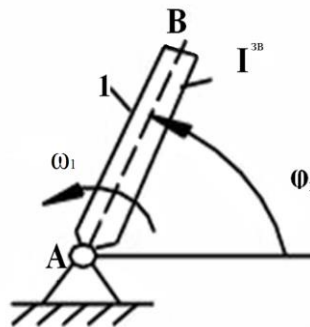


Рисунок 8.4 – Зведення до ланки

Зведеним до даної ланки механізму моментом інерції механізму називається такий умовний момент інерції, маючи який, ланка зведення має кінематичну енергію, рівну кінематичній енергії всього механізму (або сумі кінематичних енергій усіх ланок механізму).

Відношення швидкостей не залежить від дійсних швидкостей механізму, але залежить від положення механізму і, отже, положення ланки зведення. Таким чином, зведена маса і зведений момент інерції є функціями тільки положення ланки зведення:

$$M^{36} = f(S);$$

$$I^{36} = f(\phi I).$$

Якщо записати, що $\omega_1 = \frac{V_B}{l_{AB}}$ і підставити у вираз (27), то отримаємо

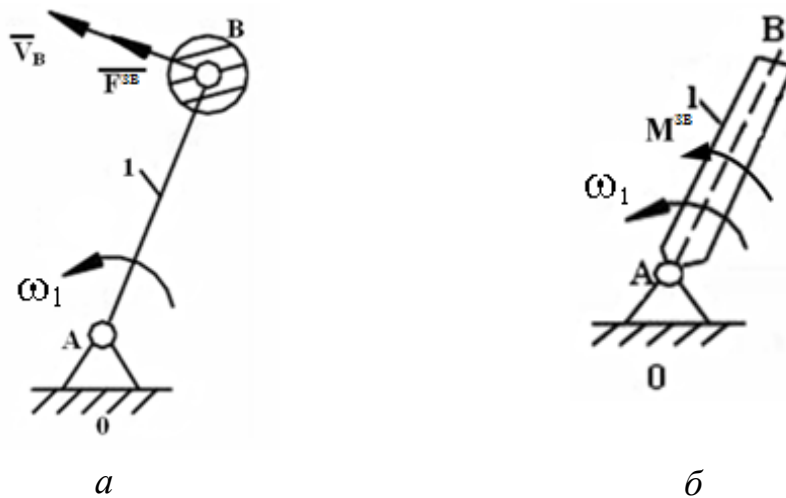
$$I^{3B} = m^{3B} \cdot l_{AB}^2.$$

8.3 Зведення сил

В основу зведення сил у механізмах покладено умову рівності елементарних робіт або миттєвих потужностей сил, прикладених до динамічної моделі й до вихідного механізму (рис. 8.5):

$$\begin{aligned} P_{\text{мод}} &= P_{\text{мех}}; \\ P^{3B} &= \sum_{i=1}^n P_i, \end{aligned} \quad (28)$$

де P_i – потужність, що розвивається силами й моментами, які прикладені до ланки i та підлягають зведенню.



a – зведення до точки; *б* – зведення до ланки

Рисунок 8.5 – Зведення сил

Запишемо в загальному вигляді вираз для визначення потужності:

$$P_i = F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i + M_i \cdot \omega_{ii},$$

де M_i – момент пари сил, який додається до ланки i ;

V_i – швидкість точки прикладання сили F_i ;

F_i – сила, яка додається до ланки i ;

α_i – кут між напрямком векторів сили F_i та швидкістю V_i .

При зведенні до точки (див. рис. 8.5, а):

$$\begin{aligned} F^{3B} V_B &= \sum_1^n (F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i + M_i \cdot \omega_i), \\ F^{3B} &= \sum_1^n \left(F_i \frac{V_i}{V_B} \cos \alpha_i + M_i \frac{\omega_i}{V_B} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

При зведенні до ланки (див. рис. 8.5, б):

$$\begin{aligned} M^{3B} \cdot \omega_1 &= \sum_1^n \left(F_i \frac{V_i}{\omega_1} \cos \alpha_i \pm M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right); \\ M^{3B} &= \sum_1^n (F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i \pm M_i \cdot \omega_i). \end{aligned} \quad (30)$$

Якщо замість ω_1 підставити у вираз (30) $\omega_1 = \frac{V_B}{l_{AB}}$, то отримаємо

$$M^{3B} = F^{3B} \cdot l_{AB}.$$

Найчастіше зведення здійснюють за групами сил:

$$\begin{aligned} F^{3B} &= F_p^{3B} - F_o^{3B}; \\ M^{3B} &= M_p^{3B} - M_o^{3B}. \end{aligned}$$

9 ЗРІВНОВАЖЕННЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

При русі ланок механізму в кінематичних парах виникають додаткові динамічні навантаження від сил інерції ланок. Вони обумовлені наявністю прискорень (змінних за величиною й напрямком). Усякий механізм має нерухому ланку-стойку, через яку ці навантаження передаються на фундамент механізму.

Динамічні навантаження, що виникають при русі механізму, є джерелами додаткових сил тертя в кінематичних парах, вібрацій у ланках і фундаменті, додаткових напружень в окремих ланках механізму, причиною шуму тощо.

Тому при проєктуванні механізму часто ставиться завдання про раціональний підбір мас ланок механізму, що забезпечує повне або часткове погашення зазначених динамічних навантажень.

Це завдання має назву завдання про зрівноваження мас механізму або (тому що ми переважно користуємося прийомами кінетостатики) завдання зрівноваження сил інерції ланок механізму.

Під зрівноваженням машин розуміється завдання динамічного синтезу, пов'язане з розподілом мас ланок за умовами зменшення тиску на стояк механізму.

Будь-яка система сил, прикладених до твердого тіла, приводиться до однієї сили, прикладеної в довільно вибраній точці, і до однієї пари, причому вектор цієї результуючої сили дорівнює головному вектору цієї системи сил, а момент пари – головному моменту.

Зрівноваженим називається механізм, для якого головний вектор і головний момент сил тиску стойки на фундамент залишаються постійними за величиною і напрямком при заданому русі вхідних ланок.

Мета зрівноваження механізму – усунення змінних впливів на фундамент, що викликають коливання як самого фундаменту, так і будівлі, у якій працює цей механізм або машина.

Щоб виявити вплив мас ланок, що рухаються з прискоренням, зручно застосувати принцип Даламбера, який дозволяє вважати всі ланки механізму нерухомими, але вимагає, щоб до всіх ланок було докладено сили інерції.

На основі принципу Даламбера можна записати:

$$\bar{F} + \bar{F}_{in} + \bar{F}_\phi = 0; \quad (31)$$

$$\bar{M} + \bar{M}_{in} + \bar{M}_\phi = 0, \quad (32)$$

де F , M – головний вектор і головний момент усіх зовнішніх сил, що діють на механізм;

F_{in} , M_{in} – головний вектор і головний момент сил інерції ланок механізму;
 F_{ϕ} , M_{ϕ} – головний вектор і головний момент сил тиску фундаменту на стойку механізму.

Внутрішні сили (і моменти), прикладені до ланок механізму, завжди існують попарно, і тому їх сумарна дія на фундамент дорівнює нулю.

Оскільки головний вектор і головний момент сил тиску фундаменту на стойку механізму незначні, то ними можна знехтувати.

Тоді умова зрівноваження механізму буде виглядати наступним чином:

$$\bar{F} + \bar{F}_{in} = const ; \quad (33)$$

$$\bar{M} + \bar{M}_{in} = const . \quad (34)$$

Задовольнити цим умовам вдається вкрай рідко, і тому для забезпечення наближеної постійності приймають такі умови:

$$\bar{F}_{in} = const , \quad (35)$$

$$\bar{M}_{in} = const . \quad (36)$$

Умовам (35) і (36) можна задовольнити спеціальним підбором мас ланок і установкою противаги.

Розподілом мас ланок, що усуває тиск стойки на фундамент від сил інерції ланок, називається *зрівноваження мас механізму*.

10 БАЛАНСУВАННЯ

Деталь має деяку незрівноваженість унаслідок неоднорідності матеріалу, з якого вона виготовлена, неточності обробки тощо.

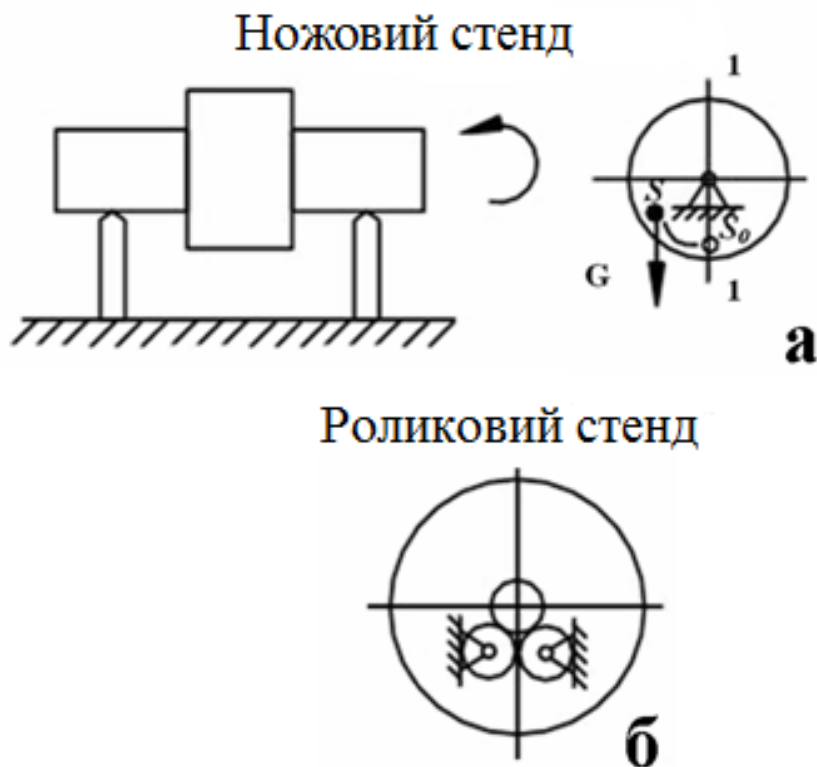
Існує статична й динамічна незрівноваженість.

Статична незрівноваженість зводиться до того, що центр мас зміщений відносно осі обертання.

Статичне балансування

Статичне балансування здійснюється на міжосьових або роликівих стендах до досягнення тілом байдужої рівноваги.

Точність статичної незрівноваженості залежить виключно від тертя в опорах. Тому статична незрівноваженість завжди перевіряється на опорах кочення. Тіло встановлюють (рис. 10.1) на ножах, щоб зменшити тертя; на роликах – для зменшення моменту опору (усувають висвердлюванням або встановлюють противагу).



а – закон нормального розподілу; б – роликовий стенд

Рисунок 10.1 – Балансувальні стенди

Динамічне балансування

Динамічне балансування здійснюють на спеціальних стінках або балансувальних машинах, які за амплітудою і фазою коливань, що передаються на опори балансованих деталей, що швидко обертаються, дозволяють визначити величину й площину дії незрівноваженої пари сил (місце установки противаги).

Необхідні вимірювання на верстатах здійснюють механічним, оптичним та електричним методами.

Більшість балансувальних машин діють за принципом, який заснований на установці деталі на пружну підставу (люлька на пружинах, підшипники на пружній основі тощо) і повідомленні цій деталі швидкості, близької до резонансної. Тоді незрівноважені сили створюють значні амплітуди коливань.

Найбільшого поширення набули балансувальні верстати системи Б. В. Шитикова (є з рамою, яка хитається, і рухливими опорами). Вимірювання проводять із точністю 0,01 мм.

11 ВІБРОАКТИВНІСТЬ І ВІБРОЗАХИСТ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

Властивість механізмів порушувати динамічні дії коливального характеру називається *віброактивністю* механізмів.

Розрізняють зовнішню й внутрішню віброактивність. Сили інерції не завжди є шкідливими. Є багато машин, у яких для виконання того чи іншого технологічного процесу навмисно порушуються коливання (вібротранспортери, вібросита, відбійні молотки й т. п.).

У більшості випадків надмірна вібрація на механізм є шкідливою.

Шкідлива вібрація порушує плановані конструктором закони руху машин, механізмів і систем управління, породжує коливання ланок і опор, нестійкість робочих процесів, може викликати відмови й поломку механізму або повний вихід з ладу всієї системи. Через вібрації збільшуються динамічні навантаження в елементах конструкцій (кінематичних парах механізмів, стиках і т. ін.), у результаті – знижується несуча здатність деталей, розвиваються тріщини, виникають втомні руйнування.

Дія вібрації може змінити внутрішню й поверхневу структуру матеріалів, умови тертя й зношування на контактних поверхнях деталей машин і призвести до нагрівання конструкцій.

Усе зазначене – результат появи внутрішньої віброактивності.

Крім того, динамічні навантаження, що виникають у механізмах, впливаючи на стояк, збуджують коливання корпусу машини, а через нього – коливання фундаменту й навіть перекриття споруди (будівлі, у якій розташована й працює машина).

Це явище призводить до порушення технологічного процесу й шкідливе для людини.

Вібрації супроводжуються шумом. Це сильно позначається на самопочутті людей.

Виникаючі шуми й коливання споруди знижують функціональні можливості й працездатність операторів, призводять до порушення роботи органів внутрішньої секреції людини, зміни реакції вестибулярного апарату і можуть призвести до нервових захворювань (віброхвороба).

З'явилися норми, що обмежують вібрацію (умовою появи вібрацій є дисбаланс механізму).

Найважливішим завданням при проектуванні механізмів є зменшення або виключення віброактивності.

У теперішній час особливого значення набувають методи й засоби оцінки віброактивності.

Сукупність таких методів і засобів називається *віброзахистом*.

Розроблені й діють спеціальні норми щодо обмеження вібрацій машин.

Таких норм існує IV категорії:

I Норми, які регламентують віброактивність і якість виготовлення машин

II Експлуатаційні норми

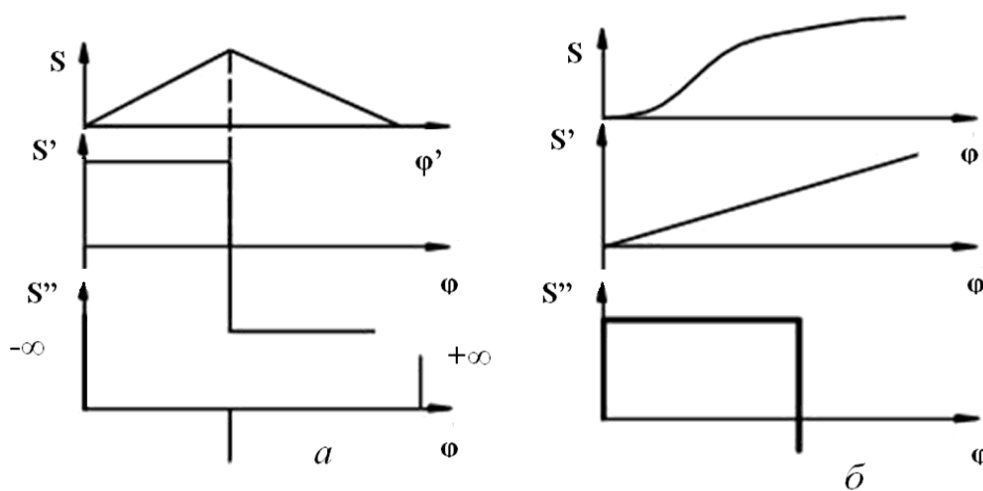
III Санітарно-гігієнічні норми

IV Норми рівня шуму

Причини віброактивності механізмів і машин

1. Наявність розривів у передавальних функціях працюючих механізмів (пов'язані законами руху).

Причина віброактивності (рис. 11.1, *а*) – миттєва зміна швидкості за якийсь проміжок і наявність удару (рис. 11.1, *б*).



а – закон нормального розподілу; *б* – параболічний закон

Рисунок 11.1 – Закони руху

2. Наступна причина криється в обертальній кінематичній парі (рис. 11.2).

Це зазори в кінематичних парах і перекидання шипа.

3. Змінні (зовнішні) сили (пов'язані з виконанням певного технологічного процесу).

4. Інерційні навантаження (пов'язані із заданою нерівномірністю або незрівноваженістю механізму).

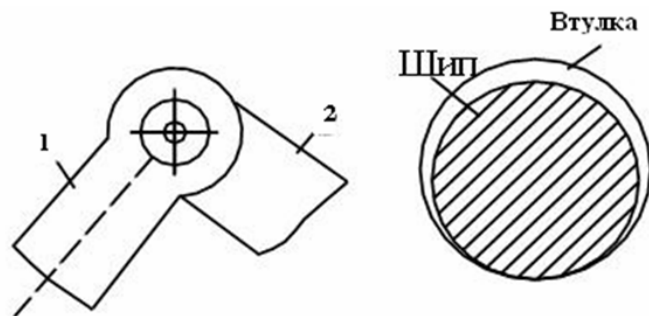


Рисунок 11.2 – Обертальна кінематична пара

11.1 Віброзахист машин, віброзахисні системи

Характеристики коливальних систем (амплітуда, частота, сила) можуть бути зменшені або обмежені до допустимих меж шляхом оптимального вибору параметрів відповідної динамічної моделі працюючого механізму.

Приклад. У кулачкових механізмах шляхом спеціального профілювання виключають удари (тобто віброактивність). Крім того, знизити рівень коливань вдається застосуванням спеціальних демпферів, тобто пристроїв для збільшення сили опору, що залежить від швидкості переміщення робочого органу (циліндрів).

Катаракти – гідравлічні демпфери.

Якщо, застосовуючи попередні пункти, зменшити або усунути коливання не вдається, застосовують спеціальні додаткові пристрої для захисту від вібрації (віброзахисні пристрої).

Існують два способи захисту – *віброізоляція* і *віброгасіння*.

1-й заснований на розділенні вихідної системи на дві частини і поєднанні цих частин за допомогою віброізоляторів або амортизаторів.

Одна із цих частин називається амортизуючий об'єкт (машина), а друга – основа (фундамент).

Віброізолятор, або амортизатор, – елемент віброзахисної системи, найбільш істотна частина якого – пружний елемент. У результаті внутрішнього тертя в пружному елементі відбувається демпфірування коливань.

2-й спосіб заснований на приєднанні до машини додаткових коливальних систем, званих динамічними вібропоглинаючими опорами, які створюють динамічні дії, що зменшують інтенсивність вібрації машини.

Розглянемо динамічну модель за першим способом (рис. 11.3).

Машина m знаходиться під дією сили.

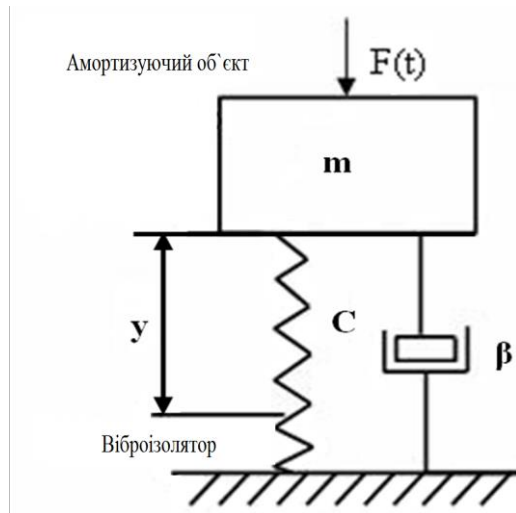


Рисунок 11.3 – Віброізоляція механізму

C – наведений коефіцієнт жорсткості амортизатора.

β – наведений коефіцієнт демпфірування амортизатора.

y – функція переміщення, яка відлічується від положення статичної рівноваги.

Рівняння динамічної рівноваги має такий вигляд:

$$my'' = F(t) + Q(y, y'), \quad (37)$$

де $Q(y, y')$ – узагальнена або наведена реакція амортизатора, що залежить від положення й швидкості.

Призначення амортизатора в цьому випадку – у зменшенні складової Q , переданої на основу при заданій рівновазі сили F .

Це випадок віброзахисту основи (фундаменту).

Розглянемо випадок захисту об'єкта, що амортизується (рис. 11.4).

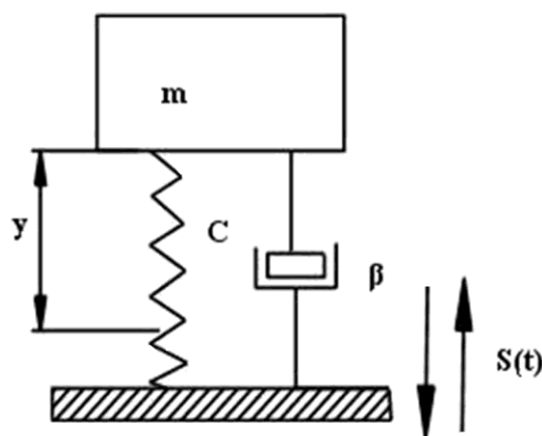


Рисунок 11.4 – Захист об'єкта, що амортизується

Джерелом коливань є коливання самої основи.

Рівняння динамічної рівноваги набуде такого вигляду:

$$m(y'' + s'') = Q(y, y'). \quad (38)$$

У цьому випадку завдання амортизатора полягає в зменшенні динамічної складової Q , переданої на об'єкт, що амортизується.

Розглянемо віброгасіння, при якому використовується динамічний віброгасник (рис. 11.5).

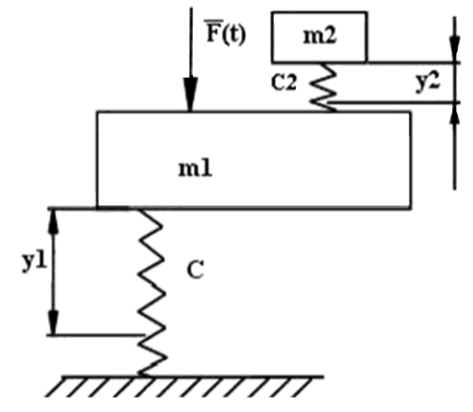


Рисунок 11.5 – Динамічний віброгасник

Він встановлений на пружній основі, знаходиться під дією змінної сили F . Додають осцилятор (додаткову коливальну систему).

Маємо двомасову динамічну систему.

Нехай сила F є гармонійною силою, тоді

$$F = F_o \cdot \sin(pt),$$

де p – частота;

t – час.

Рівняння динамічної рівноваги набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} m_1 y_1'' &= F_o \sin pt - c_1 y_1 + c_2 (y_2 - y_1), \\ m_2 y_2'' &= -c_2 (y_2 - y_1). \end{aligned}$$

Розв'язання цих рівнянь будемо шукати у вигляді

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 \sin(pt); \\ y_2 &= A_2 \sin(pt), \end{aligned}$$

– закони руху.

Велике занепокоєння викликає закон руху механізму. Найнебезпечніший випадок – коли може настати резонанс, тобто коли амплітуда може отримати нескінченно велике значення.

Бажаний варіант $A_1 = 0$.

Отримання випадку, щоб $A_1 = 0$, можливе при використанні явища антирезонанса, тобто для гасіння коливання необхідно спеціально підібрати такі параметри осцилятора, щоб цей осцилятор коливався в протифазі:

$$P^* = \sqrt{\frac{C_2}{m_2}} = P.$$

Тоді буде мати місце антирезонанс.

Аналогічно вирішується завдання, коли необхідно зменшити крутильні моменти коливань.

Для гасіння крутильних коливань у зображеній схемі (рис. 11.6) на вал, що характеризується жорсткістю C , додатково встановлюють обертову масу, яка характеризується C_0 і I_0^{36} , які й дозволяють зменшити коливання, щоб

$$\sqrt{\frac{C_0}{I_0^{36}}} = P = \omega.$$

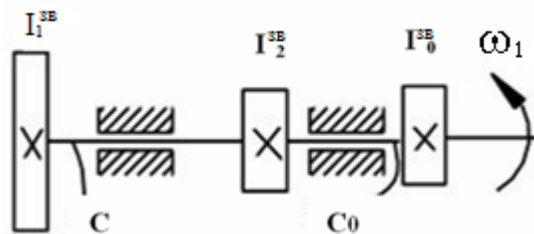


Рисунок 11.6 – Схема навантаження вала

Віброгасники працюють ефективно для однієї якоїсь частоти (недолік). Є автоматичні віброгасники.

12 ПРИЗНАЧЕННЯ ТА ОСНОВНІ ТИПИ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Найпростіший зубчастий механізм (рис. 12.1) являє собою триланковий механізм із зовнішньою кінематичною парою (два зубчасті колеса й стаяк).

Зубчасті механізми призначені для передачі обертання (або крутного моменту) від одного вала до іншого й для зміни швидкості їхнього обертання.

Зубчасті механізми з одним ступенем вільності називаються зубчастими передачами.

Зубчастий механізм, що складається з двох зубчастих коліс і стайки, називається одноступінчастим механізмом (передачею).

Стикатися повинні початковими колами. Мають місце плоскі й просторові зубчасті механізми, у залежності від розташування осей.

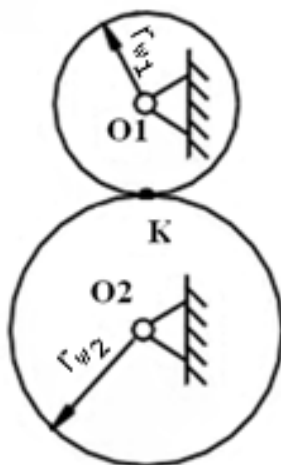


Рисунок 12.1 – Найпростіший зубчастий механізм

У плоских механізмів передача обертання здійснюється між паралельними осями, у просторових – пересічними й перехресними осями (конічні й гіперболоїдні зубчасті передачі).

Плоскі механізми підрозділяються на механізми зовнішнього й внутрішнього зачеплення.

Передавальне відношення може бути негативним ($U_{ij} < 0$) і позитивним ($U_{ij} > 0$). Для механізмів із круглими колесами $U_{1,2} = \text{const}$, із не круглими колесами $U_{1,2} \neq \text{const}$.

Якщо ведуче колесо має велику кутову швидкість, ніж ведене колесо, і, значить, зубчастий механізм призначений для зменшення швидкості обертання, то такий механізм називається *редуктором*.

Якщо навпаки – називається *мультиплікатором*.

Для редукторів $U_{1-2} - k > 1$ – знижуюча передача.

Для мультиплікаторів $U_{1-2} - k < 1$ – підвищуюча передача.

Умовні зображення: 1, 2 – зубчасті колеса (рис. 12.2).

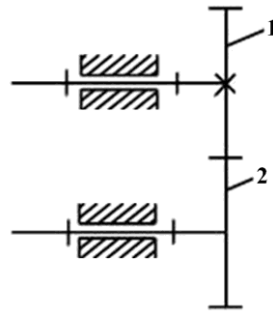


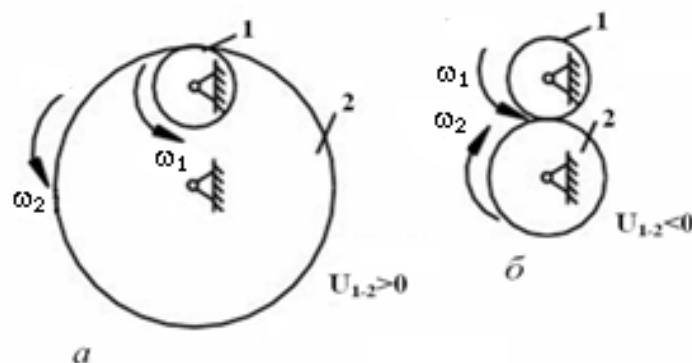
Рисунок 12.2 – Зовнішнє зубчасте зачеплення

Основи теорії зубчастого зачеплення

Основним кінематичним параметром зубчастих коліс є передатне відношення:

$$U_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1}.$$

Передатне відношення може бути негативним, тобто менше нуля ($U_{1-2} < 0$), якщо колеса обертаються в різні боки. У цьому випадку зачеплення коліс називається зовнішнім зачепленням (рис. 12.3, б).



а – зовнішнє зубчасте зачеплення; б – внутрішнє зубчасте зачеплення

Рисунок 12.3 – Види зачеплення

Якщо обидва колеса обертаються в одну сторону, то передатне відношення є позитивним, тобто ($U_{1-2} > 0$). Такий випадок має місце при внутрішньому зачепленні коліс (рис. 12.3, а).

За розташуванням лінії зуба на розгортці утворюючого циліндра розрізняють прямозубі, косозубі, шевронні й із криволінійними зубами колеса (рис. 12.4).

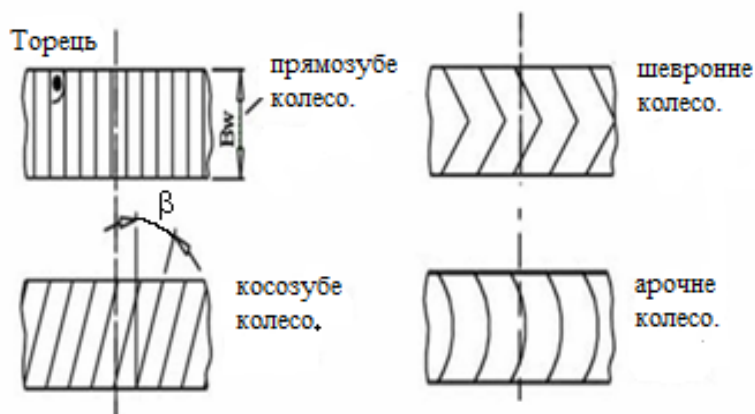


Рисунок 12.4 – Види зубчастих коліс

Розрізняють за формою профілю існуючі зубчасті передачі: евольвентні, циклоїдальні, трапецеїдальні, кругові та ін. (рис. 12.5).



Рисунок 12.5 – Профілі зуба зубчастих передач

Одне з зубчастих коліс можна виконати у вигляді зубчастої рейки (рис. 12.6). Зубчаста рейка – фрагмент зубчастого колеса нескінченно великого радіуса; 1 – зубчасте колесо; 2 – зубчаста рейка: $U_{1-2} = \infty$; $U_{2-1} = 0$.

Для коліс із круглим профілем $U_{1-2} = \text{const}$.

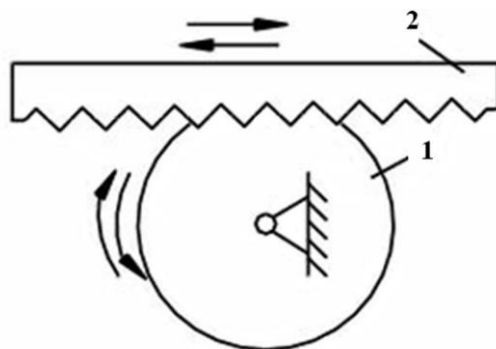


Рисунок 12.6 – Зубчаста рейка

13 ОСНОВИ СТАНДАРТИЗАЦІЇ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС І РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТУ

Взаємозамінність – здатність деталей з'єднуватися одне з одним без спеціальної пригонки.

Стандартизація – сувора регламентація форм, розмірів, якості й точності виготовлення різних деталей і виробів.

У якості основних параметрів, що регламентують основні розміри зубчастих коліс, найбільш раціонально брати параметри зубчастої рейки.

Рейковий контур, покладений в основу стандарту, тобто прийнятий у якості базового для визначення теоретичних форм і розмірів зубів певного сімейства зубчастих коліс, що визначаються модулем, називається вихідним рейковим контуром (рис. 13.1).

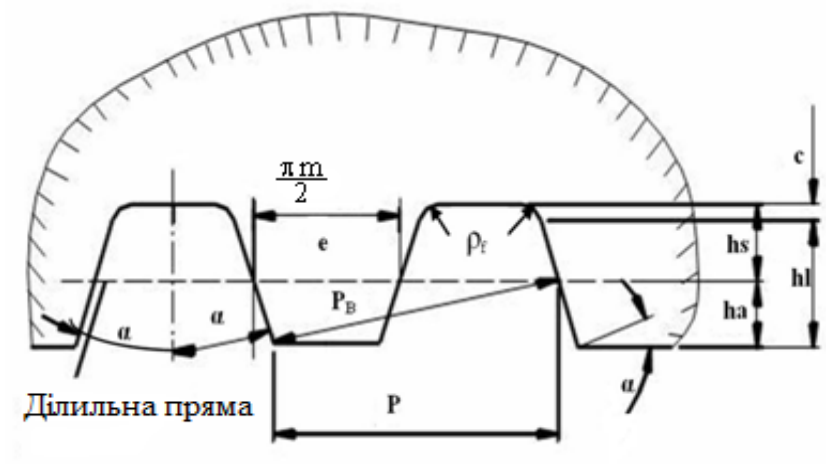


Рисунок 13.1 – Вихідний контур

Рейка зберігає постійний кут зачеплення в парі із зубчастим колесом будь-якого радіусу й при будь-якому положенні щодо цього колеса: $P = \pi \cdot m$ – крок контуру, мм, де m – модуль.

Пряма, для якої товщина зуба S дорівнює ширині западини e : $S = e = P/2 = (\pi \cdot m)/2$ – називається ділильною, або середньою прямою рейки.

$P_n = P_b = P \cdot \cos \alpha = \pi \cdot m \cos \alpha$ – крок по нормалі, де α – кут профіля зуба вихідного контуру.

Висота зуба: $h_l = h_l^* \cdot m$, де $h_l^* = 2,0$ – коефіцієнт граничної висоти зуба; $h_l = 2h_a$; $h_a = h_a^* \cdot m$; $h_a^* = 1,0$ – коефіцієнт висоти головки зуба; h_a – висота головки зуба.

Величина радіального зазору: $c = c^* \cdot m$, де $c^* = 0,25$ – коефіцієнт радіального зазору.

Висота ніжки зуба вихідного контуру: $h_s = (h_a^* + c^*) \cdot m$.

Радіус перехідної кривої: $\rho_f = \rho_f^* \cdot m$, де $\rho_f^* = 0,384$ – коефіцієнт радіуса перехідної кривої, $\rho_f = 0,384$.

14 СПОСОБИ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Зубчасті колеса з евольвентним профілем зубів зазвичай нарізають на спеціальних зубонарізних верстатах двома методами:

- 1) метод копіювання;
- 2) метод обкатки (огинання).

Суть методу копіювання полягає в тому, що профіль інструмента відповідає якому-небудь елементу виробленого зубчастого колеса (наприклад, западині).

Фрезерування здійснюється пальцевою або дисковою фрезою. Для масового виробництва не застосовується. Необхідний великий набір інструментів (наприклад, для одного модуля, але різної кількості зубів, застосовують різний інструмент).

Суть методу обкатки полягає в тому, що в основу його покладено як би рейкове зачеплення, у якому евольвентний профіль зуба колеса є *огинаючою* сімейства прямолінійних профілів зуба евольвентної рейки.

За першим способом виготовляють зубчасті колеса, в основному, тільки з рівнорозділеним кроком. При цьому більшість їх виконується з явною похибкою.

Другий спосіб таких істотних недоліків не має. Цим способом можна виготовити найрізноманітніші зубчасті колеса, і до того ж, теоретично точно.

Його переваги:

1. Для виробництва зубчастих коліс одного й того ж модуля з будь-якою кількістю зубів використовується один і той же інструмент за допомогою спеціальної установки.

2. Більш продуктивний.

Крім рухів, які відтворюють процес зачеплення, інструменту повідомляється ще технологічний рух різання. При цьому ріжучі кромки інструмента описують зубчасту поверхню, яка називається виробничою.

Якщо виробничу поверхню розсікти площиною, перпендикулярною осі нарізаного колеса, то в перерізі отримаємо вихідний виробничий контур.

15 КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Зводиться до визначення кутових швидкостей і прискорень зубчастих коліс і передатних відношень, які пов'язують швидкості й прискорення.

15.1 Рядові (ступінчаті) механізми (передачі)

Це такі зубчасті механізми (рис. 15.1), у яких геометричні осі всіх зубчастих коліс нерухомі в просторі (тобто обертаються в нерухомих підшипниках).

Дано: z_i ; n_1 .

Визначити: n_6 – ?

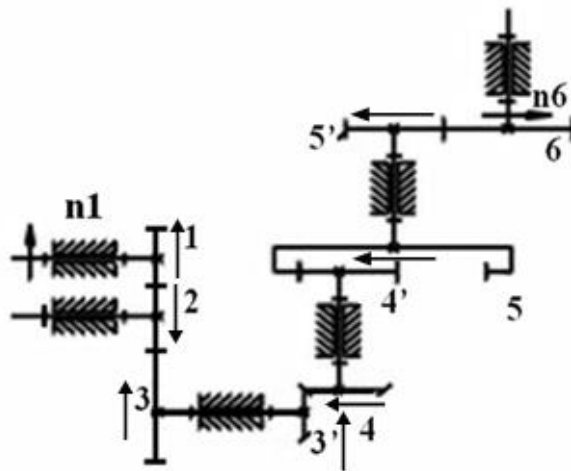


Рисунок 15.1 – Рядовий зубчастий механізм

Рішення

Це рядовий механізм, який має 5 ступенів:

1...2 – зовнішнє зачеплення;

4...5 – внутрішнє зачеплення.

За визначенням знайдемо напрямок n_6 :

$$U_{1-6} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = \frac{n_1}{n_6}.$$

Через те, що є осі, які перетинаються (конічна передача), знак передатного відношення не має сенсу, а напрямок обертання коліс визначаємо за правилом стрілок.

Напишемо передатні відношення ступенів (без знаків):

$$U_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{Z_2}{Z_1}; \quad U_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{Z_2}{Z_1};$$

$$U'_{3-4} = \frac{n'_3}{n_4} = \frac{Z_4}{Z_3}; \quad U'_{4-5} = \frac{n'_4}{n_5} = \frac{Z_5}{Z_4};$$

$$U'_{5-6} = \frac{n'_5}{n_6} = \frac{Z_6}{Z_5}.$$

Загальне передатне відношення багатоступеневого зубчастого механізму дорівнює добутку передатних відношень ступенів, послідовно включених до його складу.

$$U_{1-n} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot \dots \cdot U_{(n-1)-n}. \quad (39)$$

Напишемо загальне передатне відношення цього зубчастого механізму через відношення частот обертання:

$$U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U_{3'-4} \cdot U_{4'-5} \cdot U_{5'-6} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_2}{n_3} \cdot \frac{n'_3}{n_4} \cdot \frac{n'_4}{n_5} \cdot \frac{n'_5}{n_6}.$$

Оскільки $n_3 = n_{3'}$; $n_4 = n_{4'}$; $n_5 = n_{5'}$, то $\frac{n_1}{n_6} = U_{1-6}$.

Таким чином:

$$n_6 = \frac{n_1}{U_{1-6}}, [\text{ХВ}^{-1}].$$

Напишемо загальне передатне відношення цього зубчастого механізму через відношення зубів коліс:

$$U_{1-6} = U_{1-2} \cdot U_{2-3} \cdot U_{3'-4} \cdot U_{4'-5} \cdot U_{5'-6} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_{3'}} \cdot \frac{Z_5}{Z_{4'}} \cdot \frac{Z_6}{Z_{5'}}.$$

2-е зубчасте колесо паразитне (проміжне) – змінює тільки напрям.

15.2 Планетарні (епіциклічні) зубчасті передачі

Це такі зубчасті передачі механізму, які включають зубчасті колеса з рухомими в просторі геометричними осями.

Колеса з рухомими осями називають *сателіти*.

Існують сонячні (центральні) колеса.

Ланка, яка несе рухомі осі сателітів, називається *води́ло H*.

Нерухоме центральне колесо називається опорним.

Планетарні механізми, що мають рухливість, яка дорівнює одиниці ($W = 1$), називаються планетарними передачами, якщо $W \geq 2$ – називаються диференціальні механізми (передачі).

Зазвичай у планетарного механізму є кілька симетрично розташованих сателітів. Їх вводять із метою зменшення габаритів механізму, зниження зусилля в зачепленні, розвантаження підшипників центральних коліс, поліпшення зрівноваження водила, хоча механізм у цьому випадку має надлишкові зв'язки ($q_{\text{над}} > 0$), тобто статично не визначені.

При кінематичних розрахунках ураховується один сателіт.

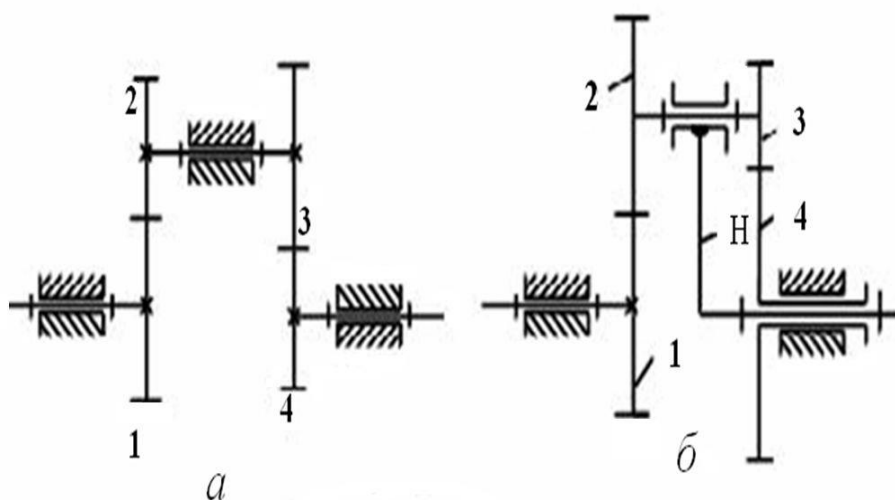
Оскільки планетарні механізми містять колеса, які здійснюють складний обертальний рух, то для визначення їхнього передатного відношення не можна використовувати формули рядових зубчастих механізмів.

Виведемо передатне відношення такого механізму.

На рисунку 15.2, *а* зображений рядовий механізм (плоский).

Визначимо рухомість цього механізму:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$



а – рядовий зубчастий механізм; *б* – диференційний зубчастий механізм

Рисунок 15.2 – Зубчасті механізми

Запишемо його передатне відношення:

$$U_{1-4} = U_{1-2} \cdot U_{3-4} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right). \quad (40)$$

Визначимо рухливість механізму на рис. 15.2, б):

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Це диференційний механізм. Формулою (40) користуватися не можна. Для визначення передатного відношення скористаємося теоремою про складання кутових швидкостей і методом інверсії (оберненого руху).

Його суть полягає в тому, що всьому механізму повідомляють додаткове обертання з кутовою швидкістю, що дорівнює кутовій швидкості ланки (води́ла), і спрямованого в протилежну сторону ($-\omega_H$).

До методу було: ω_1 ; ω_2 ; $\omega_3 = \omega_2$; ω_4 ; ω_H – кутові швидкості в абсолютному русі.

Повідомимо механізму кутову швидкість ($-\omega_H$), і, скориставшись теоремою про складання, маємо:

$$\begin{aligned} \omega^{(H)}_1 &= \omega_1 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_2 = \omega_2 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_3 = \omega_3 - \omega_H; \\ \omega^{(H)}_4 &= \omega_4 - \omega_H; \quad \omega^{(H)}_H = \omega_H - \omega_H = 0, \end{aligned}$$

тобто водило зупинили, і механізм став рядовим і, отже,

$$\omega_{1-4}^{(H)} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right).$$

З іншого боку,

$$U_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_4^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} \text{ – формула Вілліса.} \quad (41)$$

У загальному вигляді формула Вілліса буде:

$$U_{ij}^{(H)} = \frac{\omega_i - \omega_H}{\omega_j - \omega_H}. \quad (42)$$

Визначимо рухливість механізму (рис. 15.3):

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1 \text{ – це планетарна передача.}$$

Використовуємо формулу (42):

$$U_{1-4}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H}.$$

Оскільки $\omega_4 = 0$, то

$$U_{1-4}^{(H)} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - U_{1-H} \Rightarrow U_{1-H} = 1 - U_{1-4}^{(H)}. \quad (43)$$

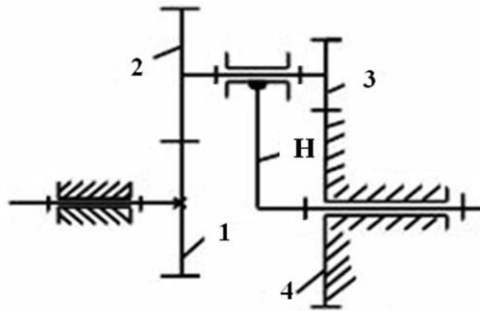


Рисунок 15.3 – Планетарний механізм типу АА-II

Для випадку, якщо обертання передається від водила Н до колеса 1, то передатне відношення матиме наступний вигляд:

$$U_{H-1} = \frac{1}{U_{1-H}}.$$

15.3 Синтез планетарних механізмів

Такі багатоланкові зубчасті механізми обов'язково мають колеса з рухомими геометричними осями, які називаються планетарними, або сателітами.

Рухома ланка, на якій розміщена вісь сателітів, називається водилом.

Колесо, яке обертається навколо нерухокої осі і по якому обкатуються сателіти, називається центральним, а нерухоме центральне колесо називається опорним.

Як правило, планетарні механізми (рис. 15.4) виготовляються співвісними.

Планетарні механізми застосовуються або для відтворення заданої траєкторії (направляючі механізми), або частіше – для зміни швидкостей обертання (відтворення заданого передатного відношення).

Синтез – проектування механізму за заданими вхідними параметрами.

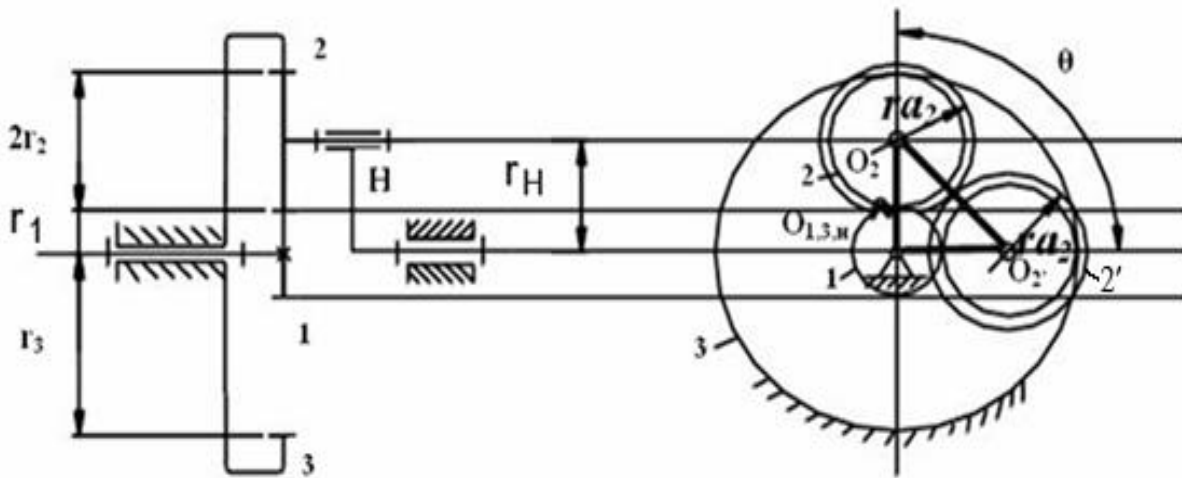


Рисунок 15.4 – Планетарний механізм типу AI-1

Основна умова синтезу – задане передатне відношення (або кількість сателітних блоків).

Розглянемо синтез планетарного механізму на прикладі механізму типу AI-1.

Вважаємо колеса нульовими.

1. Основна умова синтезу – задане передатне відношення.

$$U_{1-H} = 1 - U_{1-3}^{(H)} = 1 - U_{1-2}^{(H)} U_{2-3}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \left(\frac{Z_3}{Z_2}\right) = 1 + \frac{Z_3}{Z_1},$$

оскільки механізм став рядовим при нерухомому 3-му колесі.

2. Умова співвісності:

$$r_H = r_1 + r_2 = r_3 - r_2;$$

$$r_i = \frac{m \cdot Z_i}{2}; \Rightarrow \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2) = \frac{m}{2} (Z_3 - Z_2) \Rightarrow$$

$$r_2 = \frac{r_3 - r_1}{2} [\text{ММ}];$$

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 - Z_2 \rightarrow Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2}.$$

3. Умова сусідства. Зазвичай у редукторах для зменшення навантажень на зуби коліс і виходячи з умов вимог до динамічної зрівноваженості механізму встановлюють не один, а кілька сателітів, розташованих під рівними кутами.

Дорисуємо ще сателітні колеса.

На рисунку 15.4 показані сателіти 2 і 2' у граничному сусідстві, коли кола їхніх вершин радіусу r_{a_2} перетинаються. З $\Delta O_{1,3,H} O_2 O'_2$ випливає, що для того, щоб кола вершин не перетиналися, треба задовольнити нерівність

$$l_{O_2 O'_2} > 2r_{a_2} \quad (r_{a2} = r_{a'2}).$$

Визначимо взаємний кут установки сателітних блоків:

$$\theta = \frac{360^\circ}{K}, \quad (44)$$

$$l_{O_2 O'_2} = 2r_H \sin \frac{\theta}{2} = 2 \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2) \cdot \sin \frac{180^\circ}{K},$$

де K – число сателітних блоків.

Сателітні блоки треба розташовувати симетрично:

$$2r_{a_2} = 2 \cdot (r_2 + h_a^* \cdot m) = 2 \left(\frac{m \cdot Z_2}{2} + 1 \cdot m \right) = 2 \frac{m}{2} (Z_2 + 2);$$

$$(Z_1 + Z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{K} > (Z_2 + 2);$$

$$\sin \frac{\pi}{K} > \frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}, \quad (45)$$

(якщо K відомо).

$$\text{Або } K < \frac{\pi}{\arcsin \frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}} \quad (\text{якщо } K \text{ – вихідний параметр}).$$

В отриманому виразі (45) у чисельнику в правій частині має стояти число зубів більшого з коліс сателітного блоку (при схемі $A + A$, $A + I$, $I + I$).

A – зовнішнє зачеплення коліс; I – внутрішнє зачеплення коліс.

4. Умова складання. Залежить від обраної технології монтажу передачі.

Установлюємо сателітний блок в обране положення. Він визначає взаємне розташування центральних коліс.

Після установки першого сателітного блоку повернемо водило на кут

$$\varphi_H = \theta = \frac{360^\circ}{K}. \quad (46)$$

При повороті водила почне повертатися незакріплене жорстко центральне колесо. Другий сателітний блок поставимо, якщо центральне колесо повернеться на кут φ_1 .

$$\varphi_1 = c \cdot \tau_1,$$

де c – ціле число;

τ_1 – кутовий крок.

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{Z_1};$$

$$U_{1-H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\varphi_1}{\varphi_H}; \rightarrow \varphi_1 = \varphi_H \cdot U_{1-H} = \frac{360^\circ}{K} \cdot U_{1-H}.$$

Прирівняємо праві частини:

$$\begin{aligned} \frac{360^\circ}{Z_1} \cdot c &= \frac{360^\circ}{K} \cdot U_{1-H}; \\ \frac{U_{1-H} \cdot Z_1}{K} &= c. \end{aligned} \quad (47)$$

де C – теоретичне число сателітів.

$$\frac{U_{1-H}}{K} (1 + C_1 \cdot K) = C_2, \quad (48)$$

де C_1 – монтажна кількість обертів водила (ціле число).

Спрощений вираз при схемах АІ – 1; АІ – 2:

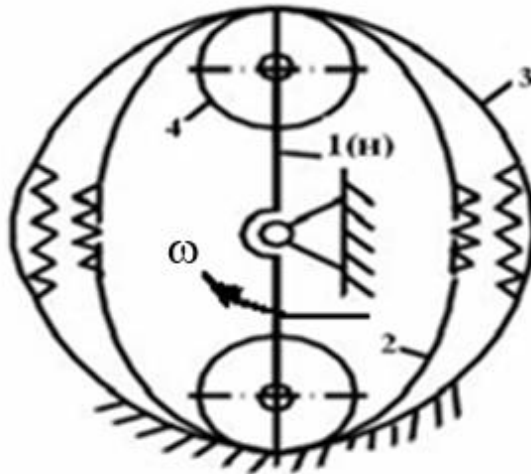
$$\frac{Z_1 + Z_2}{K} = c.$$

5. Умова незаклинювання або відсутності інтерференції (накладення)
Рекомендації:

$$Z_1 \geq 17; Z_2 \geq 20; Z_3 \geq 85; Z_3 - Z_2 \geq 8.$$

15.4 Хвильові зубчасті передачі

Близькою за здійснюваними передатними відношеннями до планетарних передач, але абсолютно оригінальною за конструкцією, є хвильова зубчаста передача (рис. 15.5).



1 – генератор хвиль із роликками; 2 – гнучке зубчасте колесо із зовнішніми зубами; 3 – жорстке зубчасте колесо з внутрішніми зубами (нерухоме)

Рисунок 15.5 – Хвильова передача

Головною відмінною рисою хвильової передачі є наявність гнучкого зубчастого колеса й біжучої хвилі деформації, отриманої від генератора хвиль (складається з водила й роликів).

Гнучке зубчасте колесо являє собою тонкостінну оболонку.

Колесо 2 – елемент механізму, що деформується.

Для створення руху необхідно, щоб

$$\Delta Z \neq 0; \Delta Z = Z_3 - Z_2 = C \cdot K.$$

Якщо $Z_2 = Z_3$, руху не буде.

$$U_{H-3} = \frac{Z_3}{Z_3 - Z_2}.$$

Основні переваги хвильової передачі:

1) можливість отримувати чималі передатні відношення при малих габаритах (від 100 і більше);

2) висока кінематична точність передачі, унаслідок багатопарного зачеплення, і нечутливість до поломки декількох зубів;

3) сприйнятливність значних навантажень при відносно малих габаритах і вазі;

4) невисокий рівень шуму;

5) досить високий ККД.

Недоліки:

1) часто виходять із ладу гнучкі колеса, унаслідок втомних явищ (через велику кількість циклів);

2) нетехнологічність виготовлення гнучких зубчастих коліс;

3) чутливість до умов змащення.

Область застосування. Використовується в приводах локаторів, а також для передачі руху в герметизований простір у хімічній, атомній та космічній техніці

16 МАТЕРІАЛИ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Широке використання зубчастих коліс у різних механізмах і приладах при найрізноманітніших умовах роботи (режим навантаження, температура, мастило та ін.) викликало необхідність застосування різних матеріалів для їхнього виготовлення.

Зубчасті колеса виготовляють зі сталі, чавуну й неметалічних матеріалів.

Основним матеріалом для виготовлення зубчастих коліс, призначених для передачі значних зусиль, є конструкційні сталі 20, 35, 45, 50.

Прагнення до зниження маси й габаритів силових зубчастих передач призвело до широкого застосування термооброблених легованих сталей, таких як 15X, 20X, 40X та ін., які допускають можливість отримання високої твердості робочих поверхонь зубів при великій міцності й в'язкості серцевини.

Чавунні зубчасті колеса дешевше сталевих коліс, їх застосовують у маловідповідальних відкритих передачах. Вони мають малу схильність до заїдання й добре працюють при незначній в'язкості мастила, але не витримують ударних навантажень.

При підвищених вимогах до зубчастих передач приладів щодо зносостійкості парні колеса роблять із різних матеріалів: одне – зі сталі, друге – із кольорового металу. Застосовують латуні ЛС59-1, ЛК80-3Л і т. д., бронзи Бр0Ф10-1, Бр-АЖ9-4, БрАМп та ін.

Широко застосовуються у якості матеріалів не силових зубчастих коліс пластмаси: текстоліт, гетинакс, поліамідні смоли (П-68, ЛК-7), капрон, фторопласт та ін.

17 ВИДИ РУЙНУВАННЯ ЗУБІВ

Поломка зуба (виламування кутів або цілого зуба біля основи) є одним із найпоширеніших видів пошкоджень передач. Вона відбувається в результаті великих перевантажень (ударного або статичного характеру) або частіше від тривалого змінного навантаження, під дією якого в зонах концентрації напружень утворюється й розвивається втомна тріщина.

Викроювання або відрив від робочої поверхні зубів дрібних частинок металу призводить до утворення ямок. Воно спостерігається переважно в закритих (які працюють у змащувальному матеріалі) передачах і відбувається під дією тривалих робочих навантажень у зонах концентрації напружень.

При невисокій твердості поверхні зубів ($HV \leq 350$) викроювання часто носить обмежений характер. Воно починається в зонах концентрації навантаження і, через нетривалий час, припиняється (відбувається припрацювання зубів).

Знос зубів є причиною виходу з ладу відкритих передач, недостатньо захищених від потрапляння абразивних частинок. Спотворення профілю в результаті зносу призводить до збільшення динамічних навантажень і шуму, підвищення напружень вигину і, як наслідок, до поломки зуба.

Заїдання спостерігається у високонавантажених і високошвидкісних передачах і є наслідком розриву масляної плівки через високі контактні тиски. Воно проявляється в утворенні молекулярного зчеплення (зварювання) поверхневих шарів металу й подальшого руйнування цих зв'язків у процесі ковзання зубів.

18 РОЗРАХУНКОВІ НАВАНТАЖЕННЯ

У розрахунках зубів передач приймають, що зусилля передаються по всій довжині контактних ліній l_{Σ} і номінальне навантаження визначається формулою

$$W_{nm} = \frac{Fn}{l_{\Sigma}}, \quad (49)$$

де F_n – навантаження (сила), що діє по нормалі, Н.

Загальна довжина контактних ліній l_{Σ} залежить від ширини вінця колеса b_w , кута нахилу ліній зуба β і коефіцієнта перекриття ε_{α} .

Величина l_{Σ} при $\varepsilon_{\alpha} > 1,0$ не залишається постійною по фазах зачеплення, оскільки в передачі навантаження можуть брати участь і одна, і кілька пар контактуючих зубів. Тому в розрахунках використовують мінімальне значення:

$$l_{\Sigma \min} = \frac{b_w}{\cos \beta_g} \cdot \varepsilon_{\alpha} \cdot K_{\varepsilon}. \quad (50)$$

У працюючих передачах навантаження по довжині зубів розподіляється нерівномірно через деформацію валів, опор, корпусів і самих коліс.

На працездатність передач впливають зовнішні й додаткові внутрішні динамічні навантаження, що виникають у передачі у зв'язку з неузгодженістю обертання коліс через немінучі похибки у виготовленні зубів і їхніх деформацій при навантаженні.

У результаті при рівномірному обертанні ведучого колеса з кутовою швидкістю ω_1 кутова швидкість ω_2 буде змінною ($\frac{d\omega_2}{dt} \neq 0$), і в зачепленні з'явиться додатковий динамічний момент:

$$T = I \frac{d\omega_2}{dt},$$

де I – момент інерції ведених коліс.

З огляду на ці міркування, номінальне питома навантаження W_{nm} збільшують, приймаючи, таким чином, у якості розрахункового максимальне питома навантаження.

$$Wn = \frac{F_t}{v_w \cos \alpha_w} K_\alpha K_\beta K_g, \quad (51)$$

де

$$Fn = \frac{F_t}{\cos \alpha_w},$$

тут F_t – колова сила, Н;

α_w – кут зачеплення;

$K_\alpha = (\varepsilon_\alpha K_\varepsilon)^{-1}$ – коефіцієнт, що враховує одночасно участь у передачі навантаження декількох пар зубів;

K_β – коефіцієнт, що характеризує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця;

K_g – коефіцієнт динамічного навантаження.

Залежність (51) можна записати у вигляді:

$$Wn = \frac{W_t}{\cos \alpha_w}, \quad W_t = \frac{F_t}{v_w} K_\alpha K_\beta K_g,$$

де W_t – питома розрахункова колова сила, Н.

Виразимо розрахункове навантаження через передану потужність P (кВт) і частоту обертання шестерні n_1 (об./хв):

$$W_t = 9,74 \cdot 10^6 (u \pm 1) \frac{PK_\alpha K_\beta K_g}{n_1 v_w \alpha_w}. \quad (52)$$

Таким чином, зусилля, що діє на одиницю ширини зуба, зростає зі збільшенням потужності, що передається, і зменшується зі збільшенням частоти обертання міжосьової відстані й робочої ширини зуба.

Це зусилля викликає загальну деформацію тіла зуба (згин і зсув) і місцеву деформацію поверхневого шару зуба в зоні контакту (контактну деформацію).

19 МЕТОД ОЦІНКИ МІЦНОСТІ

1. Наближений метод:

$$\sigma_{розр} \leq [\sigma]; \tau_{розр} \leq [\tau],$$

де $\sigma_{розр}, [\sigma]$ – відповідно, розрахункове й допустиме нормальне напруження, МПа;

$\tau_{розр}, [\tau]$ – відповідно, розрахункове й допустиме дотичне напруження, МПа.

Застосовується в разі, якщо є достовірні дані з допустимих напружень.

2. Уточнений, коли допустима напруга розраховується з урахуванням коефіцієнта безпеки:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред.}}{S\sigma}; [\tau] = \frac{\tau_{пред.}}{S\tau},$$

де $\sigma_{lim.}, \tau_{lim.}$ – граничне напруження, при якому відбувається руйнування деталі, МПа;

S – коефіцієнт безпеки (коефіцієнт запасу міцності), кількісно оцінює вплив різних чинників на працездатність деталей.

3. За коефіцієнтом безпеки:

$$S \leq [S]; S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{max}}; S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{max}}; S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}};$$

де $\sigma_{-1}; \tau_{-1}$ – межі витривалості при симетричному циклі напружень відповідно при розтягуванні, стисненні, згині й крученні, МПа.

Межі витривалості при симетричному циклі напружень для сталі:

– при розтягуванні або стисканні:

$$\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_B;$$

– для вуглецевої сталі при згині:

$$\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,45) \sigma_B;$$

– для легованої сталі при згині:

$$\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_B + 120 \text{ МПа};$$

– при крученні:

$$\tau_{-1} = 0,25 \sigma_B,$$

де σ_B – межа міцності.

4. Ймовірний метод розрахунку – базується на теорії ймовірності.

20 РОЗРАХУНОК ЗУБІВ НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ

Цей розрахунок виконують для зачеплення в полюсі (рис. 20.1), оскільки викроювання зубів починається в полюсній лінії. У розрахунку вважають, що контакт двох зубів аналогічний контакту двох циліндрів із радіусами ρ_1 і ρ_2 , що дорівнюють радіусам кривизни евольвент зубів у точці контакту. У якості вихідної приймають формулу Герца для найбільших контактних напружень при стисканні циліндрів, дотичних по утворюючим.

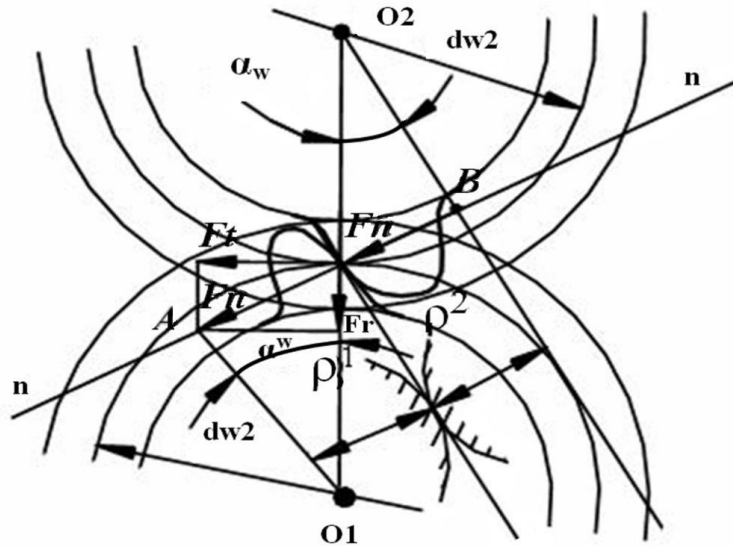


Рисунок 20.1 – Розрахункова схема зубчастого зачеплення

F_n – нормальна сила, спрямована по лінії зачеплення до загальної нормалі до робочих поверхонь зубів, розкладається на F_t – колову силу і F_r – радіальну силу.

$$F_t = \frac{2000T}{d} [H]; F_r \approx F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha; F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha},$$

де T – крутний момент, Н·м.

Максимальне контактне напруження σ_H у зоні контакту зубів:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{Wn}{2\rho_{np}} \cdot \frac{E_{np}}{\pi(1-\mu)}}, \quad (53)$$

де E_{np} – приведений модуль пружності матеріалів зубчастих коліс.

μ – коефіцієнт Пуассона ($\mu = 0,3$ для сталі);

ρ_{np} – приведений радіус кривизни профілів зчіпних зубів у полюсі зачеплення.

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}; \quad \rho_{np} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2},$$

де ρ_1 и ρ_2 – радіуси кривизни профілів зубів шестерні й колеса. Знак «плюс» для зовнішнього, «мінус» – для внутрішнього зачеплення.

$$\rho_1 = \frac{dw_1 \sin \alpha_w}{2}, \quad \rho_2 = \frac{dw_2 \sin \alpha_w}{2}.$$

Замість W_n підставляємо W_t – (питому колову силу).

Після підстановки у формулу (53) відповідних даних, виражених через параметри передачі, отримана залежність для визначення розрахункового контактного напруження:

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{Wt(U \pm 1)}{dw_1 \cdot U}} \quad (54)$$

де Z_H – коефіцієнт форми сполучених поверхонь зубів,

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta}{\sin \alpha_w}};$$

Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів сполучених зубів.

$$Z_M = \sqrt{\frac{E_{np}}{\pi(1 - \mu^2)}}.$$

Для сталевих зубчастих передач коліс $Z_M = 275$;

Z_ε – коефіцієнт, що враховує сумарну довжину контактних ліній.

Для прямозубої передачі

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}.$$

Для косозубої передачі

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}}.$$

Умова контактної міцності по напруженнях, що допускаються для активних поверхонь зубів:

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{Wt(U \pm 1)}{dw_1 \cdot U}} \leq [\sigma_H], \quad (55)$$

де $[\sigma_H]$ – допустиме контактне напруження для зубів:

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \lim \epsilon}}{S_H} Z_R Z_V K_{HL},$$

тут $\sigma_{H \lim \epsilon}$ – межа контактної втоми поверхонь зубів, відповідна базовому числу циклів напружень;

S_H – коефіцієнт безпеки, $S_H = 1,1$ для зубчастих коліс з однорідною структурою матеріалу;

Z_R – коефіцієнт, що враховує шорсткість сполучених поверхонь зубів;

Z_V – коефіцієнт, що враховує окружну швидкість передачі;

K_{HL} – коефіцієнт довговічності.

21 КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

Кулачковими називаються механізми, що призначені для перетворення обертового руху у зворотно-поступальний або коливальний і мають ланку з профілем змінної кривизни – кулачок.

Закон руху штовхача, що задається функцією передачі, визначається профілем кулачка і є основною характеристикою кулачкового механізму, від якої залежать його функціональні властивості, а також динамічні й вібраційні якості.

21.1 Основні типи й геометричні параметри кулачкових механізмів

Кулачкові механізми (рис. 21.1), у залежності від руху вихідної ланки, підрозділяються на наступні три види:

- 1) вихідна ланка рухається поступально;
- 2) вихідна ланка обертається;
- 3) вихідна ланка здійснює складний рух.

Усі розглянуті механізми є плоскими, крім типу б (див. рис. 21.1) – просторовий.

За характером руху кулачкові механізми підрозділяються на механізми з обертовим і зворотно-поступальним рухом кулачків 5.

Назви ланок:

- 1 – кулачок (вихідна ланка);
- 2 – ведена (вихідна ланка) – штовхач або коромисло: схема 1, 2, 4 – «штовхач»; схема 3, 5, 7 – «коромисло»; схема 6 – «штовхач»;
- 3 – ролик;
- 4 – пружина (пружина, що замикає).

Переваги кулачкових механізмів:

1. Можливість реалізувати практично будь-який закон руху веденої ланки за рахунок спеціально спрофільованого кулачка.
2. Простота конструкції.
3. Легкість переналагодження механізму.

Недоліки кулачкових механізмів:

1. Наявність вищої кінематичної пари сприяє виникненню великих питомих тисків і контактних напружень і, внаслідок цього, зносу штовхача й кулачка.
2. Виготовлення складного профілю кулачка.
3. Необхідність замикання вищої кінематичної пари.

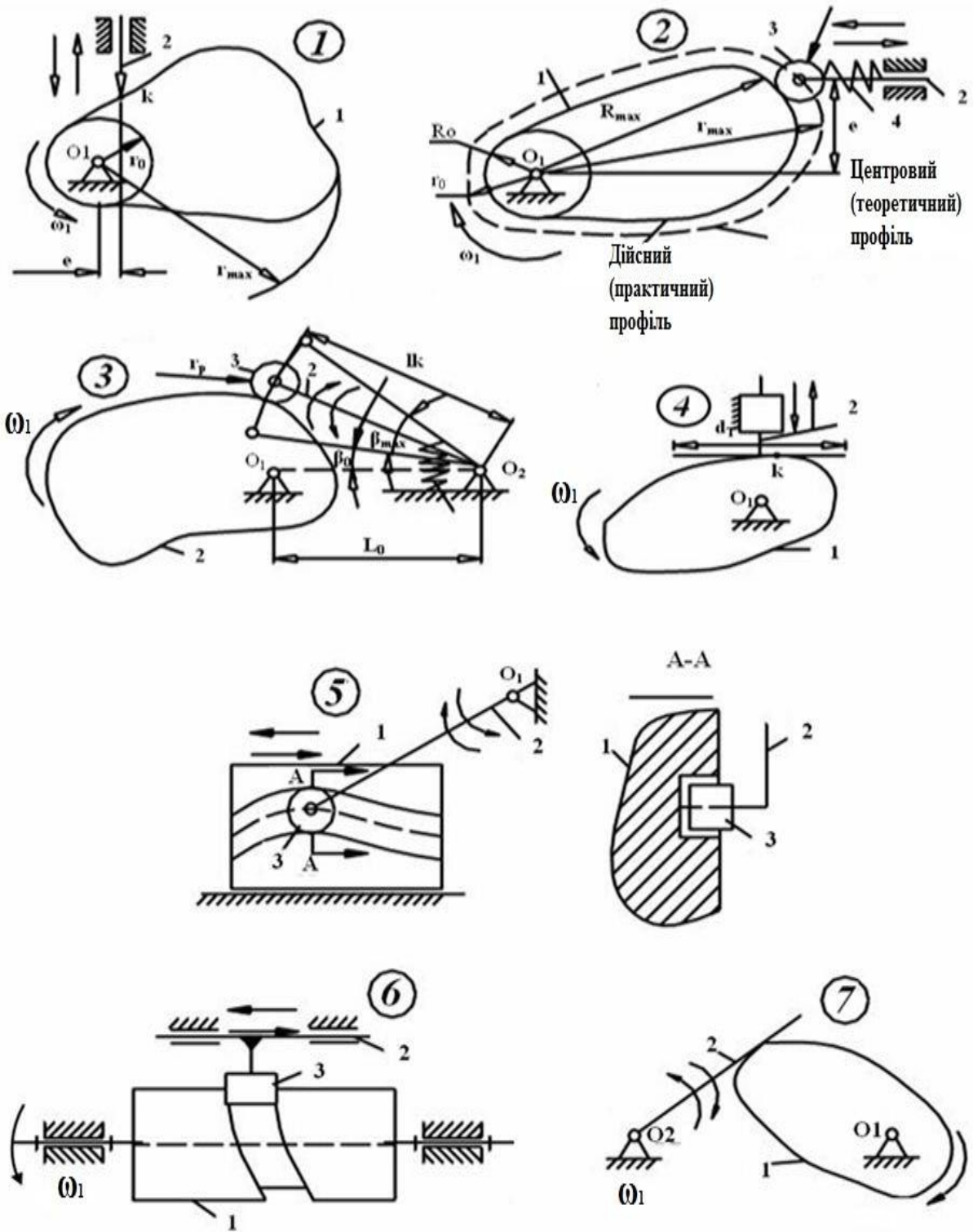


Рисунок 21.1 – Типи кулачкових механізмів

Контакт елементів у вищій кінематичній парі може забезпечуватися геометричним замиканням (див. рис. 21.1, схема 5, 6) за рахунок пазів, охоплюючих роликів тощо або силовим замиканням пари (див. рис. 21.1, схема 1, 2, 3, 4, 7), шляхом впливу сили тяжіння (див. рис. 21.1, схема 1, 4, 7), пружності пружин (див. рис. 21.1, схема 2, 3), тиску рідини або повітря тощо.

Якщо вихідна ланка рухається поступально, то називається штовхачем (або штангою) (див. рис. 21.1, схема 1, 2, 4, 6), якщо обертається навколо нерухомої осі – коромислом (див. рис. 21.1, схема 3, 5, 7).

За формою профілю штовхачі поділяються на такі види:

- 1) із загостреним штовхачем;
- 2) роликівим штовхачем;
- 3) тарілчастим (плоским) штовхачем.

Якщо траєкторія штовхача проходить через центр обертання кулачка, то такий механізм називається кулачковим механізмом із центральним штовхачем.

Якщо траєкторія штовхача відстоїть на найкоротшу відстань e від центру обертання кулачка, то такий механізм називається кулачковим механізмом зі зміщеним штовхачем (дезакціальний).

Крива, що відстоїть від профіля кулачка на відстань, що дорівнює радіусу ролика, називається еквідистантною (рівновіддаленою) кривою, або центровим профілем кулачка (теоретичним).

На рисунку 21.1 уведено такі позначення:

E – ексцентриситет (дезаксіал);

r_0, r_{\max} – величина теоретичного профілю кулачка;

R_0, R_{\max} – величина дійсного (практичного) профілю кулачка;

β_{\max} – кут розмаху коромисла;

β_0 – кут між осьовою лінією і найближчим положенням коромисла;

l_k – довжина коромисла;

l_0 – довжина стояка;

d_T – діаметр тарілки штовхача.

21.2 Кінематичний цикл кулачкового механізму. Фазові кути й кути профілю

Розглянемо кулачковий механізм зі зміщеним поступальним рухом штовхача (рис. 21.2, *а*) і покажемо діаграму руху штовхача в залежності від кута повороту кулачка (рис. 21.2, *б*).

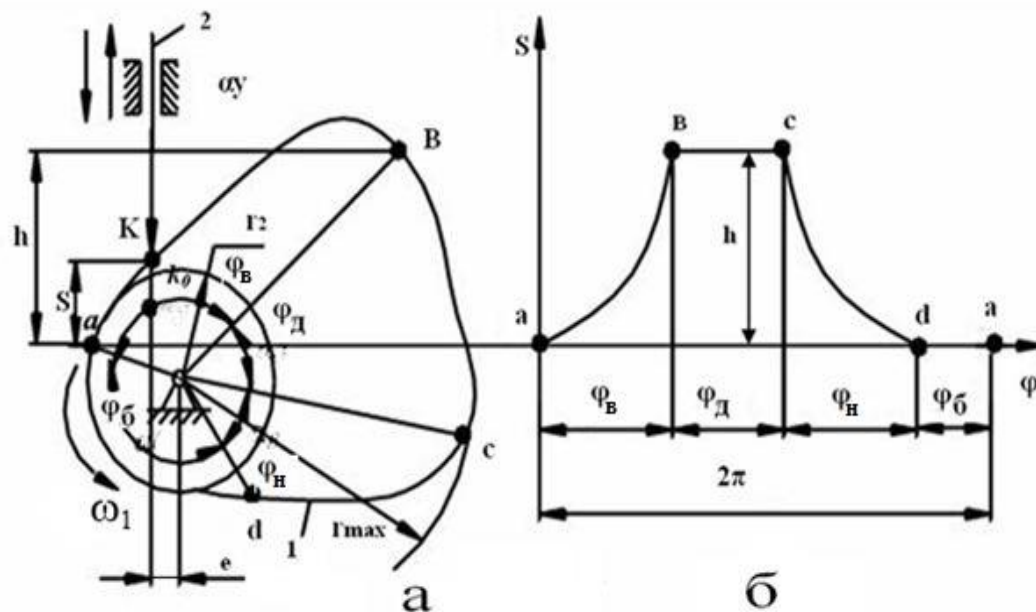
На діаграмі руху штовхача (див. рис. 21.2) позначимо наступні ділянки:

ab – віддалення;

bc – дальнього стояння;

cd – наближення;

da – ближнього стояння.



а – кулачковий механізм зі зміщеним штовхачем;

б – діаграма руху штовхача

Рисунок 21.2 – Кінематичний цикл кулачкового механізму

Кути повороту кулачка, що відповідають певним фазам руху веденої ланки, називаються фазовими кутами. (Г. Г. Баранов «Курс ТММ», 1975):

Φ_B – фазовий кут віддалення;

Φ_D – фазовий кут дальнього стояння;

Φ_H – фазовий кут наближення;

Φ_b – фазовий кут ближнього стояння;

$\alpha_B, \alpha_D, \alpha_H, \alpha_b$ – профільні кути, відповідно, віддалення, дальнього стояння, наближення й ближнього стояння.

При відсутності ексцентриситету ($e = 0$):

$$\Phi_B \neq \alpha_B; \Phi_H \neq \alpha_H; \Phi_D = \alpha_D; \Phi_b = \alpha_b.$$

Закони руху веденої ланки:

$$S_B = S_B(\varphi), S_D = h = \text{const}, S_H = S_H(\varphi), S_b = 0,$$

де h – величина підйому (хід) штовхача.

21.3 Завдання аналізу та синтезу кулачкових механізмів

Аналіз. За заданою схемою механізму й основними розмірами його ланок, а також за заданим або відомим профілем кулачка й законом його руху визначається закон руху веденої ланки (коромисла, штовхача):

$S = f(\varphi)$ – закон руху для штовхача,

$\beta = f(\varphi)$ – закон руху для коромисла.

Синтез. За заданою схемою механізму й фазовими кутами, а також законом руху веденої ланки визначити профіль кулачка й основні розміри механізму, що забезпечує заданий закон руху.

21.4. Умова передачі руху в кулачкових механізмах, кути тиску й передачі руху

Розглянемо кулачковий механізм із поступальним рухом штовхача (рис. 21.3).

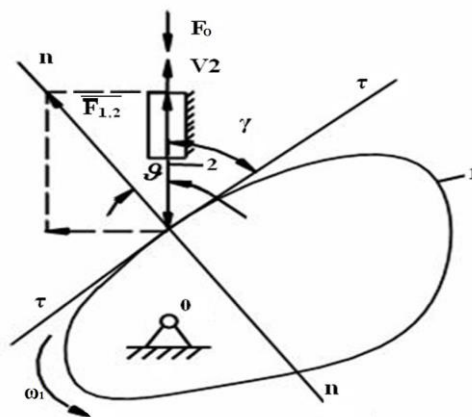


Рисунок 21.3 – Кулачковий механізм з загостреним штовхачем

Кут між нормаллю $n-n$ і напрямком руху вихідної ланки називається *кутом тиску*.

Силу, що діє з боку першої ланки на другу $F_{1,2}$, розкладемо по двох напрямках.

Позначимо: F_0 – сила опору, Н; θ – кут тиску, ...°; γ – кут передачі руху, ...°.

$\theta + \gamma = 90^\circ$; $\theta_{\text{оптим.}} = 0^\circ$ и $\gamma_{\text{оптим.}} = 90^\circ$ – ідеальний варіант.

Для запобігання явищу заклинювання в кулачкових механізмах повинна виконуватися нерівність

$$\begin{cases} \theta_i \leq \theta_{\text{max}} \text{ допустиме} \\ \gamma_i \geq \gamma_{\text{min}} \text{ допустиме} \end{cases}$$

На практиці зазвичай $\theta_{\text{max}} = 30^\circ$ для кулачкового механізму з поступальним рухом штовхача.

Для механізмів з обертним штовхачем $\theta_{\text{max}} = 45^\circ$.

22 ВАЛИ Й ОСІ

Для підтримки обертових деталей і для передачі крутного моменту від однієї деталі до іншої (в осьовому напрямку) у конструкціях використовують деталі у формі тіл обертання, звані *валами*.

Осі – підтримуючі вали, що працюють лише в умовах згину й рідше – розтягування (стиснення). Вони слугують для підтримки обертових разом з ними або на них різних деталей машин і механізмів. Обертання осі разом із встановленими на ній деталями здійснюється щодо її опор, званих *підшипниками*.

Вали й осі призначені для підтримування в просторі деталей передач обертального й коливального руху й фізично становлять їхню геометричну вісь обертання.

Відмінна особливість вала, у порівнянні з віссю, полягає в тому, що вал сприймає всі зусилля, що діють на закріплені на ньому деталі, і передає крутний момент до цих деталей. Осі сприймають на себе тільки сили, а крутним моментом не навантажуються.

У загальному випадку у валах виникають нормальні напруження згину (від поперечних сил), нормальні напруження розтягнення-стиснення (від осьових сил) і дотичні напруження кручення (від крутного моменту), тобто вал знаходиться в умовах складного напруженого стану. Причому нормальні напруження, а іноді й дотичні, змінюються циклічно, тому основною причиною руйнування валів є втома матеріалів.

В осях виникають тільки нормальні напруження згину й розтягання-стиснення – це простий напружений стан. Циклічно напруги змінюються в обертових осях. Тому руйнування у зв'язку із втомою матеріалу характерне тільки для обертових осей. Ті осі, що не обертаються, – розраховуються на статичну міцність, тобто напруження в часі не змінюється.

За конструктивною формою осі в більшості випадків виконуються «гладкими» (постійний діаметр по всій довжині) або мають незначні переходи діаметрів, головним чином для виділення посадочних місць.

Змінного (фасонного) перетину з формою, що наближається до форми тіла, рівного опору згину, виконуються тільки великі осі, при цьому мається на увазі мета економії металу. З цією ж метою широко практикуються порожні (трубчасті) осі.

Конструкція вала або осі визначається службовим призначенням, а також величиною і розташуванням діючих навантажень.

Вали за конструкцією і призначенням прийнято ділити на трансмісійні, машинні (проміжні) і спеціальні.

До спеціальних валів відносяться вали особливої форми й призначення, що застосовуються в деяких спеціалізованих машинах: колінчаті вали, шпинделі верстатів, гнучкі вали і т. д.

Гнучкі вали допускають передачу обертання на великих перегінах (наприклад, у стоматологічних бормашинах).

Трансмісійні вали застосовують для передачі крутного моменту між далеко стоячими одна від одної, але кінематично пов'язаними деталями (наприклад, ходові колеса кранів) при здійсненні групового приводу від одного двигуна до декількох машин або декількох робочих органів однієї машини.

Відмітна особливість трансмісійних валів – велика довжина, яка доходить іноді до декількох десятків метрів.

Машинними валами прийнято називати проміжні вали в машинах і механізмах із рядом послідовних передач (редуктори, коробки швидкостей тощо).

Відмінною особливістю машинних валів є відносно невелика довжина й складна конфігурація (переходи діаметрів, кільцеві проточки, шпонкові канавки, шліци, часткові й поперечні глухі й наскрізні отвори).

Ступінчастість машинних валів пояснюється необхідністю мати опорні торці для закріплення різних деталей від осьових зсувів. Кільцеві проточки, переходи діаметрів пов'язані з технологією обробки й складання. Шпонкові канавки, отвори – елементи деталей з'єднань.

Загальні вимоги до конструкції машинних валів:

– максимальна міцність і жорсткість при мінімальній вазі, що досягається, можливо, великим наближенням зовнішньої конфігурації вала до форми балки рівного опору згину;

– граничне зменшення концентрації напружень у небезпечних перетинах.

22.1 Розрахунки машинних валів і осей

Проектувальні розрахунки. Проектувальні розрахунки машинних валів і осей виконують, як правило, з умови міцності.

Спрощено мінімальний діаметр вала можна отримати з умови крутильної міцності за формулою

$$d \geq 6\sqrt[3]{T} = 130 \cdot \sqrt[3]{\frac{P}{n}}.$$

Значно більш достовірні результати для небезпечного перерізу можна отримати, ведучі розрахунок за приведеними напруженнями з умови згинальної міцності.

Послідовність розрахунку:

1. Визначити значення й напрямки зусиль, що діють на вал.

Основні навантаження на вали створюють сили, що діють у зубчастих і черв'ячному зачепленнях.

Якщо на кінці вала посаджена муфта, то необхідно враховувати, що багато типів муфт створюють додаткове радіальне зусилля на вали.

$$F_M = (0,2 \dots 0,05) F'_M,$$

де F'_M – колова сила муфти.

2. Зовнішні діючі на деталь сили привести до осі її обертання й розкласти у взаємно перпендикулярних осьових площинах. Скласти схему навантаження вала.

Вали й обертові осі зазвичай розраховують, як балки на шарнірних опорах.

Взаємно перпендикулярні площини умовно названі вертикальною «верт» і горизонтальною «гор». Дійсні навантаження не є зосередженими. У розрахунках валів ці навантаження від зубчастих коліс, шківів, зірочок та інших подібних деталей замінюють зосередженими еквівалентними силами, прикладеними в середині або по краях маточини.

3. Визначити реакції опор у кожній із взаємно перпендикулярних площин.

Результуюча опорна реакція

$$F = \sqrt{F_{\text{верт}}^2 + F_{\text{гор}}^2}.$$

Використовується як радіальне навантаження, що діє на підшипник.

4. Побудувати епюри згинальних моментів у кожній із координатних площин. Для вала додатково побудувати епюру крутного моменту.

5. Аналізом епюр установити небезпечні перерізи вала.

Для кожного небезпечного перерізу розрахувати сумарний згинальний момент за формулою

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_{\text{верт}}^2 + M_{\text{гор}}^2}.$$

6. Для вала знайти приведений момент в небезпечному перетині за формулою

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{M_{\Sigma}^2 + (\alpha T \cdot 10^3)^2}$$

де α – поправочний коефіцієнт, що враховує різний ступінь небезпеки для матеріалу вала нормальних і дотичних напружень, коли вони змінюються в часі за різними циклами.

Наближено можна вважати для механізмів, що працюють:

– у реверсивному режимі $\alpha = 1$;

– для інших механізмів $\alpha = 0,65$.

7. Виконати розрахунок діаметра осі за формулою

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\Sigma}}{0.1(1-\beta^4)[\sigma]_U}},$$

вала – за формулою

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{прив}}{0.1(1-\beta^4)[\sigma]_{32}}},$$

$$\text{де } \beta = \frac{d_{вн}}{d_H}.$$

Найбільш повне використання можливостей матеріалу має місце при $\beta = 0,4 \dots 0,5$.

Для суцільних, без центрального осьового отвору валів (осей) $\beta = 0$.

$[\sigma]_U$ – допустимі напруження згину, МПа; для валів і обертових осей рекомендується розраховувати за формулою

$$[\sigma]_{32} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} S}.$$

Для осей, що не обертаються,

$$[\sigma]_{32} = \frac{\sigma_T}{S},$$

де σ_{-1} – межа витривалості за нормальними напруженнями при симетричному циклі;

σ_T – границя текучості матеріалу за нормальним напруженням;

S – запас міцності;

$K_{\sigma D}$ – сумарний коефіцієнт, що враховує вплив всіх факторів при згині:

$$K_{\sigma D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + K_F - 1 \right) K_V,$$

тут K_{σ} – ефективні коефіцієнти концентрації при симетричному згині;

$K_{d\sigma}$ – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів поперечного перетину;

K_F – коефіцієнт впливу шорсткості поверхні;

K_V – коефіцієнт впливу зміцнення, що вводиться для валів з поверхневим зміцненням.

23 ШПОНКОВІ З'ЄДНАННЯ

Шпонковим називається з'єднання зачепленням за допомогою шпонки співвісних деталей із циліндричними (конічними) поверхнями контакту.

Шпонка – спеціальна деталь, що розміщується в спільних пазах вала й маточини.

Шпонкове з'єднання забезпечує нерухоме скріплення деталей, що з'єднуються, і слугує для передачі крутного моменту з деталі на вал і навпаки.

Іноді шпонки використовують у якості направляючих для осьового переміщення маточини по валу (направляючі шпонки).

Шпонка, що знаходиться в пазу вала, називається врізною.

У машинобудуванні застосовують напружені з'єднання (за допомогою призматичних і сегментних шпонок).

Призматичні шпонки (рис. 23.1, а) за призначенням бувають:

– звичайні й високі, із закругленими або плоскими кінцями, призначені для нерухомих з'єднань маточин із валами;

– направляючі, що застосовуються в тих випадках, коли маточини повинні мати можливість переміщатися уздовж валів;

– ковзаючі, що переміщуються уздовж вала разом із маточинами й використовуються замість направляючих шпонок у тих випадках, коли потрібні великі переміщення маточин.

Направляючі шпонки прикріплюють до вала гвинтами, а ковзаючі з'єднують із маточиною виступом циліндричної форми.

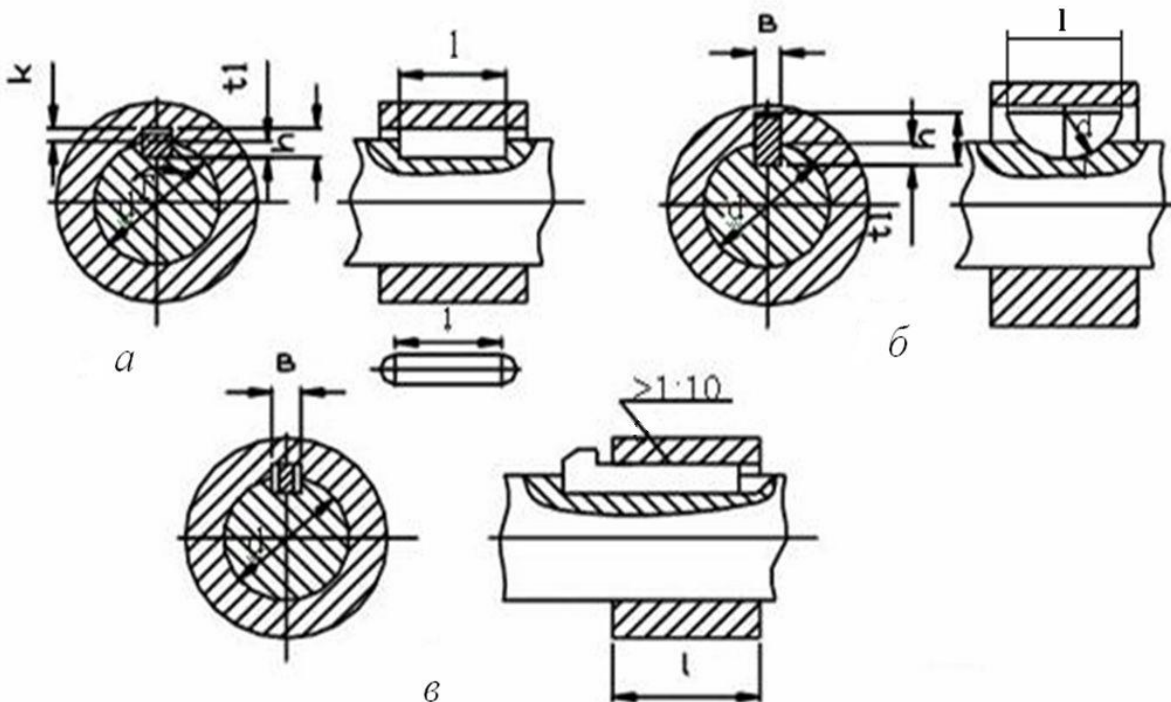


Рисунок 23.1 – Види шпонкових з'єднань

Сегментні шпонки (рис. 23.1, б) мають глибоку посадку й не перекошуються під навантаженням, вони взаємозамінні. Однак глибокий паз суттєво послаблює вал, тому сегментні шпонки використовують переважно для закріплення деталей на малонавантажених ділянках вала (на вхідних або вихідних хвостовиках валів).

Клинові шпонки (рис. 23.1, в) за способом розташування на валах бувають:

- врізні;
- на лисці;
- фрикційні;
- тангенціальні.

Клинові шпонки застосують обмежено, оскільки вони мають суттєві недоліки:

- викликають радіальні зміщення осі втулки по відношенню до осі вала на величину радіального посадкового зазору й контактних деформацій, що призводить до биття насадженої деталі;

- не забезпечують достатньої міцності з'єднання в тому випадку, коли вал має реверсивний рух, що викликає розбобтування шпонкового з'єднання.

Перевагами шпонкових з'єднань є:

- простота й надійність конструкцій;
- зручність збирання й розбирання;
- невисока вартість.

Недоліки:

- ослаблення сполучених деталей через зменшення їхніх перерізів пазами й концентрації напружень;

- складність забезпечення концентричної посадки сполучених деталей.

23.1 Розрахунок шпонкових з'єднань

Основним для з'єднань з призматичними шпонками є розрахунок на зминання.

Розрахунком перевіряється відсутність зминання тієї частини бічної поверхні шпонки, яка виступає над валом.

$$\sigma_{зм} = \frac{2T}{d \cdot l_p (h \cdot t_1)} = \frac{2T}{d \cdot l_p \cdot \kappa} \leq [\sigma]_{зм},$$

де T – крутний момент, Н·м;

l_p – робоча довжина шпонки, мм:

$$l_p = l - b,$$

тут b – ширина шпонки, мм;

l – довжина шпонки, мм;

κ – глибина врізання шпонки в маточину, мм;

d – діаметр вала, мм.

24 ПІДШИПНИКИ. ТИПИ Й КОНСТРУКЦІЇ ПІДШИПНИКІВ

Підшипники виконують функції опор для валів, осей та інших обертаючих деталей машин і в процесі роботи сприймають радіальні й осьові навантаження, величина яких визначається при розрахунку опорних реакцій валів і осей.

За видами тертя підшипники поділяються на підшипники ковзання і підшипники кочення.

Підшипник ковзання є парою обертання, він складається з опорної ділянки (цапфи) і власне підшипника, у якому ковзає цапфа.

Умови роботи підшипників ковзання визначаються основними параметрами режиму роботи (питомим навантаженням і кутовою швидкістю цапфи), наявністю й типом мастильного матеріалу, фізико-механічними характеристиками контактуючих поверхонь.

За видами сприйманого навантаження підшипники поділяються на:

- радіальні – сприймають радіальне навантаження;
- упорні – сприймають осьові сили;
- радіально-упорні – сприймають радіальні й осьові навантаження.

Підшипники кочення є основним видом опор обертових (коливальних) деталей.

Підшипник кочення має зовнішнє й внутрішнє кільце, між якими розташовані тіла кочення. Щоб уникнути зіткнення тіл кочення, вони відокремлюються одна від одної сепаратором.

Класифікація підшипників кочення здійснюється за такими ознаками:

- напрямком сприйманого навантаження по відношенню до осі вала (радіальні, радіально-упорні, упорні);
- формою тіла обертання (кулькові, роликові),
- кількістю рядів тіл обертання (однорядні, дворядні, чотирирядні, багаторядні);
- здатністю самоустановки (несамоустановні, самоустановні).

За габаритами однотипні підшипники поділяються на серії:

- за радіальними габаритами (надлегкі, особливо легкі, легкі, середні, важкі);
- за шириною (вузькі, нормальні, широкі й особливо широкі).

Конструкція підшипника впливає на його вантажопідйомність і швидкість обертання.

Промисловість виготовляє підшипники кочення п'яти класів точності (0, 6, 5, 4, 2).

Підшипники кочення мають наступні переваги в порівнянні з підшипниками ковзання:

- більш точне центрування вала;
- низький коефіцієнт тертя;
- мала залежність коефіцієнту тертя від режиму;
- невеликі моменти опору в пускові періоди;
- невеликі осьові розміри;
- здатність працювати при малій подачі масла;
- здатність працювати в широкому температурному діапазоні;
- здатність працювати у вакуумі.

Недоліки підшипників кочення.

- великі радіальні розміри й маса, висока вартість;
- жорсткість роботи, відсутність демпфірування коливань навантаження;
- шум під час роботи, обумовлений похибкою форми;
- складність установки й монтажу підшипникових вузлів;
- підвищена чутливість до неточності установки;
- неможливість роз'єму підшипника в радіальній площині;
- металевий контакт між тілами кочення й обоймами.

25 ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Опір матеріалів – наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів машин і споруд.

Визначення розмірів проєктованої деталі (виробу) виконується з урахуванням властивостей матеріалу, із якого передбачається виготовити деталь (виріб). Для раціонального вибору матеріалу й найбільш повного його використання треба мати дані, які характеризують міцність, жорсткість і стійкість.

Міцність – здатність конструкції, її частин і деталей витримувати певне навантаження, не руйнуючись.

Жорсткість – здатність конструкції і її елементів протистояти зовнішнім навантаженням, не змінюючи форми й розмірів.

Стійкість – здатність конструкції і її елементів зберігати певну початкову форму пружної рівноваги

Основні положення опору матеріалів спираються на закони й теореми загальної механіки і, у першу чергу, на закони статички, без знань яких вивчення курсу опору матеріалів неможливе.

У теоретичній механіці тверді тіла умовно розглядаються як абсолютно тверді, тобто абсолютно не змінюють своєї форми під дією прикладених до них сил. Опір матеріалів вирішує завдання про те, як матеріали чинять опір дії навантажень, при цьому повинна бути врахована деформованість тіл, тобто їхня здатність змінювати під дією зовнішніх сил геометричні параметри й форми.

Опір матеріалів має на меті створити практичні для застосування прості прийоми розрахунку типових елементів конструкцій, що найбільш часто зустрічаються.

При проведенні розрахунків удаються в ряді випадків до спрощувальних гіпотез – припущень, які виправдовуються в подальшому шляхом зіставлення розрахункових даних з експериментом.

Спрощувальні гіпотези використовуються з достатньою для практичних розрахунків точністю й можуть застосовуватися тільки до тіл, геометрична форма яких може бути приведена до схеми бруса (рис. 25.1) або до схеми оболонки.

Під брусом розуміється тіло, один із вимірів якого (довжина) багато більше двох інших.

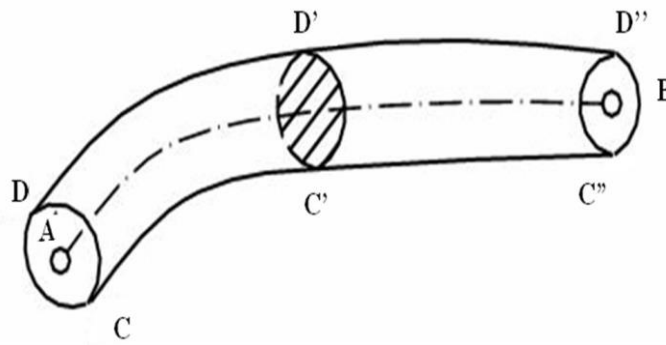


Рисунок 25.1 – Схема бруса

Геометричний брус може бути утворений шляхом переміщення плоскої фігури уздовж деякої лінії АВ. Лінія АВ називається віссю бруса, а плоска фігура, що має свій центр ваги на осі й нормальна до неї, називається його поперечним перерізом. Брус може мати переріз і постійний, і змінний уздовж осі. Перетин також може повертатися навколо осі. У залежності від форми осі брус може бути прямим, кривим або просто-риво зігнутим.

Під оболонкою розуміється тіло, один із вимірів якого (товщина) багато менше двох інших (стілки баків, купола будівель та ін.).

25.1 Вибір розрахункової схеми

В опорі матеріалів дослідження питання про міцність реального об'єкта починається з вибору розрахункової схеми.

Приступаючи до розрахунку конструкції, слід, перш за все, установити, що в цьому випадку є істотним і що несуттєво: необхідно провести схематизацію об'єкту й відкинути всі ті чинники, які не можуть скільки-небудь помітним чином вплинути на роботу системи в цілому.

Реальний об'єкт, звільнений від несуттєвих особливостей, носить назву *розрахункової схеми*.

Для одного й того ж об'єкта може бути запропоновано декілька розрахункових схем, і одній розрахунковій схемі може бути поставлено у відповідність багато різних реальних об'єктів.

Вибір розрахункової схеми в опорі матеріалів починається зі схематизації властивостей матеріалів. Уважається загальноприйнятим розглядати всі матеріали, як однорідне суцільне середовище, незалежно від особливостей їхньої мікроструктури. Під однорідністю матеріалу розуміється незалежність його властивостей від величини виділеного з тіла об'єму.

З поняття однорідності випливає поняття суцільного середовища, як середовища, яке безперервно заповнює відведений йому об'єм.

Суцільне середовище при виборі розрахункової схеми наділяється властивостями, що відповідають основним властивостям реального матеріалу. При виборі розрахункової схеми вводяться спрощення і в геометрію реального об'єкта (приведення геометричної форми тіла до схеми бруса або до схеми оболонки).

При схематизації реальних об'єктів в опорі матеріалів робляться також спрощення і в системі сил, прикладених до елемента конструкції, зокрема вводяться поняття зосередженої сили й розподіленої сили.

Зосередженою силою називають силу, що діє на невелику частину поверхні деталі.

Розподіленими називаються сили, що діють на ділянках поверхні, порівнянних із повною поверхнею деталі.

Приклад розрахункової схеми підйомника показаний на рисунку 25.2.

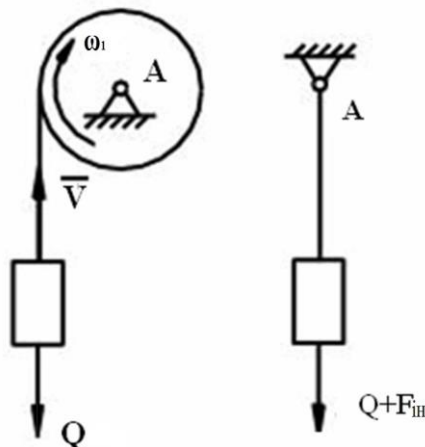


Рисунок 25.2 – Розрахункова схема підйомника

Горизонтальний брус, закріплений на опорах, який зазнає деформації згинання, називається *балкою*. На розрахунковій схемі балку прийнято замінити її віссю.

При цьому всі навантаження повинні бути приведені до осі балки.

Балки мають опорні пристрої – опори.

Основні типи опор:

1. Шарнірно-рухома опора (рис. 25.3), у якій може виникати тільки одна складова реакції R_y , спрямована уздовж опорного стрижня.

Умовне зображення

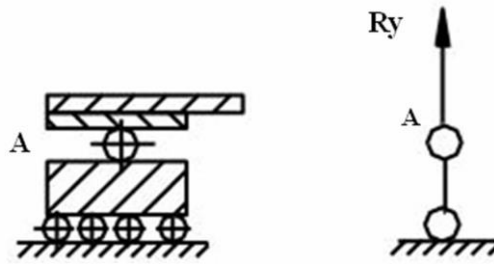


Рисунок 25.3 – Шарнірно-рухома опора

2. Шарнірно-нерухома опора (рис. 25.4), у якій можуть виникати дві складові – вертикальна реакція R_y і горизонтальна реакція R_x .

Умовне зображення

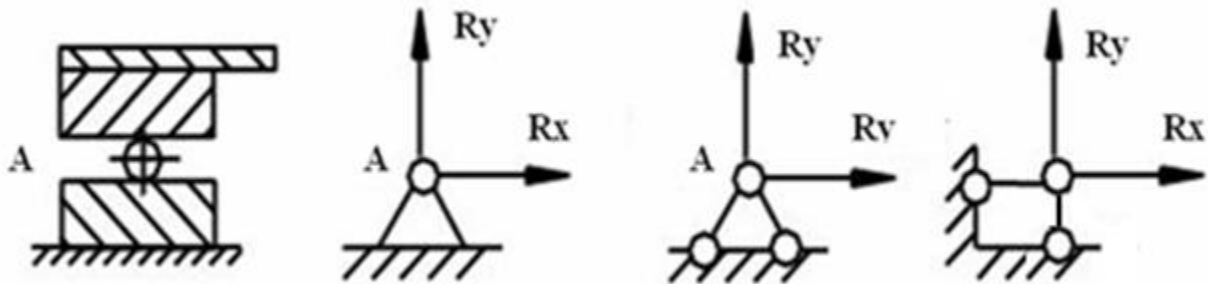


Рисунок 25.4 – Шарнірно-нерухома опора

3. Затиснення (інакше – жорстке затиснення або закріплення) (рис. 25.5), де можуть бути три складові – вертикальна R_y і горизонтальна R_x реакції і опорний момент M .

Умовне зображення

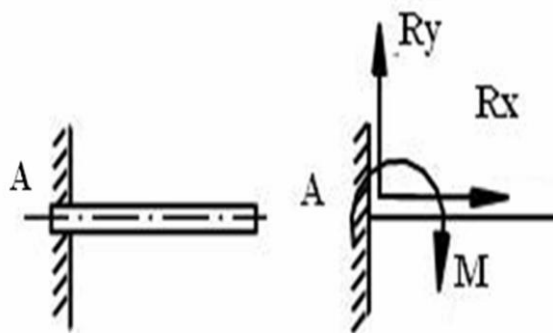


Рисунок 25.5 – Затиснення

Приклад розрахункової схеми балки показаний на рисунку 25.6.

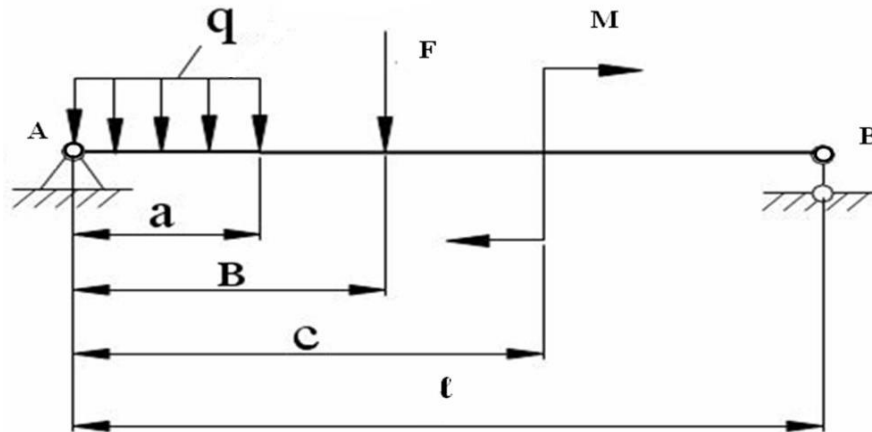


Рисунок 25.6 – Схема навантаження балки

25.2 Переміщення й деформації

Реальні тіла можуть деформуватися, тобто змінювати свою форму й розміри, унаслідок навантаження їх зовнішніми силами або змін температури.

При деформації тіла його точки, а також подумки проведені лінії або перерізи переміщуються в площині або в просторі щодо свого вихідного положення.

Деформації бувають пружні, тобто такі, що зникають і після припинення дії сил, що їх визвали, і пластичні, або залишкові, що не зникають.

В опорі матеріалів вивчають такі основні види *деформацій* стрижня: *розтягування й стискання, зсув (зріз), кручення й згинання*. Розглядають і більш складні деформації, що виходять у результаті поєднання кількох основних.

Розтягування або стискання виникає в разі, коли до стрижня по його осі прикладені протилежно спрямовані сили (рис. 25.7). При цьому відбувається переміщення перерізів уздовж осі стрижня, який при розтягуванні подовжується, а при стисканні коротшає.

Зміну Δl початкової довжини l стрижня називають абсолютним подовженням при розтягуванні або абсолютним укороченням при стисненні.

Відношення абсолютного подовження (укорочення) Δl до початкової довжини l стрижня називають середнім відносним подовженням на довжині l і позначають зазвичай буквою ε_{cp} :

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta l}{l}.$$

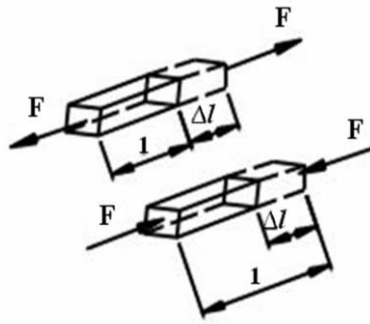


Рисунок 25.7 – Розтягування-стискання стрижня

Для визначення деформації в будь-якій точці А (рис. 25.8) проведемо в недеформованому тілі відрізок прямої АВ, що виходить із цієї точки в довільному напрямку й має довжину S. Після деформації точки А і В перемістяться й займуть положення А₁ і В₁ відповідно, а відстань S між ними зміниться на величину ΔS.

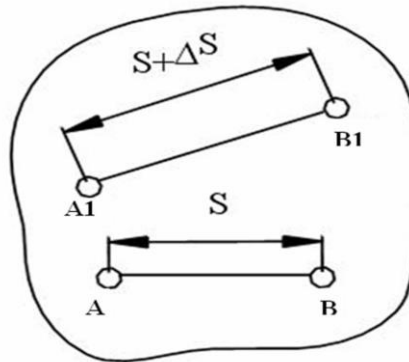


Рисунок 25.8 – Деформація ділянки стрижня

Відношення $\frac{\Delta S}{S} = \varepsilon_{cp}$ називається середньою відносною лінійною деформацією відрізка АВ. Наближаючи т. В до т. А, тобто зменшуючи довжину відрізка S, отримаємо

$$\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{S} = \varepsilon_{AB}.$$

ε_{AB} являє собою відносну лінійну деформацію в т. А у напрямку АВ.

25.3 Основні гіпотези й припущення опору матеріалів

1. Гіпотеза про суцільність матеріалу

Передбачається, що матеріал суцільно заповнює форму тіла.

2. Гіпотеза про однорідність і ізотропність

Матеріал передбачається однорідним і ізотропним, тобто в будь-якому обсязі і в будь-якому напрямку властивості матеріалу вважаються однаковими (деревини не стосується).

3. Гіпотеза про малість деформацій

Передбачається, що деформації малі в порівнянні з розмірами тіла.

4. Гіпотеза про ідеальну пружність матеріалу

Усі тіла передбачаються абсолютно пружними.

5. Гіпотеза плоских перерізів

Поперечні перерізи, плоскі й нормальні до осі бруса до докладання до нього навантаження, залишаються плоскими й нормальними до його осі після деформації.

25.4 Зовнішні та внутрішні сили

Сили є матеріалом механічної взаємодії тіл. Якщо конструкція розглядається ізольовано від навколишніх тіл, то дія останніх на конструкцію замінюється силами, які називаються зовнішніми.

Зовнішні сили прагнуть викликати деформацію тіла, змінити взаємне розташування частинок.

Внутрішні сили прагнуть зберегти тіло, як єдине ціле, протидіють усякій спробі змінити взаємне розташування частинок, тобто деформувати тіло.

Зовнішні сили поділяються на об'ємні й поверхневі.

Об'ємні сили розподілені за об'ємом тіла й прикладені до кожної його частинки (приклад: вага, сили магнітного тяжіння).

Поверхневі сили прикладені до ділянок поверхні й характеризують безпосередню контактну взаємодію даного об'єкта з оточуючими тілами.

За характером дії зовнішні сили поділяються на статичні, динамічні й повторно-змінні.

Статичним навантаженням називається навантаження, що поступово зростає від нуля до деякої величини й надалі залишається постійним.

Динамічне навантаження – навантаження, що прикладається до тіла відразу повною своєю величиною.

Повторно-змінне навантаження – навантаження, що змінюється протягом часу за величиною і напрямком.

У число зовнішніх навантажень, що діють на тіло, включаються й реакції відкинутих зв'язків, які доповнюють систему тіл до рівноваги.

Для визначення внутрішніх зусиль користуються методом перерізів.

Розглянемо тіло, що знаходиться в стані рівноваги під дією сил F_1, F_2, F_3, F_4 (рис. 25.9).

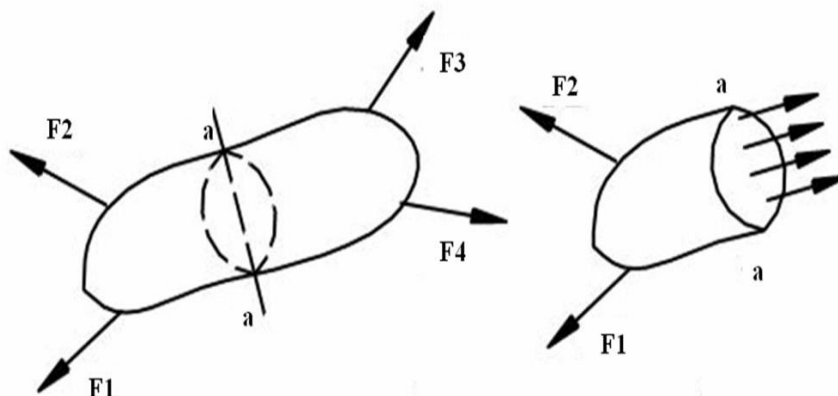


Рисунок 25.9 – Метод перерізу

Подумки розсічемо тіло (переріз $a-a$) і відкинемо одну з двох отриманих частин (праву). Тоді на ліву частину, що залишилася, діятимуть зовнішні сили F_1, F_2 .

Для того щоб ця частина тіла залишалася в рівновазі, треба по всьому перерізу докласти внутрішні сили.

Внутрішні сили розподіляються деяким складним чином по поверхні проведеного перерізу, але у всіх випадках вони повинні бути такими, щоб задовольнялися умови рівноваги для правої і лівої частини тіла.

За допомогою рівнянь рівноваги можна визначити не закон розподілу внутрішніх сил, а тільки їхні рівнодіючі, за умови, якщо всі зовнішні сили задані.

Скористаємося правилами статички й наведемо систему внутрішніх сил до центру ваги перерізу. У результаті отримаємо головний вектор \bar{R} і головний момент \bar{M} . Виберемо систему координат x, y, z . Вісь z направимо по нормалі до перерізу, а осі x, y розташуємо в його площині.

Спроектувавши головний вектор і головний момент на осі x, y, z , отримуємо шість складових: три сили й три моменти. Ці складові називаються внутрішніми силовими факторами (рис. 25.10).

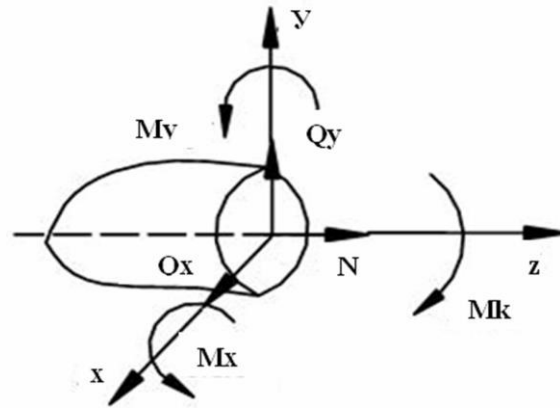
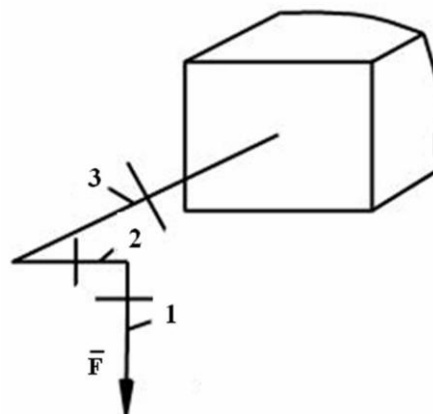


Рисунок 25.10 – Внутрішні силові фактори

Складові внутрішніх сил по нормалі до перерізу (N) називаються нормальною або поздовжньою силою в перерізі. Сили Q_x і Q_y називаються поперечними силами. Момент відносно нормальної осі (M_k) називається крутним моментом, а моменти M_x і M_y – згинальними моментами щодо осей x і y . При відомих зовнішніх силах усі шість внутрішніх силових факторів визначаються з шести рівнянь рівноваги, які можуть бути складені для відсіченої частини тіла. Класифікація основних видів навантаження бруса пов'язана з цими силами і моментами. Якщо діє в поперечному перерізі тільки поздовжня (нормальна) сила N , то тіло піддається розтягнуттю або стисканню, у залежності від напрямку сили N : якщо має місце тільки M_k , то тіло працює на кручення, якщо діє згинальний момент M_x (або M_y), має місце чистий згин. Зазвичай у поперечному перерізі поряд зі згинальним моментом (M_x або M_y) виникає і поперечна сила (Q_x або Q_y), тоді деформація тіла носить назву «поперечний згин».

На рисунку 25.11 показані наступні види деформації.



Для ділянок: 1 – розтягнення; 2 – поперечний згин; 3 – поперечний згин із крученням

Рисунок 25.11 – Види деформації

25.5 Напруження

Щоб характеризувати закон розподілу внутрішніх сил по перерізу, необхідно ввести для них числову міру. За таку міру приймається напруження.

Розглянемо переріз $a-a$ деякого тіла (рис. 25.12).

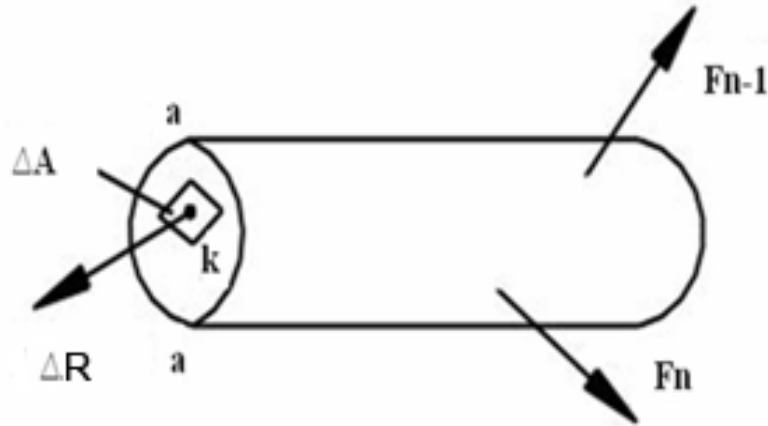


Рисунок 25.12 – Схема навантаження тіла

Навколо точки K виділимо елементарну площадку ΔA , у межах якої виявлена внутрішня сила ΔR .

Тоді

$$P_{cp} = \frac{\Delta R}{\Delta A}$$

– середнє напруження на площадці.

Зменшуючи площадку до нуля, тобто переходячи до межі, отримаємо справжню напругу в цій точці:

$$\bar{P} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Напруження має розмірність сили, поділеної на площу ($\text{Н/мм}^2 = \text{МПа}$).

Повне напруження P може бути розкладене на три складові: по нормалі до площини перерізу й по двох осях у площині перерізу (рис. 25.13).

Проекція вектора повного напруження по нормалі позначається через σ і називається нормальним напруженням. Складові в площині перерізу називаються дотичними напруженнями й позначаються через τ .

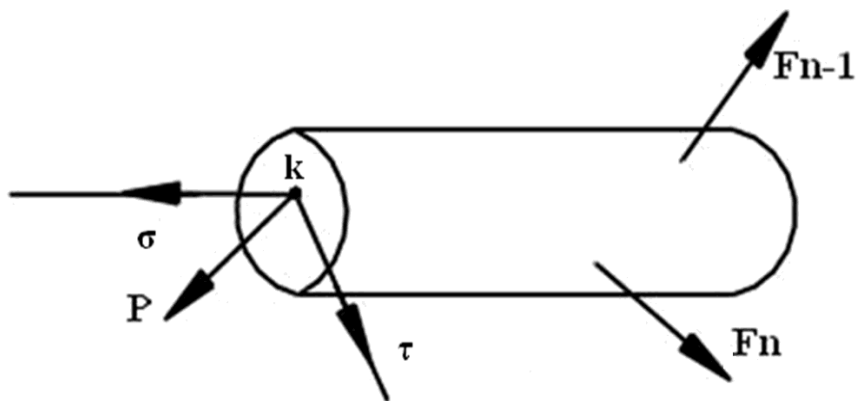


Рисунок 25.13 – Складові повного напруження

Сукупність напружень для безлічі площадок, що проходять через точку, утворює напружений стан у точці.

Напружений стан визначається шістьма числовими величинами і є в опорі матеріалів одним із найбільш важливих понять.

26 РОЗТЯГАННЯ ТА СТИСКАННЯ СТРИЖНІВ

Під розтягуванням (стисканням) розуміється такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса (стрижня) виникають тільки нормальні (повздовжні) сили, а всі інші внутрішні силові фактори (поперечні сили, крутний і згинальний моменти) дорівнюють нулю (рис. 26.1).

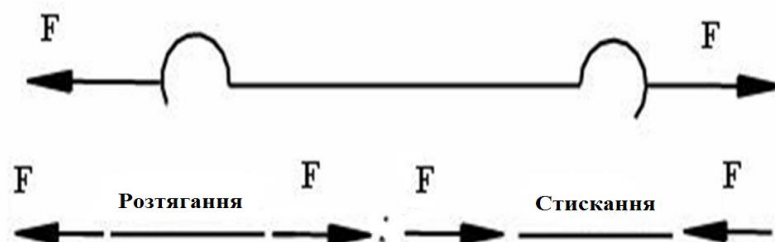


Рисунок 26.1 – Розтягання-стискання стрижня

У всіх поперечних перерізах стрижня виникають поздовжні сили N , рівні силі F :

$$N = F.$$

Розглянемо напруження, що виникають у поперечному перерізі розтягнутого стрижня (рис. 26.2). Повздовжня сила N є рівнодіючою внутрішніх сил у перерізі.

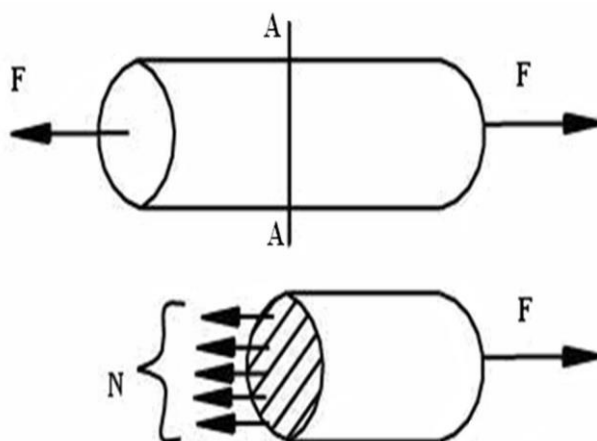


Рисунок 26.2 – Розподіл напружень в поперечному перерізі розтягнутого стрижня

Для однорідного стрижня внутрішні сили розподілені по перерізу рівномірно. Тоді нормальне напруження для всіх точок перетину буде одним і тим самим:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (56)$$

де A – площа поперечного перерізу, мм^2 ;

N – повздовжня (нормальна) сила, Н .

Розміри розтягнутого стрижня змінюються в залежності від величини прикладених сил (рис. 26.3).

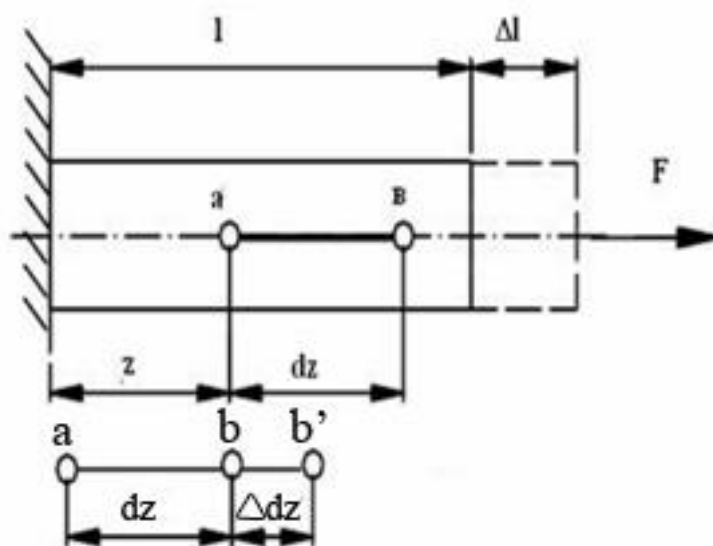


Рисунок 26.3 – Схема навантаження стрижня

Якщо до навантаження стрижня його довжина дорівнювала l , то після навантаження вона стане рівною $l + \Delta l$. Величина Δl називається абсолютним подовженням стрижня. Усі ділянки однорідного розтягнутого стрижня знаходяться в однакових умовах, деформація ε по осі стрижня залишається однією і тією ж самою, що дорівнює своєму середньому значенню по довжині l .

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \text{ – відносне подовження стрижня.}$$

Якщо напружений стан стрижня не є однорідним, то відносна деформація в перетині визначалася б через граничний перехід до малої ділянки

довжиною dz , і тоді $\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz}$.

У межах малих подовжень для переважної більшості матеріалів справедливий закон Гука, який встановлює пряму пропорційність між напруженням і деформаціями:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (57)$$

де E – коефіцієнт пропорційності, що називається модулем пружності першого роду, або модулем Юнга (для сталі $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$).

Підставимо в отриману формулу замість σ і ε їхні вираження. Тоді отримаємо:

$$\frac{N}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}; \quad \Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

– абсолютне подовження (укорочення) стрижнів або закон Гука при розтяганні (стисканні) стрижнів. З формули випливає, що подовження (укорочення), що отримується брусом, прямо пропорційне площі поперечного перерізу й величині модуля пружності матеріалу.

Добуток EA називається жорсткістю при розтяганні (стисканні).

Навіть при дуже незначних деформаціях бруса в поздовжньому напрямку його поперечні розміри змінюються. Поперечні деформації при розтяганні або стисканні пропорційні поздовжній деформації.

Якщо позначити відносну поздовжню деформацію через ε , а відносну поперечну деформацію через ε_0 , то

$$\varepsilon_0 = \mu \cdot \varepsilon,$$

де $\mu = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ – коефіцієнт Пуассона (для сталі $\mu = 0.3$).

26.1 Умова міцності при розтяганні, стисканні

Основне завдання опору матеріалів – забезпечити надійні розміри деталей, схильних до того чи іншого силового, температурного або іншого впливу. Такі розміри можна визначити з розрахунку на міцність.

У разі розтягання або стискання стрижня знаходять небезпечні перерізи, у яких напруження досягають максимальних значень за абсолютною величиною, і для цих перерізів записують умову міцності:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma],$$

де σ – нормальне напруження в поперечному перерізі, МПа;

F – зовнішня сила, Н;

A – площа поперечного перерізу;

$[\sigma]$ – допустиме нормальне напруження.

Допустимим напруженням називається найбільше напруження, при якому забезпечується міцність і довговічність проєктованого елемента конструкції.

Допустимі напруження становлять деяку частку від граничних напружень:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T},$$

де σ_T – межа текучості матеріалу, МПа;

n_T – запас міцності для пластичних матеріалів (для сталі $n_T = 1,5$).

Умова міцності дозволяє вирішувати наступні завдання:

1. Проєктувальні, коли за заданою силою F і допустимим напруженням визначається необхідна площа перерізу:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]}.$$

2. Проєктувальні розрахунки, коли за заданою площею перерізу й допустимим напруженням визначається допустиме навантаження:

$$F \leq [\sigma] \cdot A.$$

3. Перевірочні розрахунки, коли за заданою силою F і відомою площею перерізу A шляхом порівняння знайденого напруження з допустимим напруженням визначається, чи достатньо міцне тіло:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma].$$

26.2 Напружений і деформований стани при розтяганні й стисканні

Розглянемо рівномірно розтягнутий стрижень і визначимо напруження в деякій похилій площадці, що становить кут α з площиною нормального перерізу (рис. 26.4).

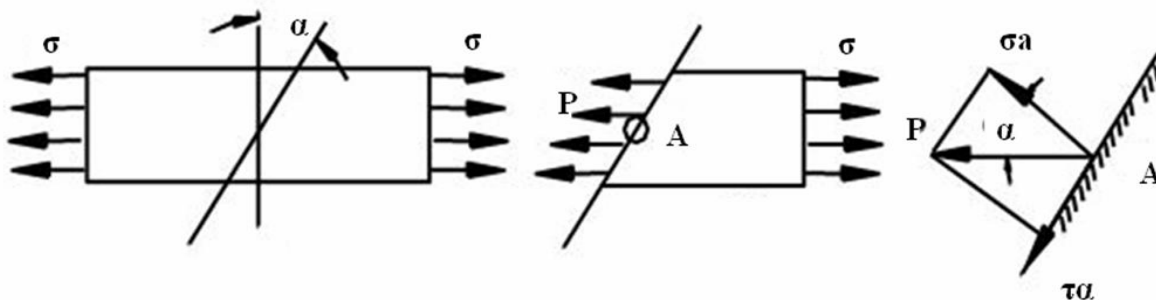


Рисунок 26.4 – Схема розподілу напружень у похилій площадці

Повне напруження P на цій площадці, згідно з умовою однорідності напруженого стану для всіх точок площадки, буде одним і тим же. Рівнодіюча ж внутрішніх сил у перерізі повинна бути спрямована по осі стрижня й дорівнює величині сили, що розтягує, тобто

$$P \cdot A_\alpha = \sigma \cdot A, \quad (58)$$

де A_α – площа похилого перерізу, мм^2 :

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}.$$

Т.ч., повне напруження на похилій площадці дорівнює

$$P = \sigma \cdot \cos \alpha. \quad (59)$$

Розкладаючи це напруження по нормалі й по дотичним до похилої площадки, знаходимо:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= P \cdot \cos \alpha, & \text{або} & & \tau_\alpha &= P \cdot \sin \alpha \\ \sigma_\alpha &= \sigma \cdot \cos \alpha, & & & \tau_\alpha &= \frac{1}{2} \sigma \cdot \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

При дії на брус поздовжньої сили в ньому виникають одночасно нормальні й дотичні напруження і, як наслідок, відповідні цим напруженням деформації подовження і зсуву.

Напруження залежать від кута нахилу площадки α .

При $\alpha = 0$ отримаємо наступні напруження в поперечному перерізі стрижня, тобто:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma; \quad \tau_{\alpha} = 0.$$

При $\alpha = 90^{\circ}$, тобто в поздовжньому перерізі,

$$\sigma_{\alpha} = \tau_{\alpha} = 0.$$

Це означає, що поздовжні шари розтягнутого стрижня не мають один з одним силової взаємодії по бічних поверхнях. У цьому випадку розтягнення стрижня можна уподібнити розтягуванню пучка не пов'язаних одна з одною паралельних ниток.

Дотичне напруження τ_{α} має найбільше значення на площадках, нахилених під кутом 45° до осі розтягнутого стрижня:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}.$$

Треба відзначити, що перехід від довільної площадки (α) до площадки ($\alpha + 90^{\circ}$) не позначається на абсолютній величині дотичного напруження:

$$\left| \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \right| = \left| \frac{1}{2} \sigma \sin 2(\alpha + 90^{\circ}) \right|.$$

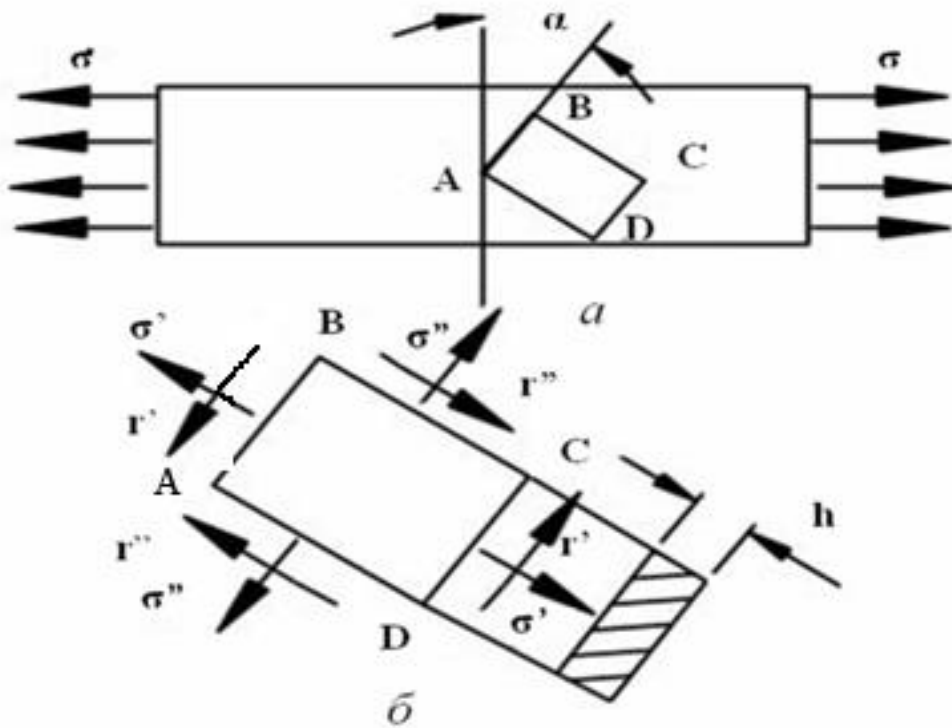
Отже, на двох взаємно перпендикулярних площадках (якщо відволіктися від знаків) дотичні напруження повинні бути рівними. Ця умова є загальною особливістю будь-якого напруженого стану й носить назву *закону парності дотичних напружень*.

Якщо з розтягнутого стрижня (рис. 26.5, а) виділити довільно узятий прямокутний елемент ABCD, то легко помітити, що незалежно від величин нормальних напружень σ' і σ'' , дотичні напруження τ' і τ'' повинні бути такої величини й мати такий напрямок, щоб моменти їхніх пар взаємно зрівноважувалися (рис. 26.5, б). Для прямокутного елемента, що має товщину h :

$$\tau' \cdot AB \cdot h \cdot AD = \tau'' \cdot AD \cdot h \cdot AB,$$

таким чином,

$$\tau' = \tau''.$$



a – схема розташування стрижня; б – напрямок напружень
 Рисунок 26.5 – Розподіл напружень у розтягнутому стрижні

При цьому вектори дотичних напружень у двох взаємно перпендикулярних площадках спрямовані або обидва до загального ребра (AC), або від загального ребра (BD).

27 ПОПЕРЕЧНИЙ ЗГИН БАЛКИ

Під згином розуміється такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса виникають згинальні моменти.

Якщо згинальний момент у перерізі є єдиним силовим фактором – згин називають чистим (поперечні й нормальні сили відсутні).

При наявності в поперечному перерізі, поряд із моментом, поперечних сил згин називають *поперечним*.

Якщо площина дії моменту, іменована силовою площиною, проходить через одну з головних центральних осей поперечного перерізу балки, згин називають простим або плоским. При цьому вісь балки після деформації залишається в силовій площині

Стрижень (брус), що працює, в основному, на вигин, називають *балкою*.

27.1 Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів

Основним завданням при розрахунку балок є визначення напружень і деформацій, які залежать від внутрішніх зусиль. Для визначення внутрішніх сил пружності в будь-якому перерізі балки застосовується метод перерізу.

У загальному випадку прямого згину в поперечних перерізах виникають два внутрішніх силових фактори: поперечна сила й згинальний момент.

Поперечна сила в будь-якому поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вісь y (на площину розглянутого поперечного перерізу) усіх зовнішніх сил, що діють по одну сторону від перерізу.

Згинаючим моментом у будь-якому поперечному перерізі бруса називається момент, чисельно рівний сумі алгебри моментів, обчислених відносно центра ваги перерізу всіх зовнішніх сил, що діють по одну сторону від перерізу.

Знаки поперечної сили Q_y і згинального моменту $M_{зг}$ визначаються не їхнім безпосереднім напрямком, а напрямком деформацій, які вони викликають.

Рекомендовані правила для визначення знаків поперечної сили й згинального моменту

Зовнішня сила, яка прагне повернути відсічену частину балки за годинниковою стрілкою навколо тієї точки осі, яка відповідає проведеному перерізу, викликає позитивну (додатну) поперечну силу, а зовнішня сила, яка прагне повернути відсічену частину балки проти годинникової стрілки навколо зазначеної точки, викликає негативну (від'ємну) поперечну силу (рис. 27.1).

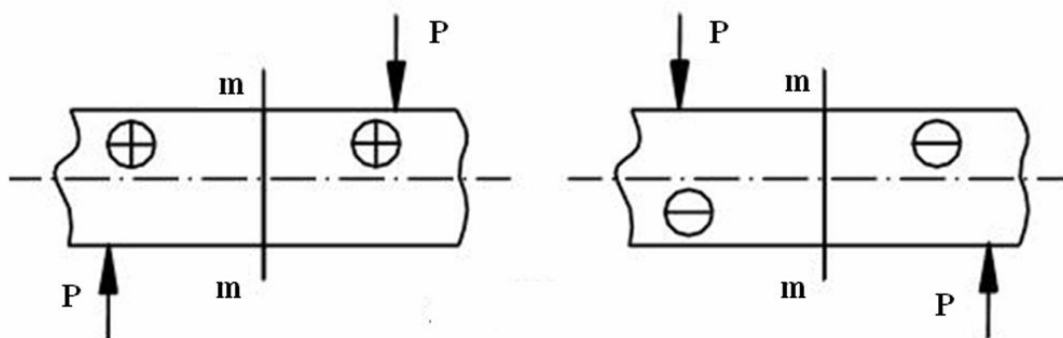


Рисунок 27.1 – Брус, навантажений зовнішньою силою

Зовнішня сила (пара сил), яка згинає відсічену частину балки щодо проведеного перерізу опуклістю вниз, дає додатний (позитивний) згинаючий момент. А зовнішня сила (пара сил), яка згинає відсічену частину балки щодо проведеного перерізу опуклістю вгору, дає від'ємний (негативний) згинаючий момент (рис. 27.2).

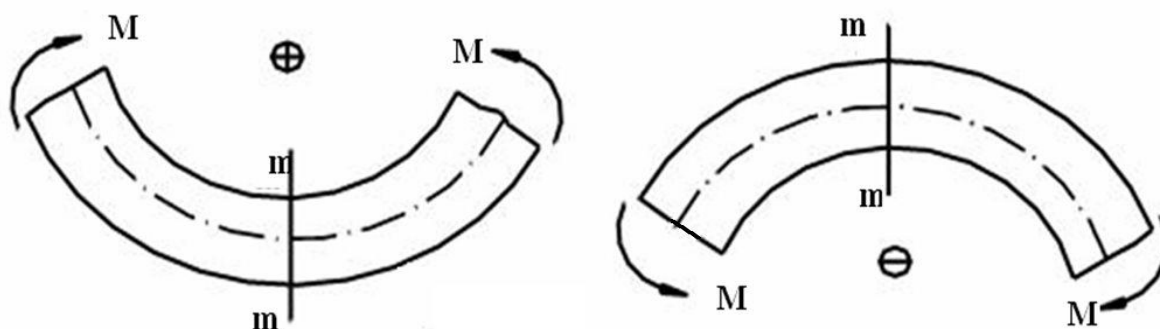


Рисунок 27.2 – Брус, навантажений моментом

Епюри дають наочне уявлення про характер зміни згинального моменту й поперечної сили по довжині балки й дозволяють установлювати місцезнаходження небезпечних перерізів.

27.2 Диференціальні залежності теорії вигину

Розглянемо балку, що лежить на двох опорах і навантажена в загальному випадку розподіленим навантаженням інтенсивності q і двома зосередженими силами F_1 і F_2 (рис. 27.3).

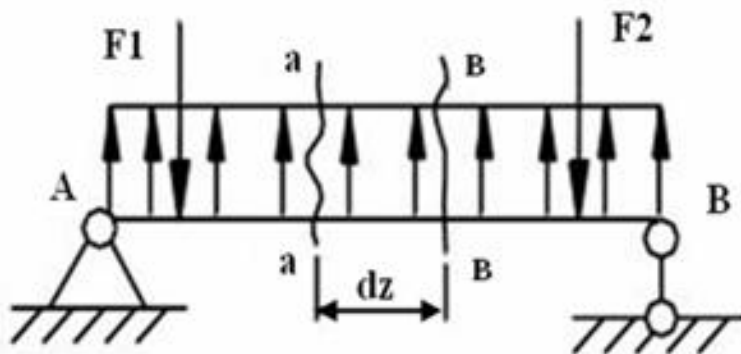


Рисунок 27.3 – Схема навантаження балки

Прийнятий напрямок для q будемо вважати позитивним. Двома нескінченно близькими перерізами $a-a$ і $b-b$ виріжемо елемент балки dz так, щоб у цей інтервал не потрапило зосереджене навантаження. Діюче на довжині елемента dz навантаження q вважаємо рівномірним.

Відкинувши ліву частину балки, відшкодуємо її вплив на вирізаний елемент балки силою Q і моментом M . Відкинувши праву частину балки, замінимо її дію на елемент силою $Q + dQ$ і моментом $M + dM$ (рис. 27.4). Вирізаний елемент балки повинен перебувати в рівновазі.

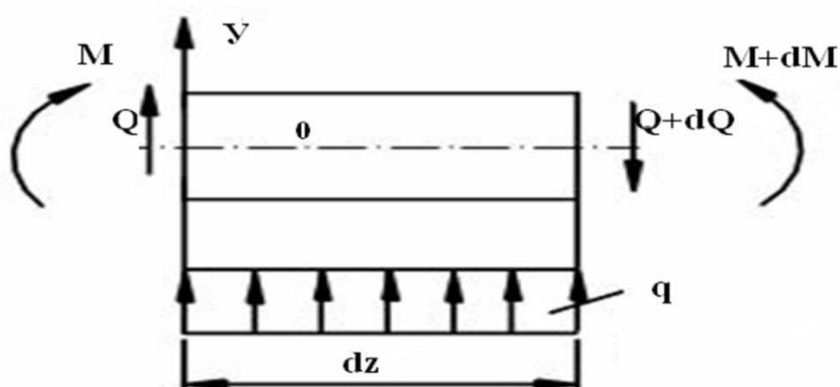


Рисунок 27.4 – Дія навантаження на виділений елемент

Спроекуємо всі сили на вертикальну вісь і прирівняємо їхню суму нулю:

$$Q - Q - dQ + q \cdot dz = 0;$$

$$q \cdot dz = dQ;$$

$$q = \frac{dQ}{dz}. \quad (60)$$

Похідна від поперечної сили по абсцисі перерізу дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження в тому ж перерізі.

Складемо суму моментів усіх сил відносно центра ваги т. О (або щодо поперечної осі):

$$\sum M_0(\bar{F}_i) = 0;$$

$$M - M - dM + Q \cdot dz + q \cdot dz \frac{dz}{2} = 0;$$

$$q \frac{dz^2}{2} = 0; \quad Q \cdot dz = dM.$$

Малу величину другого порядку прирівнюємо до 0:

$$Q = \frac{dM}{dz}. \quad (61)$$

Похідна від згинального моменту по абсцисі перерізу дорівнює поперечній силі в цьому ж перерізі.

Візьмемо похідну отриманого виразу по абсцисі перерізу:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz}; \quad (62)$$

$$q = \frac{d^2 M}{dz^2} \text{ – теорема Д. І. Журавського.}$$

Друга похідна від згинального моменту по абсцисі перерізу дорівнює інтенсивності навантаження.

З'ясовані диференціальні залежності дозволяють установити якісний характер зміни епюр поперечних сил і згинальних моментів на ділянці балки.

27.3 Перевірка правильності побудови епюр поперечних сил і згинальних моментів

Існують наступні правила перевірки епюр.

1. Якщо на якійсь ділянці балки інтенсивність $q = 0$, то епюра поперечних сил Q_y на цій ділянці повинна являти собою пряму лінію, паралельну осі z , а епюра моментів – похилу пряму з додатним нахилом, якщо $Q_y > 0$, і від’ємним, якщо $Q_y < 0$.

2. Якщо на якійсь ділянці інтенсивність $q = \text{const}$ і не дорівнює нулю, то ця епюра поперечних сил повинна являти собою похилу лінію з додатним нахилом, якщо $q > 0$, і від’ємним нахилом, якщо $q < 0$.

Додатний нахил – напрямок у сторону додатного напрямку осі z .

Епюра згинальних моментів на цій ділянці повинна являти собою параболічну криву з опуклістю, оберненою назустріч розподіленому навантаженню.

3. У перерізах, де епюра поперечних сил Q_y переходить через нуль, на епюрі згинальних моментів M_x має місце екстремум: \max , якщо епюра Q_y переходить із додатних значень на від’ємні, і \min , якщо навпаки.

4. У перерізах під зосередженою силою на епюрі поперечних сил Q_y є стрибок на величину цієї сили, а на епюрі згинальних моментів $M_{зг}$ – різка зміна кута нахилу суміжних ділянок епюри (злам).

5. У перерізах, де прикладений зовнішній згинальний момент, епюра згинальних моментів $M_{зг}$ має стрибок на величину цього моменту. На епюрі поперечних сил Q_y це не позначається.

При перевірці правильності побудови епюр слід рухатися уздовж балки в одному напрямку вздовж осі z , тобто зліва направо.

27.4 Напруження при згині

Розглянемо найбільш простий випадок згину – чистий згин. Під чистим згином розуміється такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса виникають тільки згинальні моменти, а поперечні сили $Q = 0$. Характер деформації при чистому згині легко виразити за допомогою гумової моделі бруса прямокутного перерізу з нанесеною прямокутною сіткою ліній.

При дії на балку згинальних моментів відбувається її деформація: нижня частина балки подовжується, верхня коротшає. Перехід від подовження до вкорочення відбувається безперервно.

У середині бруса (балки) існує поздовжній шар, який викривляється, але не змінює своєї довжини. Він називається нейтральним шаром, а лінія його перетину з поперечною площиною перерізу називається нейтральною лінією або нейтральною віссю.

Прямокутна сітка ліній по поверхні моделі (гумовій) при чистому вигині (рис. 27.5) деформується так:

- 1) поздовжні лінії викривляються по дузі кола;
- 2) контури поперечних перерізів залишаються плоскими;
- 3) лінії контурів перерізів усюди перетинаються з поздовжніми волокнами під прямим кутом.

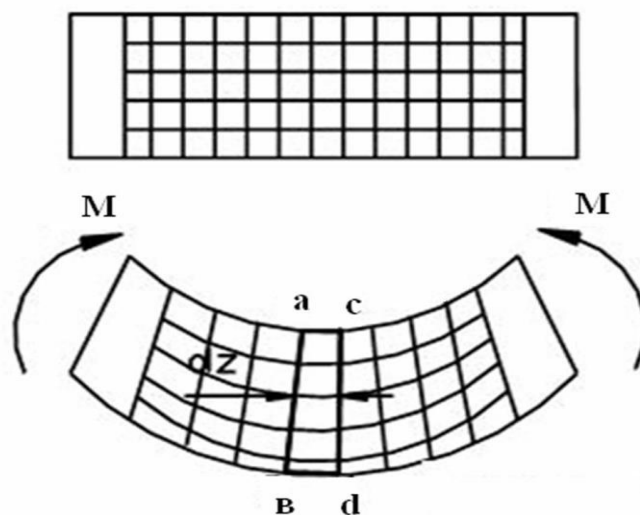


Рисунок 27.5 – Модель бруса прямокутного перерізу

Допущення, прийняті при розрахунку на згин:

1. При чистому вигині поперечні перерізи, які були плоскими до деформації, залишаються плоскими й під час деформації (гіпотеза плоских перерізів).

2. Поздовжні волокна балки одне на одного не тиснуть, отже, під дією нормальних зусиль відчувають просте розтягнення або стискання.

3. Деформація волокон не залежить від їхнього положення по ширині перерізу, отже, нормальне напруження, змінюючись по висоті перерізу, залишається по ширині однаковим.

Установимо залежність між згинальним моментом, що діє в перерізі, і нормальними напруженнями, що виникають при цьому, а також визначимо закон розподілу нормальних напружень по перерізу.

Нехай прямолінійна балка, що має подовжню вертикальну площину симетрії, піддається чистому згину під впливом силових факторів, що діють у цій площині.

Зазначена площина називається площиною згину. Виділимо елемент балки (рис. 27.6), обмежений двома поперечними перерізами, що знаходяться на нескінченно малій відстані dS один від одного.

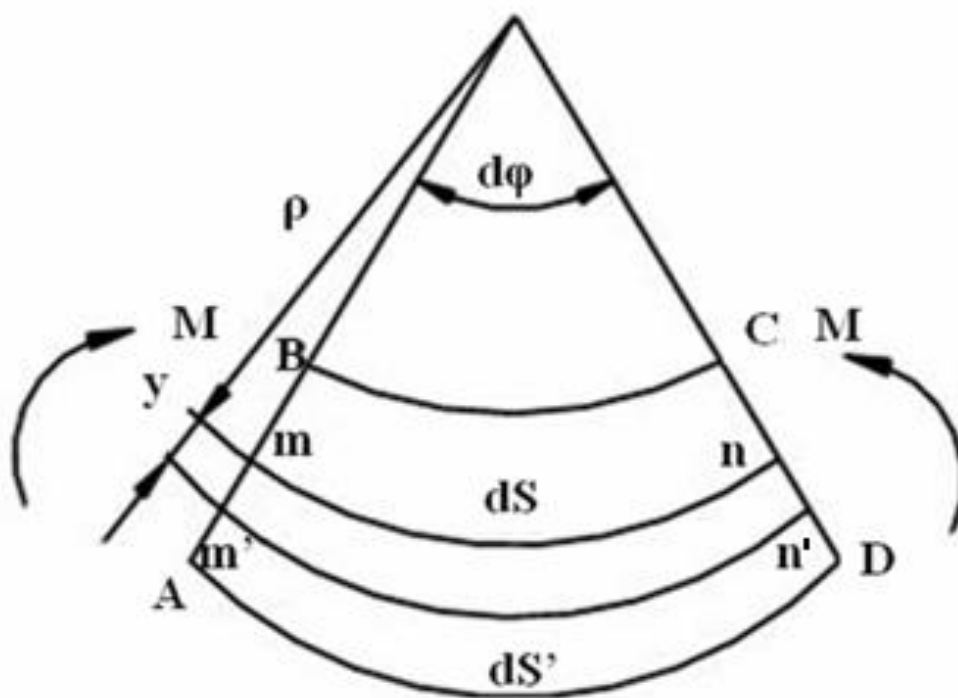


Рисунок 27.6 – Елемент балки, обмежений перерізами

При вигині вісь балки викривляється, а перерізи, що обмежують виділений елемент балки, повертаються навколо нейтральних осей, що проходять через т. m і n , і, зайнявши положення AB і CD , утворюють кут $d\varphi$. Зазначені перерізи залишаються плоскими, а відстані між поздовжніми шарами балки не змінюються. Дуга mn , що належить нейтральному шару, зберігає свою початкову довжину dS , а довжина дуги $m'n'$, що відстоїть на відстані y від нейтрального шару, набуває значення dS' . Радіус кривизни дуги mn позначимо через ρ .

$$\text{Маємо: } dS = \rho \cdot d\varphi; dS' = (\rho + y) \cdot d\varphi.$$

Відносне подовження дуги

$$\varepsilon = \frac{dS' - dS}{dS} = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}. \quad (63)$$

Величина відносної деформації волокон згинального бруса прямо пропорційна їхній відстані до нейтрального шару.

Оскільки волокна бруса при згині відчувають тільки розтягнення або стискання, то для визначення нормальних напружень користуємося законом Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon.$$

Підставивши замість ε його вираження (63), отримаємо

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (64)$$

Нормальні напруження в поперечному перерізі зігнутої балки прямо пропорційні відстаням від розглянутих точок до нейтральної осі, тобто зміна напружень по перерізу в площині згину підпорядковується лінійному закону.

Координата y в отриманому виразі (64) відраховується від центральної осі, перпендикулярної до площини кривизни, а величина $1/\rho$ є кривизною нейтрального шару, або кривизною осі бруса.

Для нейтрального шару $y = 0$. Отже, для цього шару $\sigma = 0$ і при $y = y_{\max}$ буде і $\sigma = \sigma_{\max}$. При переході за нейтральний шар знак y змінюється, змінюється і знак напруження σ . Максимальні напруження в перерізі будуть у точках, для яких відстань y найбільша, тобто у верхнього й нижнього шарів перерізу (рис. 27.7)

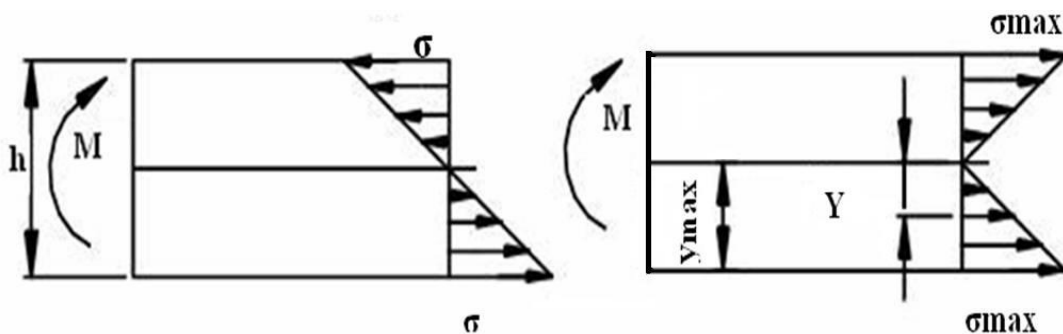


Рисунок 27.7 – Розподіл нормальних напружень

Для визначення радіуса кривизни нейтрального шару виділимо з площі поперечного перерізу елементарну площадку dA , яка знаходиться на відстані y від нейтральної лінії (рис. 27.8).

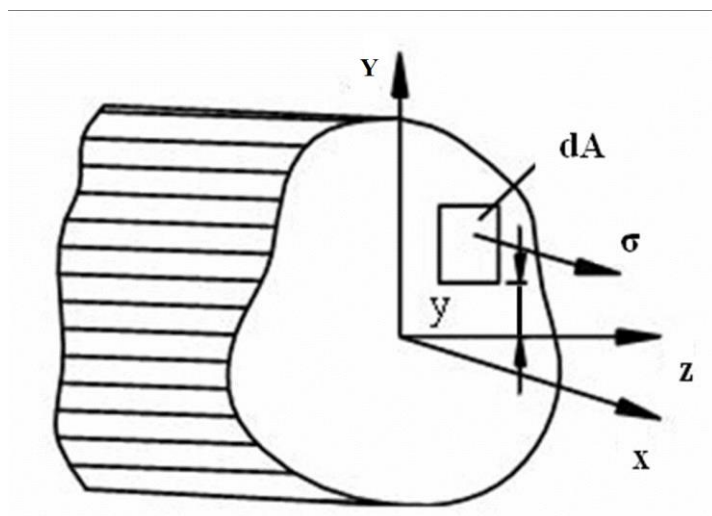


Рисунок 27.8 – Елементарна площадка

Елементарна нормальна сила, що діє в цій площадці, дорівнює

$$dN = \sigma \cdot dA = \frac{E \cdot y}{\rho} dA.$$

Оскільки всі сили пружності, що діють у перерізі, повинні на підставі умови рівноваги давати тільки момент, рівний зовнішньому моменту, то сума проекцій їх на вісь балки x повинна дорівнювати нулю, тобто

$$\int_A \frac{E \cdot y}{\rho} dA = 0 \quad \text{або} \quad \frac{E}{\rho} \int_A y \cdot dA = 0.$$

Відношення $\frac{E}{\rho} \neq 0$, отже, $\int_A y \cdot dA = 0$, $\int_A y dA = S_z$ – статичний момент площі поперечного перерізу відносно нейтральної лінії.

Елементарний момент внутрішньої сили, що діє на площадці dA щодо нейтральної осі z , дорівнює

$$dN \cdot y = \frac{E}{\rho} y \cdot dA \cdot y = \frac{E}{\rho} y^2 \cdot dA.$$

Сума всіх елементарних моментів внутрішніх сил пружності, за умовами рівноваги, повинна дорівнювати зовнішньому моменту, тобто

$$\int_A \frac{E}{\rho} y^2 \cdot dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 \cdot dA = M_{3z}.$$

Інтеграл $\int_A y^2 \cdot dA = I_z$ – момент інерції площі поперечного перерізу відносно нейтральної осі.

Тоді $\frac{E}{\rho} I_z = M_{3z}$, або $\frac{1}{\rho} = \frac{M_{3z}}{E \cdot I_z}$, де $E \cdot I$ називається жорсткістю балки (при згині).

Визначивши з останнього виразу й підставивши його значення в рівняння (64), отримуємо:

$$\sigma = \frac{M_{3z} \cdot y}{I_z} \quad (65)$$

– нормальні напруження при згині.

Максимальне напруження при згині виникає в точках, найбільш віддалених від нейтральної лінії:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{3z} \cdot y_{\max}}{I_z}. \quad (66)$$

Якщо величина моменту по довжині бруса змінюється, то для визначення максимальних напружень треба брати той переріз, де згинальний момент має максимальне значення. Такий переріз бруса називається небезпечним перерізом.

Позначимо момент опору перерізу при згині

$$W_z = \frac{I_z}{y_{\max}}. \quad (67)$$

Тоді

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{3z \max}}{W_z}. \quad (68)$$

Умова міцності для балок, виготовлених з матеріалу, який однаково чинить опір розтягуванню і стисканню, має вигляд

$$|\sigma_{\max}| = \frac{|M_{z \max}|}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (69)$$

Розглянемо моменти інерції і моменти опору найпростіших перерізів (рис. 27.9).

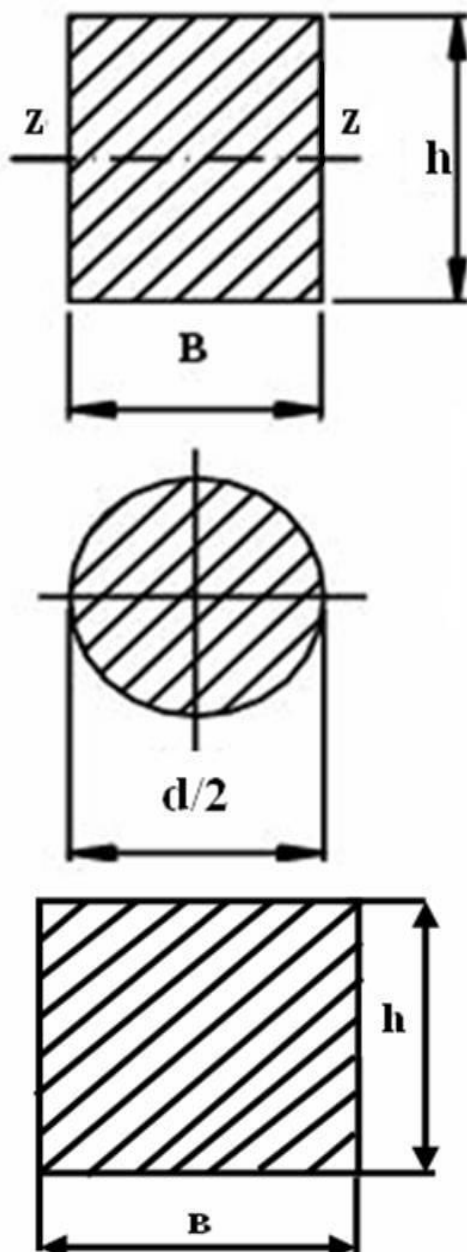


Рисунок 27.9 – Форми перерізу бруса

Прямокутний:

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}, \quad y_{\max} = \frac{h}{2}, \quad W_z = \frac{I_z}{h/2} = \frac{b \cdot h^3 \cdot 2}{12 \cdot h} = \frac{b \cdot h^2}{6}.$$

Круглий:

$$I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64}; \quad y_{\max} = \frac{d}{2}; \quad W_z = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3.$$

Квадратний (для нього $b = h$):

$$I_z = \frac{h^4}{12}; \quad y_{\max} = \frac{h}{2}; \quad W_z = \frac{I_z}{h/2} = \frac{h^4 \cdot 2}{12 \cdot h} = \frac{h^3}{6}.$$

28 ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ БРУСА

28.1 Статичні моменти перерізів

Розглянемо поперечний переріз бруса, пов'язаний із координатними осями z і y .

Виділимо елемент площі dA з координатами z , y (рис. 28.1).

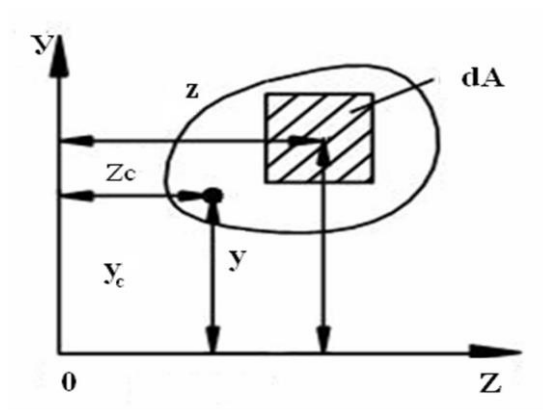


Рисунок 28.1 – Геометричні характеристики поперечного перерізу бруса

Розглядаючи елементарну площадку як силу, а її відстань від осі як плече сили, можна скласти вираз і для моменту площі, який називається *статичним моментом площі*.

Добуток елемента площі dA на відстані y від осі z : $dsz = y \cdot dA$ – називається статичним моментом площі щодо осі z ; $dSy = z \cdot dA$ – називається статичним моментом площі щодо осі y .

Підсумувавши такі добутки по всій площі фігури, отримаємо статичні моменти площі щодо осей z і y :

$$\begin{aligned} S_z &= \int_A y \cdot dA \\ S_y &= \int_A z \cdot dA \end{aligned} \quad (70)$$

Статичний момент площі A щодо будь-якої осі дорівнює добутку всієї площі на відстань її центра ваги від цієї осі:

$$\begin{aligned} S_z &= A \cdot y_c, \\ S_y &= A \cdot z_c. \end{aligned} \quad (71)$$

де z_c, y_c – координати центру ваги фігури:

$$y_c = \frac{S_z}{A}; \quad z_c = \frac{S_y}{A}.$$

Якщо вісь, щодо якої визначається статичний момент, проходить через центр ваги площі, то статичний момент відносно цієї осі дорівнює нулю.

При $y_c = 0, z_c = 0$ и $S_z = A \cdot 0 = 0; S_y = A \cdot 0 = 0$.

Якщо складна фігура (рис. 28.2) може бути розбита на прості фігури, площі й центри ваги яких легко визначаються, то статичний момент усієї фігури щодо будь-якої осі може бути знайдений як сума статичних моментів окремих її частин щодо тієї ж осі:

$$A = A_1 + A_2;$$

$$S_z = A_1 \cdot y_{c1} + A_2 \cdot y_{c2};$$

$$S_z = A \cdot y_c;$$

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_{c1} + A_2 \cdot y_{c2}}{A}.$$

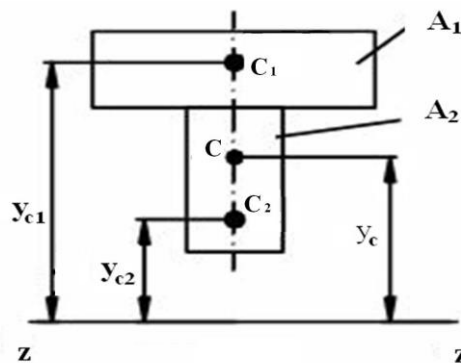


Рисунок 28.2 – Складна фігура

28.2 Осьові й полярні моменти інерції площі фігури. Відцентровий момент інерції

Осьовим (екваторіальним) моментом інерції площі фігури відносно будь-якої осі, що лежить в її площині, називається сума добутків елементарних площадок на квадрати відстаней їх до цієї осі:

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA.$$

Полярним моментом інерції (моментом інерції щодо полюса) називають узятую по всій площі перерізу суму добутків елементарних площадок на квадрати їхніх відстаней до цього полюса.

Поєднавши dA з початком координат (рис. 28.3), за теоремою Піфагора маємо:

$$\rho^2 = x^2 + y^2;$$

$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 \cdot dA + \int_A y^2 \cdot dA.$$

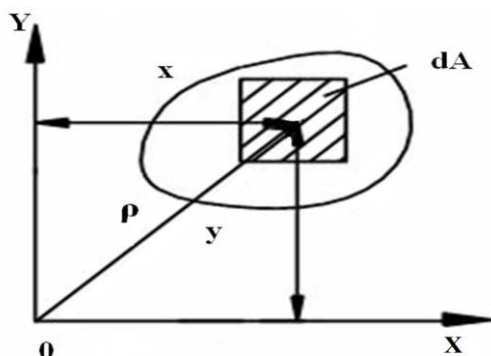


Рисунок 28.3 – Схема для визначення осьових і полярних моментів інерції

Отже,

$$I_p = I_x + I_y. \quad (72)$$

Формула (72) справедлива для будь-яких двох взаємно перпендикулярних осей. Отже, при всіляких поворотах осей щодо початку координат сума осьових моментів інерції залишається величиною постійною і рівною полярному моменту інерції.

Головні осі інерції в центрі ваги фігури називають головними центральними осями інерції.

Моменти інерції відносно головних центральних осей інерції називають головними моментами інерції.

Осьові моменти інерції завжди позитивні, оскільки позитивною вважається площа dA .

Відцентровим моментом інерції площі фігури називають взятую по всій площі перерізу суму добутків елементарних площадок на обидві координати в певній прямокутній системі осей:

$$I_{xy} = \int_A x \cdot y \cdot dA. \quad (73)$$

Відцентровий момент інерції може бути величиною позитивною, негативною і рівною нулю. Знак відцентрового моменту залежить від знаків доданків x , y і dA .

Має розмірність $[см^4]$.

Момент інерції складної фігури дорівнює сумі моментів інерції її частин.

28.3 Формули переходу для моментів інерції при паралельному перенесенні осі

Осі, що проходять через центр ваги фігури, називають центральними осями, а момент інерції фігури, узятий відносно центральної осі, – центральним моментом інерції.

Нехай для будь-якої фігури вісь x – центральна вісь, щодо якої момент інерції I_x відомий (рис. 28.4).

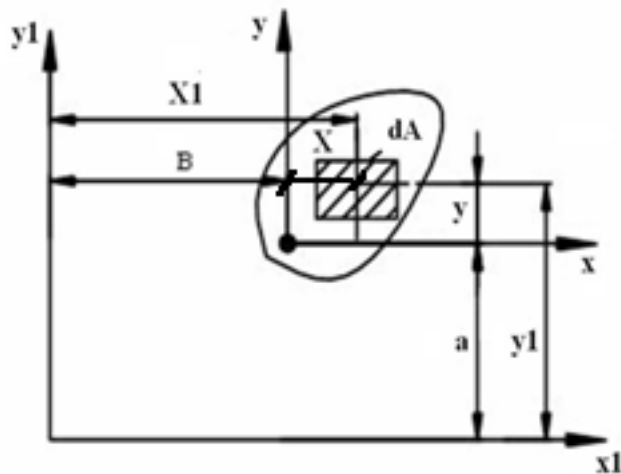


Рисунок 28.4 – Схема для визначення моментів інерції при паралельному перенесенні осей

Потрібно визначити момент інерції I_{x1} фігури щодо іншої осі $x1$, паралельної центральній і віддаленої від неї на відстань a :

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA; \quad I_{x1} = \int_A y_1^2 \cdot dA,$$

$y_1 = y + a$, тоді

$$I_{x1} = \int_A (y + a)^2 dA = \int_A y^2 \cdot dA + 2 \cdot a \int_A y \cdot dA + a^2 \int_A dA.$$

$\int_A y dA = 0$, оскільки він представляє статичний момент площі фігури відносно осі x , що проходить через центр ваги фігури.

Отже,

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A. \quad (74)$$

Момент інерції фігури відносно будь-якої осі дорівнює моменту інерції щодо осі, їй паралельної, і проходить через центр ваги, плюс добуток площі фігури на квадрат відстані між осями.

Нехай відцентровий момент інерції будь-якої фігури щодо її центральних осей x і y відомий, потрібно визначити відцентровий момент інерції цієї фігури відносно інших осей, x_1 і y_1 , паралельних центральним.

$$I_{xy} = \int_A x \cdot y \cdot dA,$$

$$I_{x_1 y_1} = \int_A x_1 \cdot y_1 \cdot dA,$$

де $x_1 = x + b$; $y_1 = y + a$.

Тоді

$$I_{x_1 y_1} = \int_A (x + b)(y + a) dA = \int_A x \cdot y \cdot dA + b \int_A y \cdot dA + a \int_A x \cdot dA + a \cdot b \int_A dA.$$

Статичні моменти щодо осей, що проходять через центр ваги фігури:

$$\int_A y \cdot dA = 0$$

$$\int_A x \cdot dA = 0.$$

Тоді

$$I_{x_1 y_1} = I_{xy} + a \cdot b \cdot A. \quad (75)$$

Відцентровий момент інерції щодо довільних осей, паралельних центральним, дорівнює відцентровому моменту інерції відносно центральних осей плюс площа фігури, помножена на координати її центру ваги щодо довільних осей.

28.4 Приклади розрахунку моментів інерції деяких простих фігур

Прямокутник

Виділимо в прямокутнику з висотою h і шириною b елементарну смужку dy , віддалену від центральної осі z на відстань y (рис. 28.5).

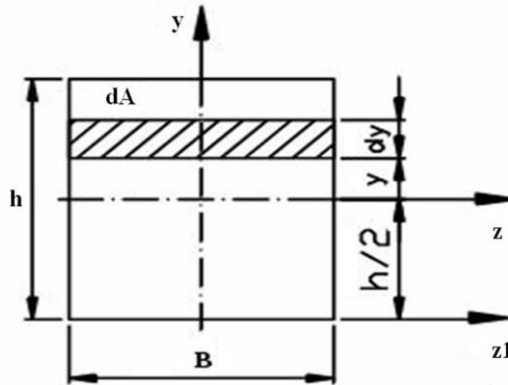


Рисунок 28.5 – Розрахункова схема прямокутника

$$I_z = \int_A y^2 \cdot dA,$$

де $dA = b \cdot dy$, тоді

$$I_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \cdot b \cdot dy = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \cdot dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^3}{12}.$$

Квадрат

Для квадрата $b = h$, отже

$$I_z = \frac{h^4}{12}. \quad (76)$$

Коло

Виділимо в колі елементарну площу у вигляді кільця радіусом ρ і шириною $d\rho$ (рис. 28.6).

Площа кільця

$$dA = 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho.$$

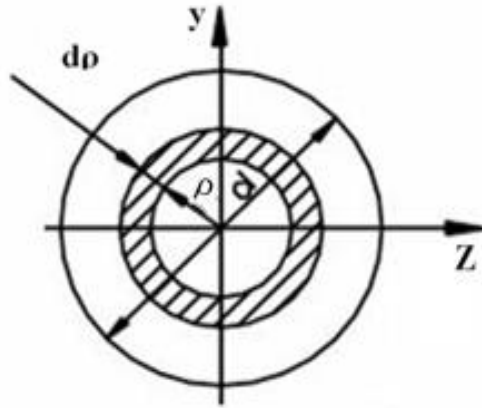


Рисунок 28.6 – Розрахункова схема для кола

Визначимо величину полярного моменту інерції відносно центру кола:

$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_A \rho^2 \cdot 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho = 2\pi \int_0^{\frac{d}{2}} \rho^2 \cdot d\rho$$

або

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0,1d^4 .$$

29 КРУЧЕННЯ ВАЛІВ

Кручення – вид навантаження бруса, при якому у всіх поперечних перерізах із шести можливих внутрішніх силових факторів діє тільки один – крутний момент щодо поздовжньої осі (z).

Стрижні, які працюють на кручення, називають *валами* (рис. 29.1).

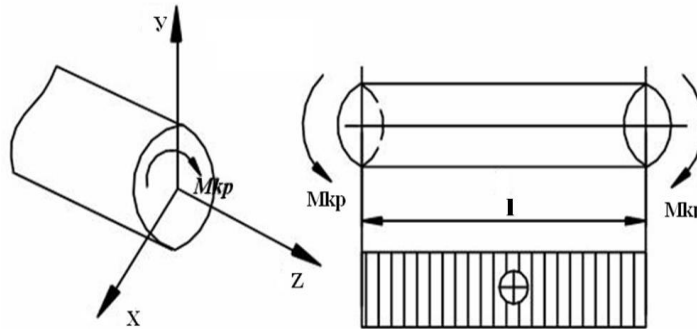


Рисунок 29.1 – Кручення вала

Теорія кручення круглого стрижня заснована на трьох припущеннях:

1) плоскі поперечні перерізи бруса залишаються плоскими і в ході деформації;

2) радіуси поперечних перерізів при деформації залишаються прямими;

3) відстані між поперечними перерізами не змінюються.

За позитивний напрямок моменту прийнято такий, при якому зовнішні моменти, прикладені до вала, обертають відсічену частину за годинниковою стрілкою, якщо дивитися з боку проведеного перерізу.

Діаграма, що показує величини крутного моменту по довжині вала, називається епюрою крутних моментів.

У будь-якому перерізі вала діє момент, який дорівнює сумі крутних моментів, що лежать по одну сторону від цього перерізу.

29.1 Напруження й деформації при крученні

Розглянемо вал, один кінець якого закріплений у нерухомій площині (рис. 29.2).

Під дією крутного моменту, прикладеного до вільного кінця, будь-який переріз на відстані z від прикладення повертається щодо закріпленого перерізу на деякий кут φ – кут закручування.

Внутрішній крутний момент у поперечному перерізі визначаємо з виразу

$$M_{кр} = \int_A \rho \cdot \tau \cdot dA,$$

де τ – дотичне напруження, що діє на елементарній площадці dA , розташованій на деякій відстані s від центру перерізу.

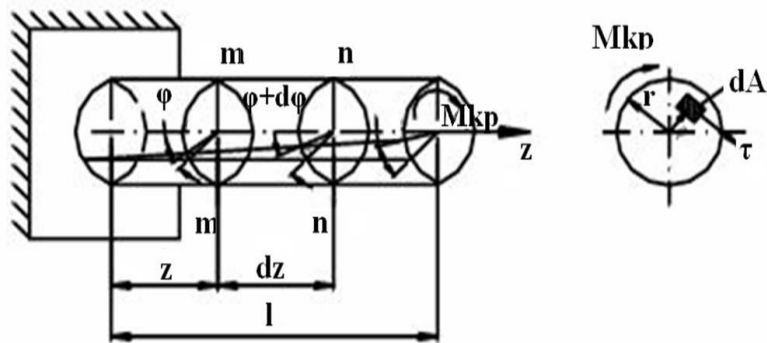


Рисунок 29.2 – Навантаження вала моментом

Розглянемо ділянку довжиною dz , виділену з досліджуваного вала (рис. 29.3).

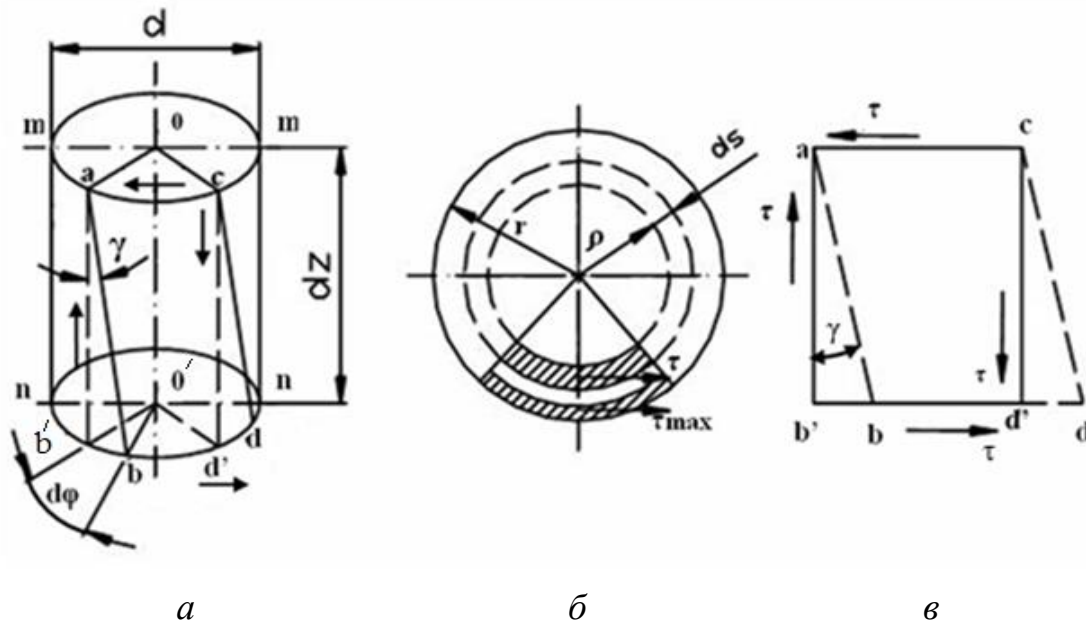


Рисунок 29.3 – Деформація прямокутного елемента $ab'd'c$

Нехай кут повороту поперечного перерізу $m-m$ щодо закріплення буде φ , тоді кут повороту перерізу $n-n$, розташованого на відстані dz , буде $\varphi + d\varphi$.

Отже, кут закручування ділянки стрижня довжиною dz дорівнює $d\varphi$.

Розглянемо деформацію прямокутного елемента $ab'd's$ (рис. 29.3, в) нескінченно малої товщини. Оскільки радіуси залишаються прямими, то відрізок $o'b'$ (рис. 29.3, а), повертаючись у площині поперечного перерізу на кут закручування $d\varphi$, займе положення $o'b$. При цьому твірна ab' переміститься в нове положення ab , склавши з початковим кут γ .

Аналогічно твірна cd' перейде в положення cd .

Кут γ називається кутом відносного зсуву:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{b'b}{ab'} \approx \gamma.$$

Ураховуючи, що $ab' = dz$, а $bb' = r \cdot d\varphi$, то $\gamma = r \frac{d\varphi}{dz}$.

Величина $\frac{d\varphi}{dz}$ є відносним кутом закручування θ . Вимірюється в $[\text{см}^{-1}]$.

$$\gamma = \theta \cdot r \quad (78)$$

Якщо подумки уявити аналогічний елемент, виділений усередині стрижня на довільній циліндричній поверхні радіуса ρ , то

$$\gamma = \theta \cdot \rho. \quad (79)$$

Оскільки елемент перебуває в умовах чистого зсуву за законом Гука, з урахуванням виразу (75), отримаємо

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \theta \cdot \rho, \quad (80)$$

де G – коефіцієнт пропорційності, який називається модулем пружності при зсуві, або модулем пружності другого роду.

Підставляючи значення дотичних напружень у формулу для визначення значень крутного моменту, отримаємо

$$M_{кр} = G \cdot \theta \int_A \rho^2 \cdot dA. \quad (81)$$

Полярний момент інерції перерізу

$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA. \quad (82)$$

Таким чином, отримуємо

$$M_{кр} = G \cdot \theta \cdot I_p. \quad (83)$$

Звідси отримаємо формулу для відносного кута закручування круглого стрижня:

$$\theta = \frac{M_{кр}}{G \cdot I_p}, \quad (84)$$

де GI_p – жорсткість перерізу стрижня при крученні.

Взаємний кут закручування двох перерізів, розташованих на відстані l ,

$$\varphi = \theta \cdot l = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot I_p}. \quad (85)$$

Повний кут закручування циліндра прямо пропорційний крутному моменту й довжині циліндра й обернено пропорційний жорсткості при крученні.

Для визначення дотичного напруження τ у будь-якій точці перерізу у вираз (80) замість θ підставимо його формулу (84):

$$\tau = \frac{M_{кр} \rho}{I_p}. \quad (86)$$

Дотичні напруження в поперечному перерізі розподілені уздовж радіуса за лінійним законом і мають найбільше значення в точках, найбільш віддалених від осі стрижня. При цьому

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр} \cdot r}{I_p} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (87)$$

$W_p = \frac{I_p}{r}$ – полярний момент опору (см^3).

Полярний момент опору для круглого суцільного перерізу

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3.$$

Умова міцності при крученні вала

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau], \quad (88)$$

де $[\tau]$ – допустиме напруження при крученні, МПа.

Умова жорсткості при крученні вала

$$\theta_{\max} = \frac{M_{кр}}{GI_p} \leq [\theta]. \quad (89)$$

Запишемо розрахункову формулу для визначення діаметра вала з умови міцності при крученні:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{кр}}{\pi[\tau]}}. \quad (90)$$

Запишемо розрахункову формулу для визначення діаметра вала з умови жорсткості при крученні:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{кр}}{G\pi[\theta]}}. \quad (91)$$

Полярний момент інерції для суцільного вала

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4.$$

$[\theta]$ – допустимий відносний кут закручування, рад/м;

$[\theta^\circ]$ – допустимий відносний кут закручування, °.../м;

Величини $[\theta]$ и $[\theta^\circ]$ пов'язані співвідношенням

$$[\theta^\circ] = \frac{180^\circ}{\pi} [\theta]. \quad (92)$$

30 ДОТИЧНІ НАПРУЖЕННЯ ПРИ ЗГИНАННІ. ФОРМУЛА ЖУРАВСЬКОГО

При поперечному згинанні в поперечних перерізах балки поряд із нормальними напруженнями виникають дотичні, пов'язані з наявністю поперечної сили.

Визначимо наближено величину дотичних напружень при поперечному згині.

Візьмемо балку прямокутного перерізу ($h \cdot b$), яка згинається силою F . Проведемо на лівій ділянці балки два поперечних перерізи $m-m$ і $n-n$, віддалених один від одного на відстані dx , і подовжній переріз ab , паралельний нейтральному шару, на відстані y_0 від останнього (рис. 30.1).

З епюр видно, що в обох перерізах Q і M додатні, причому в перерізі $m-m$ маємо Q і M , а в перетині $n-n$ – Q і $(M + dM)$. Таким чином, у проведених перерізах діють нормальні й дотичні напруження.

По бічних сторонах паралелепіпеда, утвореного площинами перерізів, будуть діяти стискаючі нормальні зусилля N_1 і N_2 , викликані згинальними моментами ($N_1 < N_2$, оскільки $M < M + dM$).

Крім того, по бічних гранях будуть діяти дотичні зусилля, викликані поперечними силами.

Нормальні напруження на лівому й правому торцях виділеного елемента визначаються формулами:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z}; \quad \sigma = \frac{M + dM}{I_z} y.$$

Елементарне нормальне зусилля, що діє на нескінченно малу площадку dA (див. рис. 30.1), що знаходиться на відстані y від нейтральної осі, дорівнює:

$$dN_1 = \sigma dA = \frac{M \cdot y}{I_z} dA,$$
$$N_1 = \int_A \sigma \cdot dA = \int_A \frac{M \cdot y}{I_z} dA = \frac{M}{I_z} \int_A y \cdot dA,$$

де N_1 – нормальне зусилля, що діє на всю ліву грань паралелепіпеда.

Аналогічно знаходимо величину сили N_2 , що діє на праву бокову грань паралелепіпеда:

$$N_2 = \frac{M + dM}{I_z} \int_A y dA.$$

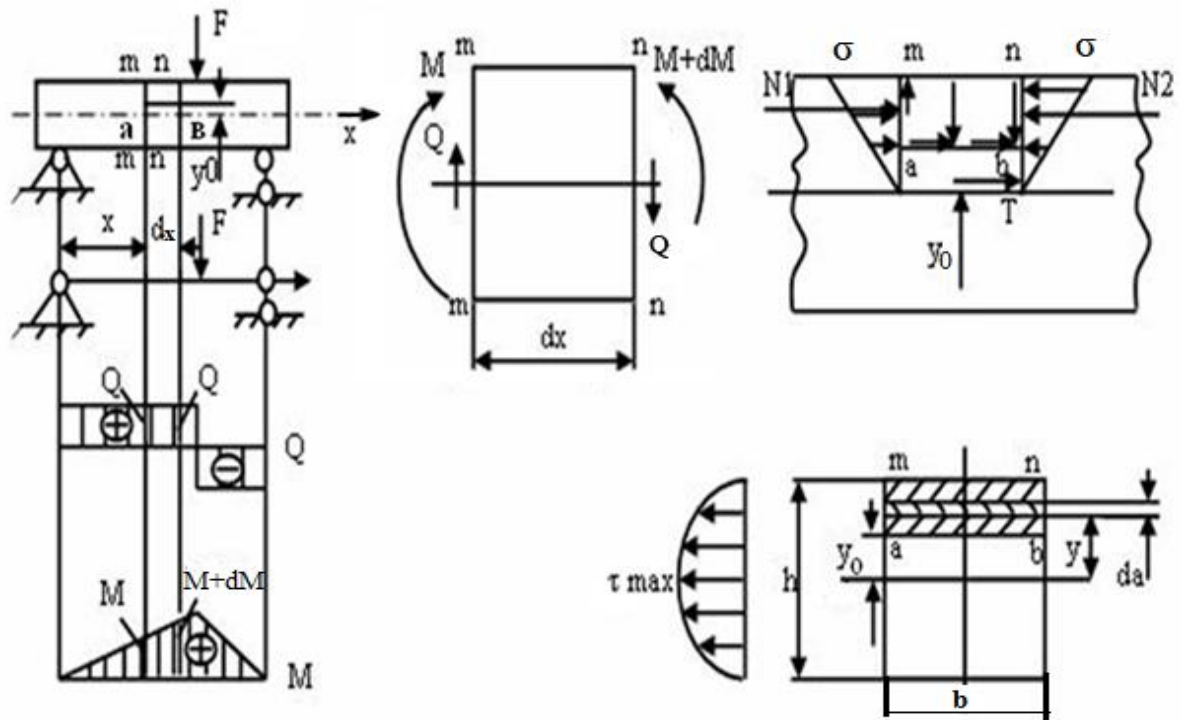


Рисунок 30.1 – Розподіл напружень

Величина результуючої T дотичних зусиль, якщо вважати зусилля розподіленими рівномірно на нескінченно малій довжині dx , дорівнює

$$T = \tau \cdot v \cdot dx \quad .$$

Запишемо умову рівноваги виділеної частини балки:

$$\sum X = N_2 - N_1 - T = 0 \quad .$$

Або

$$\frac{M + dM}{I_z} \int_A y \cdot dA - \frac{M}{I_z} \int_A y \cdot dA - \tau \cdot v \cdot dx = 0 ;$$

$$\frac{dM}{I_z} \int_A y \cdot dA = \tau \cdot v \cdot dx ,$$

$\int_A y \cdot dA = S_z$ - статичний момент площі відносно нейтральної осі.

Тоді

$$\frac{dM}{I_z} \cdot S_z = \tau \cdot b \cdot dx,$$

де

$$\tau = \frac{dM \cdot S_z}{I_z \cdot b \cdot dx},$$

оскільки

$$\frac{dM}{dx} = Q, \quad (93)$$

то маємо (формула Журавського)

$$\tau = \frac{Q \cdot S_z}{I_z \cdot b}. \quad (94)$$

Там, де нормальні напруження від згинального моменту мають найбільші значення, дотичні напруження дорівнюють нулю. Для перерізів, у яких ширина b залишається по всьому перерізу сталою, найбільші дотичні напруження будуть у нейтральному шарі, оскільки для нейтрального шару статичний момент має максимальне значення:

$$\tau_{\max} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot A}, \quad (95)$$

де $A = b \cdot h$ – для прямокутного перерізу.

Підбір перерізів. Переріз є раціональним, якщо він забезпечує міцність певної балки при мінімальній її вазі, тобто при мінімальній площі перерізу (рис. 30.2).

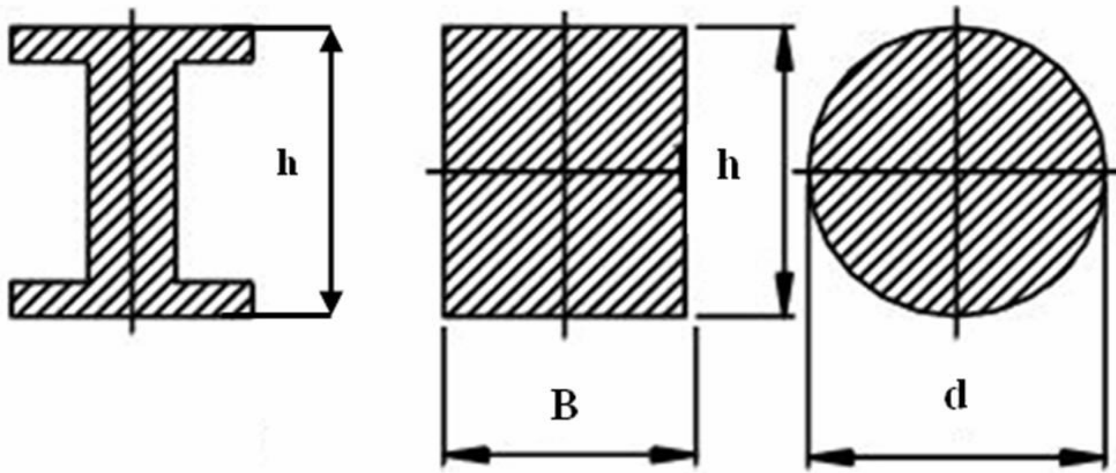


Рисунок 30.2 – Перерізи балки

У ряді випадків, крім форми перерізу, велике значення має і його розташування – орієнтування щодо силової площини.

Найбільш раціональним є двотавровий переріз, поставлений так, щоб його нейтральна лінія збігалася з віссю, щодо якої $I_z = I_{\max}$.

Значно гірший прямокутний переріз.

Нераціональний і круглий переріз, оскільки вага балки такого перерізу майже в 4 рази перевищує вагу двотаврової балки, що має ту ж міцність. Тому вибір круглого перерізу може бути виправданий тільки конструктивними або технологічними міркуваннями (наприклад, для обертових деталей), причому в такому випадку вигідно ставити порожнистий переріз.

31 КОСИЙ ЗГИН. СПІЛЬНА ДІЯ ЗГИНУ З РОЗТЯГУВАННЯМ АБО СТИСКАННЯМ

Якщо усі навантаження, що викликають згин, діють в одній площині, яка не співпадає ні з однією з головних, то згин називається *косим*.

Розглянемо загальний випадок, коли згинальна сила діє на балку похило до її осі.

Нехай на балку, яка защемлена одним кінцем, діє сила F у площині поздовжньої симетрії балки під кутом α до осі балки (рис. 31.1).

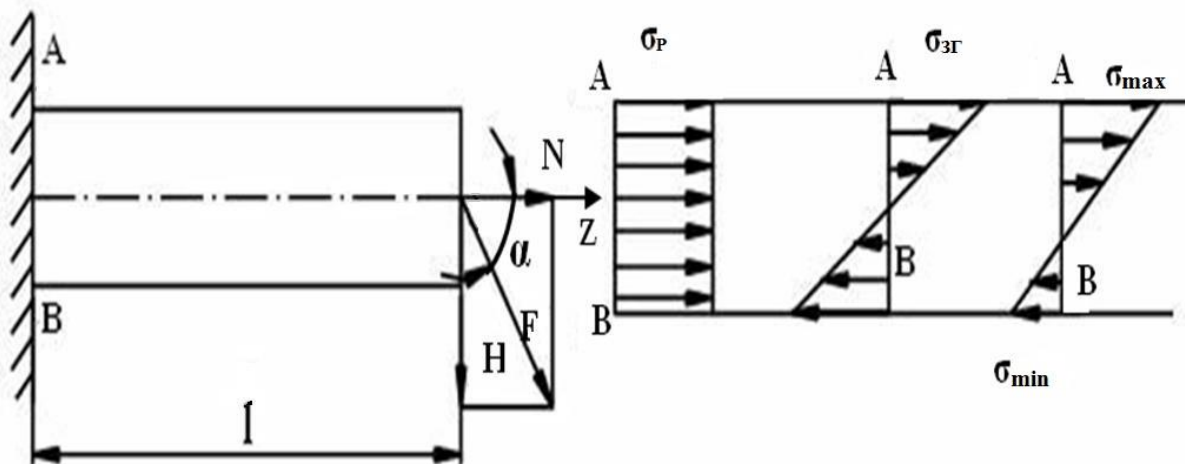


Рисунок 31.1 – Розподіл напружень при косому згині

Розкладемо силу F на дві складові:

$$N = F \cdot \cos \alpha,$$

$$H = F \cdot \sin \alpha.$$

Сила H , що діє перпендикулярно до осі балки, викликає в ній згин, а сила N , що діє по осі, – розтягнення.

Нормальне напруження, що викликається розтягувальною силою N , у всіх поперечних перерізах балки однаково й розподіляється по перерізу рівномірно:

$$\sigma_p = \frac{N}{A}.$$

Напруження від згину залежать від величини моменту. Найбільший згинальний момент буде в зачепленні:

$$\sigma_{32} = \frac{M}{W} = \frac{H \cdot l}{W}.$$

Сумарна напруга від згину й розтягування в довільній точці перерізу

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}. \quad (96)$$

Сумарне напруження від згину й розтягування для т. А

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}.$$

Для т. В

$$\sigma_{\min} = \frac{N}{A} - \frac{M}{W}. \quad (97)$$

Умова міцності при спільній дії на балку вигину й розтягування

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_{32} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_x} \leq [\sigma].$$

Одним з окремих випадків складного вигину з розтягуванням (стисканням) є позацентрове розтягнення (стискання), при якому брус розтягується силами, паралельними осі бруса, так, що їхня рівнодіюча не збігається з віссю бруса, а проходить через т. Р, звану полюсом сили.

Приклад

Нехай на двотавр (рис. 31.2) діє сила F , паралельна осі двотавра й віддалена від неї на деяку відстань. Визначити напруження.

Дано:

$$F = 50\,000 \text{ Н};$$

$$l = 1\,000 \text{ мм};$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Визначити: σ – ?

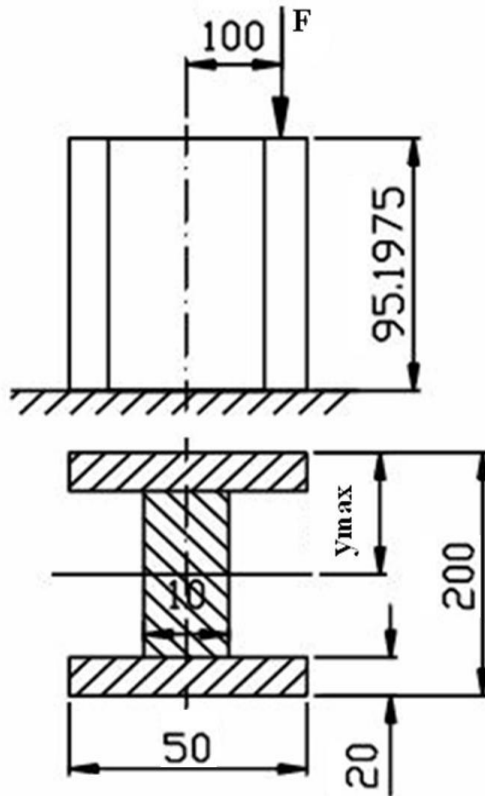


Рисунок 31.2 – Розрахункова схема двотавра

Рішення:

$$\sigma_{\text{зг}} = \frac{M}{W_x},$$

$$M = F \cdot 100 = 50\,000 \cdot 100 = 5 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм},$$

$$N = -F = -50\,000 \text{ Н}.$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\text{max}}},$$

де $I_x = \frac{bh^3}{12}$ – момент інерції прямокутника.

$$I_x = \frac{50 \cdot 200^3}{12} - \frac{40 \cdot 160^3}{12} = 196,5 \cdot 10^5 \text{ мм}^4;$$

$$W_x = \frac{196,5 \cdot 10^5}{100} = 196,5 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$A = 2 \cdot 50 \cdot 20 + 10 \cdot 160 = 3\,600 \text{ мм}^2;$$

$$\sigma_{32} = \frac{M}{W_x} = \frac{5 \cdot 10^6}{196,5 \cdot 10^3} = 26 \frac{H}{\text{мм}^2};$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A} = \frac{-50000}{3600} = -14 \frac{H}{\text{мм}^2};$$

$$\sigma_{\max} = -\sigma_c + \sigma_{32} = -14 + 26 = 12 \frac{H}{\text{мм}^2};$$

$$\sigma_{\max} = -\sigma_c - \sigma_{32} = -14 - 26 = -40 \frac{H}{\text{мм}^2};$$

$$\sigma = \left| -40 \frac{H}{\text{мм}^2} \right| < [\sigma] = 160 \frac{H}{\text{мм}^2}.$$

32 СПІЛЬНА ДІЯ ЗГИНУ Й КРУЧЕННЯ

На вал насаджено зубчасте колесо, що передає колову силу F від іншого зубчастого колеса (рис. 32.1). Перенесемо силу F у центр вала т. О. Для цього докладемо в т. О по прямій, паралельній силі F , дві рівні сили F і F' , але спрямовані в протилежні сторони. Тоді отримуємо пару з моментом $M_{кр} = F \cdot R$, що скручує вал, і силу F , прикладену в центрі вала, яка викликає згин вала.

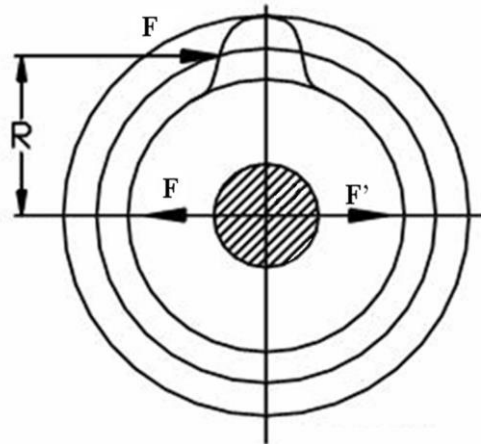
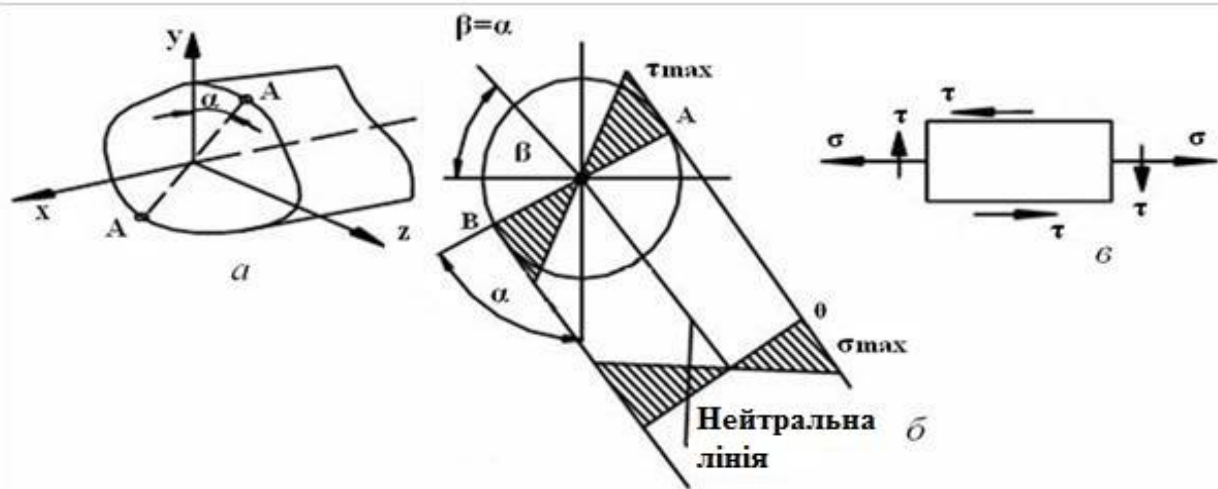


Рисунок 32.1 – Навантаження зубчастого колеса коловою силою

Для оцінки одночасної дії напруження від згину й напруження від кручення виділимо в найбільш небезпечному перерізі у найбільш небезпечних точках (т. А і В), які найбільш віддалені від нейтральної лінії, елементарний об'єм (рис. 32.2, а, б).



a – навантаження вала; *б, в* – розподілення напружень
Рисунок 32.2 – Розподілення напружень від згину й кручення

По чотирьох гранях цього елемента діють дотичні напруження, у двох із цих граней діють ще нормальні напруження. Цей елемент знаходиться в плоскому напруженому стані. Величини трьох головних напружень цього елемента будуть:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \\ \sigma_2 &= 0, \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.\end{aligned}\tag{98}$$

На підставі теорії найбільших дотичних напружень (третьої теорії міцності):

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma.$$

Підставивши значення σ_1 і σ_3 , отримаємо таку умову міцності:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma].$$

Підставивши значення σ і τ

$$\sigma = \frac{M}{W}; \quad \tau = \frac{M_{kp}}{W_p},$$

маємо

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{kp}}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma].$$

Для круглого перерізу:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = 0,1d^3,$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = 0,2d^3.$$

Оскільки $W_p = 2W$, то

$$\sigma_{екв} = \frac{1}{W} \sqrt{M^2 + M_{kp}^2} \leq [\sigma],\tag{99}$$

$M_{зв} = \sqrt{M^2 + M_{kp}^2}$ – зведений момент.

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{зв}}{W} \leq [\sigma]. \quad (100)$$

Сумарний момент визначається за формулою

$$M = \sqrt{M_{\sigma}^2 + M_{\tau}^2}. \quad (101)$$

де M_{σ} – згинальний момент від сил, що діють у вертикальній площині;
 M_{τ} – згинальний момент від сил, що діють у горизонтальній площині.
Запишемо умову міцності, виходячи з четвертої теорії міцності:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (102)$$

Здійснивши підстановки, аналогічні попереднім, маємо

$$\sigma_{екв} = \frac{\sqrt{M^2 + 0,75M_{kp}^2}}{W} \leq [\sigma], \quad (103)$$

або

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{зв}}{W} \leq [\sigma].$$

33 ЧИСТИЙ ЗСУВ. ЗМИНАННЯ. НАПРУЖЕННЯ ПРИ ЗСУВІ, ЗМИНАННІ

Якщо на брус діють дві рівні сили F , дуже близько розташовані до осі бруса й спрямовані в протилежні сторони (рис. 33.1, *а*), то при достатній величині сил відбувається зріз (приклад: розрізання металевих листів ножицями).

Деформації зрізу в зоні дії зусиль супроводжуються перекошуванням прямих кутів паралелепіпеда **авсд** (рис. 33.1, *б*). Цю деформацію називають *зсувом*. На гранях паралелепіпеда виникають дотичні напруження, напрямком яких визначається законом парності дотичних напружень.

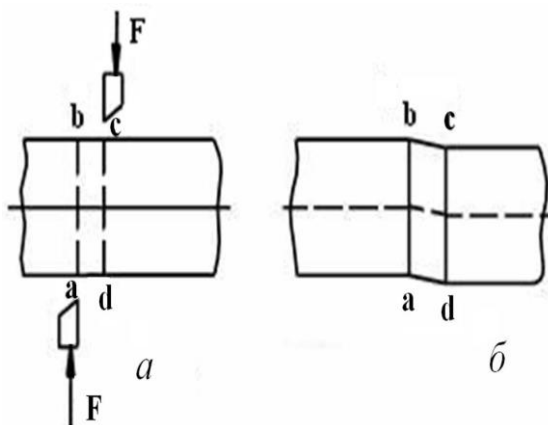


Рисунок 33.1 – Деформація зрізу

Величина дотичних напружень

$$\tau = \frac{F}{A}.$$

Чистим зсувом називають такий напружений стан, коли на гранях елементарного, виділеного з бруса елемента діють тільки дотичні напруження (рис. 33.2).

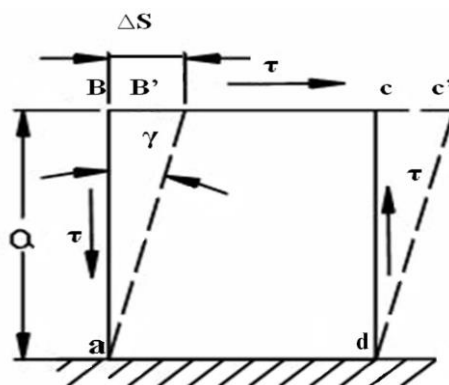


Рисунок 33.2 – Деформація елемента

Під зминанням розуміють пластичну деформацію, що виникає на поверхнях контакту.

Характерною для зминання є дія стискаючої сили на порівняно невеликій ділянці (приклад: болтові, заклепочні та інші сполуки). Розглянемо деформацію елемента **abcd**, закріпивши одну з граней (див. рис. 33.2).

Кут γ , на який змінюються прямі кути паралелепіпеда, називається *кутом зсуву*, або *відносним зсувом*.

З $\Delta \sigma$ впливає, що

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta S}{a}.$$

З огляду на малість кута, можна вважати, що

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma,$$

тоді

$$\gamma = \frac{\Delta S}{a}.$$

Мірою зсуву є відносний зсув γ , тобто відношення абсолютного зсуву між двома близькими суміжними перерізами до відстані між цими перерізами виражається в радіанах. Для деформації чистого зсуву закон Гука виражається співвідношенням

$$\tau = G \gamma, \quad (104)$$

де G – коефіцієнт пропорційності, званий модулем пружності другого роду;

γ – відносний зсув.

Величини модулів пружності першого й другого роду пов'язані залежністю

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (105)$$

де E – модуль пружності першого роду;

μ – коефіцієнт Пуассона.

33.1 Розрахунок на міцність деталей машин при чистому зсуві

Головні напруження при чистому зсуві:

$$\sigma_1 = \tau; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = -\tau.$$

Умову міцності складемо за такими теоріями міцності:

1) за першою теорією, $[\sigma] \geq \sigma_1 = \tau$, тобто дотичне напруження повинно бути не більше напруження на розтягнення:

$$[\tau] \leq [\sigma]; \quad (106)$$

2) за другою теорією, $\sigma_1 - \mu\sigma_3 \leq [\sigma]$, або, підставляючи значення головних напружень, знаходимо

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{1 + \mu}, \quad (107)$$

де $[\tau] = \frac{[\sigma]}{1 + \mu}$;

3) за третьою теорією міцності, $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$, $\tau - (-\tau) \leq [\sigma]$, або

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{2} \leq [\tau].$$

Тобто допустиме напруження при зсуві

$$[\tau] = 0,5[\sigma];$$

4) за четвертою теорією міцності,

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} \leq [\sigma].$$

Підставляючи значення головних напружень, отримаємо

$$\tau \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}, \quad (108)$$

отже,

$$[\tau] \approx 0,6[\sigma].$$

Перевірочні розрахунки

Для валів основним видом руйнування є стомлююче. Воно відбувається під дією випадкових короточасних перевантажень. Тому для валів розрахунок на опір втоми є основним.

Полягає у визначенні запасу міцності фактичного напруженого стану в небезпечному перерізі щодо стану руйнування й порівняння цього запасу з допустимими значеннями:

$$S \geq [S].$$

Рекомендується, у залежності від точності розрахунків, приймати

$$[S] \geq 1,7 \dots 2,5.$$

Запас міцності S при спільній дії нормальних і дотичних напружень

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 \cdot S_{\tau}^2}}.$$

Запас міцності за нормальними напруженнями

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}.$$

Запас міцності за дотичними напруженнями

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m},$$

де σ_{-1}, τ_{-1} – границі витривалості;

σ_a, τ_a – напруження нормальне й дотичне амплітудне – змінні складові циклів напружень;

σ_m, τ_m – напруження нормальне й дотичне середнє – постійні складові циклів;

$\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$ – коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу до асиметрії циклу напружень.

Режим роботи вала не реверсивний.

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{kp}}{2};$$
$$\sigma_a = \frac{M_\Sigma}{0,1d_3^3 \cdot (1 - \beta^4)}$$
$$\sigma_m = 0,$$

де d_3 – зовнішній діаметр вала;
 β – коефіцієнт суцільності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин : учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учебник для вузов / С. А. Попов [и др.]; под ред. К. В. Фролова. – М. : Высш. шк., 1987. – 496 с.
3. **Баранов, Г. Г.** Курс теории механизмов и машин : учебное пособие / Г. Г. Баранов. – 5-е изд, стереотип. – М. : Машиностроение, 1975. – 494 с.
4. **Заблонский, К. И.** Теория механизмов и машин / К. И. Заблонский, И. М. Белоконев, Б. М. Щекин. – Киев : Вища школа, 1989. – 376 с.
5. **Иосилевич, Г. Б.** Прикладная механика : учебное пособие для студентов вузов / Г. Б. Иосилевич, П. А. Лебедев. – М. : Машиностроение, 1995. – 576 с.
6. **Кіницький, Я. Т.** Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Київ : Наукова думка, 2002. – 660 с.
7. **Кіницький, Я.Т.** Практикум із теорії механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – Львів : Афіша, 2002. – 452 с
8. **Кіницький, Я. Т.** Короткий курс теорії механізмів і машин : підручник для інж.-техн. спец. вищ. навч. закладів України. – 2-е вид., перероб. і скор. – Львів : Афіша, 2004. – 272 с.
9. **Иосилевич, Г. Б.** Прикладная механика : учебное пособие для студентов вузов / Г. Б. Иосилевич, П. А. Лебедев. – М. : Машиностроение, 1995. – 576 с.
10. **Кинасошвили, Р. С.** Сопrotивление материалов / Р. С. Кинасошвили. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 384 с.
11. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності : у 2 ч., 5 кн. – Ч. 1, кн. 2. Опір бруса : підручник / В. Г. Піскунов [та ін.] ; за ред. В. Г. Піскунова. – К. : Вища шк., 1994. – 335 с.: іл.

12. **Павлище, В. Т.** Основи конструювання та розрахунок деталей машин : підручник. – К. : Вища шк., 1993. – 556 с.: іл.

13. **Писаренко, Г.С.** Сопротивление материалов : учебник для вузов / под общ. ред. АН УССР. – 4-е изд., перераб. и доп. – К. : Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 696 с.

14. **Писаренко, Г. С.** Опір матеріалів : підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський ; за ред. Г. С. Писаренка. – 2-е вид., допов. і переробл. – К. : Вища шк., 2004. – 655 с.: іл.

15. Прикладная механика : учебное пособие для вузов / Б. Г. Горбачёв [и др.]; под ред. В. М. Осецкого. – М. : Машиностроение, 1977. – 488 с.

16. Прикладная механика : учебное пособие / М. С. Беляев [и др.]; под ред. К. И. Заблонского. – К. : Вища шк., 1984. – 280 с.

17. Теория механизмов и машин : учебник для вузов / С. А. Попов [и др.]; под ред. К. В. Фролова. – М. : Вища. шк., 1987. – 496 с..

Навчальне видання

КІНДЕНКО Микола Іванович

**ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА
Й ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ**

Навчальний посібник

для студентів немеханічних спеціальностей

Редактор О. О. Дудченко

25/2017. Формат 60 x 84/8. Ум. друк. арк. 10,23.
Обл.-вид. арк. 8,0. Тираж пр. Зам. №

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1633 від 24.12.2003